

# 含 Hg 化合物的相对论赝势从头计算研究

## —— $\text{HgX}_2$ ( $X = \text{Cl}, \text{Br}, \text{I}$ ) 的电子结构

马忠新 戴树珊\*

(云南大学化学系、昆明)

本文应用相对论赝势从头计算方法，在不同基组水平上，系统地研究了卤化汞( $\text{HgX}_2$ ,  $X = \text{Cl}, \text{Br}, \text{I}$ )系列的电子结构。表明除 Hg 的 6s 主要参与成键外， $5d_{z^2}$  也起了重要的作用。并且随卤素原子序数的增加， $\pi$  成键作用也增强。同时还应用单电子自旋-轨道耦合方法，研究了旋-轨耦合效应的影响，并指定了该系列化合物的光电子能谱。

精确的从头计算方法用于含重元素的分子体系遇到了很大困难，主要是由于电子数的增加，导致数量庞大难以完成的双电子积分运算。近年赝势方法的出现和迅速发展，才使从头计算推广到含重原子的体系成为现实可能，并达到了与全电子计算相近的精度<sup>[1]</sup>。然而，对于重原子( $Z \geq 54$ )，内层电子的相对论效应变得十分突出，由于直接地和间接地作用，即使对价电子也不可忽略。所以，在对含有第三过渡金属的化合物进行计算时，必须考虑这一效应。

含 Hg( $Z = 80$ )的分子体系，常具有一些比较特殊的性质，从而引起了理论化学家浓厚的兴趣。最近，Neisler 和 Pitzer 研究了  $\text{Hg}_2^{2+}$  的电子结构和性质，发现键长的相对论收缩为 0.529 a.u.<sup>[2]</sup>。Hay 等研究了  $\text{HgH}$ 、 $\text{HgCl}_2$  体系，以及相对论效应对其性质的影响<sup>[3]</sup>。本文系统地研究了  $\text{HgCl}_2$ 、 $\text{HgBr}_2$ 、 $\text{HgI}_2$  这一系列电子结构的变化规律。

### 方 法

本文使用了由 Hay 等发展起来的包含相对论效应(质-速效应和 Darwin 效应)的有效势(AREP)<sup>[3-5]</sup>。对单个原子进行了计算，并与文献的 Dirac-Fock 方法进行比较<sup>[6]</sup>。表 1 列出了 Hg 的有关量值，从中可以看出，与非相对论计算相比，考虑相对论效应后，6s 轨道的能量降低约 1.2 eV，半径期望值  $\langle r \rangle_6$  减少约 0.6 a.u.，而 5d 轨道能量上升约 3 eV。达到了 Dirac-Fock 的同一水平。

对卤素原子，也使用了 Hay 和 Wadt 的等效实势(ECP)，其中 I 包括了相对论的“质-速”和“Darwin”效应<sup>[7]</sup>。每个 ECP 都表示为 Gauss 函数的展开形式。

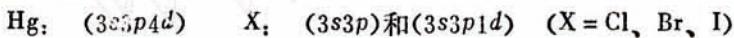
表1 Hg 原子的轨道能量  $\epsilon$  和半径期望值  $\langle r \rangle$  (a.u.)Table 1 Valence orbital energies  $\epsilon$  and radial expectations  $\langle r \rangle$  (a.u.)

	Non-rel.HF <sup>[3]</sup>	Rel.HF <sup>[3]</sup>	Dirac-Fock	(Average) <sup>[4]</sup>	This work	
	AREP				AREP	SO
$\epsilon_{5d}$	-0.7141	-0.6047	-0.5746(5d <sub>5/2</sub> ) -0.6501(5d <sub>3/2</sub> )	(-0.6048)	-0.6003	-0.5738(5d <sub>5/2</sub> ) -0.6400(5d <sub>3/2</sub> )
$\epsilon_{6s}$	-0.2620	-0.3267	-0.3280		-0.3400	
$\langle r \rangle_{5d}$	1.43	1.47	1.50 (5d <sub>5/2</sub> ) 1.43 (5d <sub>3/2</sub> )	(1.47)	1.46	
$\langle r \rangle_{6s}$	3.33	2.84	2.84		2.79	

实和价区定义为

实    价		实    价	
Hg:	[Core] 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup>	Br:	[Core] 4s <sup>2</sup> 4p <sup>5</sup>
Cl:	[Core] 3s <sup>2</sup> 3p <sup>5</sup>	I:	[Core] 5s <sup>2</sup> 5p <sup>5</sup>

相应的基集合为<sup>[3, 7]</sup>



分别收缩为四种基集合

BS I	BS II	BS III	BS IV
[1s1p1d/1s1p]	[1s1p2d/1s1p]	[1s1p2d/1s1p1d]	[1s1p2d/2s2p1d]

这里，卤素原子上的极化指数分别为 0.5(Cl), 0.45(Br) 和 0.40(I)。

HgX<sub>2</sub> 分子均为直线型分子( $D_{\infty h}$  群)，键长  $R$  取实验值<sup>[8]</sup>，分别为 4.33、4.56 和 4.90 a.u.。

在含重原子体系中，“旋-轨耦合”是相对论效应的一个重要方面，不可忽略<sup>[9]</sup>。我们用分子轨道作为构造“旋-轨耦合”算符矩阵的基集合，即

$$\langle \psi_i(S_i, M_{S_i}) | \hat{H}_{S-O} | \psi_j(S_j, M_{S_j}) \rangle$$

然后对角化得到每个态的能量。这里， $\psi_i$  是总自旋为  $S_i$  和自旋投影为  $M_{S_i}$  的多电子 SCF 函数(这里为一个单 Slater 行列式)。 $\hat{H}_{S-O}$  为旋-轨耦合算符，包含有自旋-轨道(自身轨道和其它电子的轨道)的单电子和双电子算符。研究已经证明<sup>[10]</sup>，旋-轨作用主要是由单电子旋-轨算符所贡献，这样

$$\hat{H}_{S-O} \approx \sum_{A, i} \xi_A(r_i) (l_{Ai} \cdot S_i) = \sum_{A, i} \xi_A(r_i) [(r_{Ai} \times P_i) \cdot S_i]$$

若取

$$\xi_A(r_i) = \frac{\alpha^2}{2} \cdot \frac{Z_{1A}^{\text{eff}}}{r_{Ai}^3}$$

其中， $\alpha$  为精细结构常数，则

$$\hat{H}_{S-O} = \frac{\alpha^2}{2} \sum_{A, i} \sum_{l=1}^l \left| l \right> \frac{Z_{1A}^{\text{eff}}}{r_{Ai}^3} (l_{Ai} \cdot S_i) < l \left|$$

$Z_{1A}^{\text{eff}}$  是以 A 核为中心，角动量为  $l$  的轨道的有效核电荷。对于原子 A 上的角动量为  $l$ 、分量

为  $m_l$ 、自旋为  $\alpha$  的轨道，有

$$\langle \psi_{l_m \alpha}^A | \hat{H}_{S-O} | \psi_{l_m \alpha}^A \rangle (2/l) = \left( \psi_{l_m}^A \left| \frac{Z_{\text{eff}}}{r_A^3} \right| \psi_{l_m}^A \right) = \zeta_l^A$$

而

$$\zeta_l^A = \frac{2}{2l+1} [\varepsilon(j=l+1/2) - \varepsilon(j=l-1/2)]$$

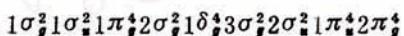
可以通过理论或实验得到。

在这里，旋-轨耦合就变成了构造一个  $2N \times 2N$  的复厄米(Hermite)矩阵并予以对角化的问题， $2N$  为从  $HgX_2$  中移去一个电子所形成的组态数。

本文所使用的程序是以 GAUSSIAN 80 程序<sup>[10]</sup>为基础改编而来的。大量计算表明，运算稳定，数据可靠<sup>[11]</sup>。

## 结 果 和 讨 论

**一、 $HgX_2$  的电子结构** 在  $A-S$  耦合图象中(不考虑旋-轨作用)，基态  $HgX_2$  的价电子组态( ${}^1\Sigma_g^+$ )为



由于篇幅所限，只在表 2 中分别给出了在不同基集合下  $HgBr_2$  的各个分子轨道能级，在表 3 给出了  $HgI_2$  的轨道特征。从中可以看出，占据分子轨道按其构成的不同可分为四组，其中  $1\sigma_g$  和  $1\sigma_u$  主要为卤素的  $s$  轨道(第一组)。 $1\pi_g$ 、 $2\sigma_g$  和  $1\delta_g$  基本上为  $Hg$  原子  $5d$  轨道(第二组)。 $3\sigma_g$  是一个离域轨道，主要是由  $Hg$  上的  $6s$  和卤素上的  $3p_z$  构成的成键轨道(第三组)。 $2\sigma_u$ 、 $1\pi_u$  和  $2\pi_g$  主要是卤素上的  $3p$  轨道组成(第四组)。

在  $D_{\infty h}$  群中， $Hg$  的  $5d$  表示为  $\sigma_g$ 、 $\pi_g$  和  $\delta_g$ ，它在  $Hg-X$  成键中起了重要作用。以  $HgCl_2$  为例， $1\sigma_g$  轨道主要是定域在  $Cl$  原子的  $3s$  轨道上，但  $Hg$  上的  $5d_{z^2}$  仍有 11% 的成分参与成键作用。 $2\sigma_g$  虽然主要定域在  $Hg$  的  $5d_{z^2}$  上，但有约 20% 的部分离域在  $Cl$  的  $3s$  和  $3p_z$  上。 $3\sigma_g$  是由  $Hg$  的  $6s$  与  $Cl$  的  $3p_z$  构成的一个强成键轨道。可以看出， $Hg$  的  $6p$  轨道，在成键中起的作用很小。

表2  $HgBr_2$  的能级(eV)(绝对值)

Table 2 The MO energy levels (absolute) in  $HgBr_2$  (eV)

orbital	BS I	BS II	BS III	BS IV
$2\pi_g$	10.975	10.929	10.718	11.241
$1\pi_u$	11.348	11.265	11.106	11.608
$2\sigma_u$	11.120	11.082	11.286	11.840
$3\sigma_g$	14.067	13.920	13.785	14.155
$1\delta_g$	21.691	20.852	20.354	20.566
$2\sigma_g$	21.798	20.974	20.520	20.843
$1\pi_g$	22.369	21.517	20.936	21.171
$1\sigma_u$	26.321	26.211	25.916	26.552
$1\sigma_g$	27.444	27.206	26.776	27.374
$-E_f$ (a.u.)	69.4231	69.4381	69.4718	69.4891

表3  $\text{HgI}_2$  分子轨道的构成特征  
Table 3 The characters of MO's in  $\text{HgI}_2$

orbital	Hg						I		
	6s	6p <sub>z</sub>	$\frac{6p_z}{6p_y}$	$5d_{z^2}$	$\frac{5d_{xz}}{5d_{yz}}$	$\frac{5d_{xy}}{5d_{x^2-y^2}}$	5s	5p <sub>z</sub>	$\frac{5p_z}{5p_y}$
$2\pi_g$				0.018					
$1\pi_u$			0.002						0.982
$2\sigma_u$		0.005						0.998	
$3\sigma_g$	0.448			0.021					
$1\delta_g$				1.000					
$2\sigma_g$	0.009			0.628					
$1\pi_g$		0.927						0.073	
$1\sigma_u$		0.001					0.988	0.011	
$1\sigma_g$	0.013		0.364						0.020

从  $\text{HgCl}_2$ 、 $\text{HgBr}_2$  到  $\text{HgI}_2$ ，卤素的电负性减弱，成键图象发生一定的变化。表 3 列出了  $\text{HgI}_2$  分子的轨道特征。与表列  $\text{HgCl}_2$  和  $\text{HgBr}_2$  的分子轨道相对照，变化明显的是三个  $\sigma$  轨道，即  $1\sigma_g$ 、 $2\sigma_u$  和  $3\sigma_g$ 。在  $1\sigma_g$  中， $5d_{z^2}$  成份从 0.109 增加到了 0.364，即增加了二倍，I 上的 5s 与 Hg 上的  $5d_{z^2}$  轨道相互作用形成一个强成键轨道；而在  $2\sigma_g$  中， $d_{z^2}$  的贡献从 0.788 下降到 0.628。在  $3\sigma_g$  中，Hg 的 6s 成份从 0.348 增加到 0.368。从  $\text{HgCl}_2$  到  $\text{HgI}_2$  这三个  $\sigma$  轨道变化的总趋势是：原来成份少者，增大；原来成分多者，减小。从而离域度增大。

$1\sigma_u$  是完全定域在卤素原子上的 s 轨道，而且随 Cl 到 I，其成分不发生变化。 $2\sigma_u$  是定域在卤素原子上的  $p_z$  轨道，与 Hg 原子的  $6p_z$  有部分作用。由于  $6p$  轨道非常弥散，成键能力比较弱， $6p_z$  对  $1\sigma_u$  和  $2\sigma_u$  影响都很小，这样  $1\sigma_u$  和  $2\sigma_u$  均为非键轨道。

$1\pi_u$  主要是由 Hg 的  $5d_{xz}$  和  $5d_{yz}$  两个轨道组成，卤素原子上的  $p_x$  和  $p_y$  部分地参与了成键。从 Cl、Br 到 I， $p_x$ 、 $p_y$  成分从 1% 增加到了 7%，离域化作用增强。 $2\pi_g$  定域在卤素原子上的  $p_z$  和  $p_y$  上(HOMO)，Hg 原子的  $5d_{xz}$  和  $5d_{yz}$  轨道有部分反键作用，而且随该原子序数的增加，其反键作用减弱。

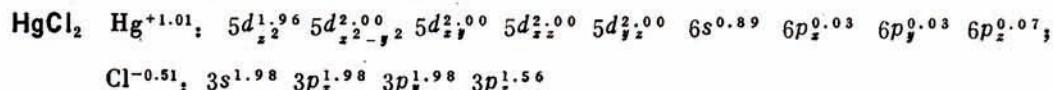
$1\pi_g$  轨道定域在卤素原子的  $p_z$  和  $p_y$  轨道上，Hg 原子的  $6p_z$  和  $6p_y$  轨道有部分成键作用，但其作用很弱，而且基本不随系列而变。

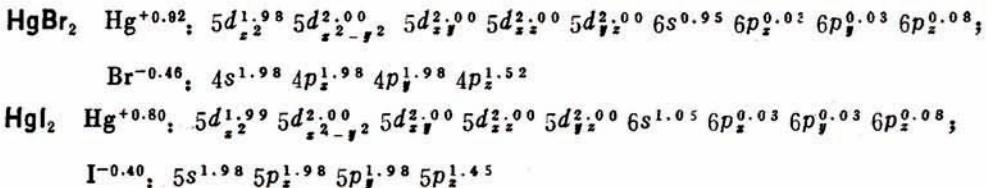
$1\delta_g$  为非键轨道(Hg 原子的  $5d_{x^2-y^2}$  和  $5d_{xy}$ )。

总的成键图象就是：主要是以 6s 和  $5d_{z^2}$  参与的杂化轨道与卤素原子的  $p_z$  形成比较强的  $\sigma$  键(即所谓的四电子三中心  $\sigma$  键)。还有部分  $\pi$  成键形成。

从表 2 可以看出，采用不同的基集合，对电子结构的描述有一定影响，最为明显的是当 Hg 的 5d 轨道由单  $\zeta$ (SZ) 改为双  $\zeta$ (DZ)。用后者能更好地描述 5d 轨道的“柔韧性”(flexibility)。当卤素原子加上极化函数后，明显的变化是改变了  $2\sigma_u$  与  $1\pi_u$  轨道的能级顺序，这是由于极化轨道合理地描述了卤素上  $np_z$  轨道的变形以适于成键。

按 Mulliken 布居分析，在 BSI 水平上给出





可以看出，在此系列中，卤素原子上的  $s$ 、 $p_z$  和  $p_y$  上的布居基本保持不变，只有  $p_z$  上的电子数逐渐减少，即  $6s(\text{Hg})$  轨道上的电子转移到卤素  $p_z$  轨道上的数值下降。按离子模型  $\text{Hg}^{2+}\text{X}_2^-$ ，卤素负离子通过  $p_z$  向 Hg 的  $6s$  轨道转移约 0.5 个电子，而且随该系列的变化，其值逐渐增大。

## 二、 $\text{HgX}_2$ 的电离势

Eland 在 1970 年报道了  $\text{HgX}_2$  化合物的光电子能谱<sup>[12]</sup>，后来，Hay 等<sup>[3]</sup>在相对论等效势从头计算水平上，用分子中的原子“法”研究了  $\text{HgCl}_2$  的光电子能谱。Snijders 等<sup>[13]</sup>用 Hartree-Fock-Slater 加微扰研究了  $\text{HgI}_2$ 。本文在 R-ECP 从头计算水平上，用单电子 S-O 算符方法，系统地研究了  $\text{HgX}_2$  ( $X = \text{Cl}, \text{Br}, \text{I}$ ) 系列化合物的 PES。我们的工作是在 Koopman 定理的近似基础上进行的，没有考虑电子的弛豫效应和电子相关效应，有一定的误差，特别是对于 Hg 上的  $d$  电子尤为突出。但是对其旋-轨分裂却给出了很好的描述。从图 1 可以看出，本工作非常好地预示了  $\text{HgCl}_2$  分子光电子能谱。对于  $1\pi_g$  和  $2\pi_g$  轨道分裂，由于分裂比较小(预期为 0.1 eV 左右)，实验上尚未分解出来。预测所有化合物的光电子能谱有一个共同的特征，即基本定域于 Hg 上的  $1\delta_g$ 、 $2\sigma_g$  和  $1\pi_g$ ，经旋-轨相互作用后，分成两组，它们的差大于 1 eV，分别对应于自由原子的  $5d_{5/2}$  和  $5d_{3/2}$ 。这样，我们就在  $\Delta$ -S 耦合方式下获得组态波函数，然后再进行旋-轨耦合，能很好地获得光谱项。Fland<sup>[12]</sup>解释为，Hg 的  $5d$  电子基本保持原子的特征，仅仅在配体的作用下发生很小的变形，分别使  $5d_{5/2}$  和  $5d_{3/2}$  分裂开。我们的计算表明， $5d$  轨道参与成键，特别是在  $\text{HgI}_2$  分子中  $5d_{z^2}$  已与 I 的  $5s$  形成一个比较强的成键轨道(见表 3)。

在这里，值得注意的是对于一个光谱项，往往有许多组态的组合：如对于  $\text{HgCl}_2^+$  离子的谱项  $2\left(\frac{3}{2}\right)_g$ ，有

$$\begin{aligned}
 \Psi\left(2\left(\frac{3}{2}\right)_g\right) = & (0.00017 + i 0.00084)\Phi(^2\Pi_g(1\pi_g^1(\alpha))) + (0.00084 - i 0.00017)\Phi \\
 & \cdot (^2\Pi_g(1\pi_g^2(\alpha))) + (0.45192 + i 0.07016)\Phi(^2\Delta_g(1\delta_g^1(\alpha))) + (0.07016 \\
 & - i 0.45192)\Phi(^2\Delta_g(1\delta_g^2(\alpha))) + (-0.25000 + i 0.47775)\Phi(^2\Pi_g(1\pi_g^1 \\
 & \cdot (\beta))) + (-0.47775 - i 0.25000)\Phi(^2\Pi_g(1\pi_g^2(\beta))) + (0.00072 + \\
 & + i 0.00009)\Phi(^2\Delta_g(1\delta_g^1(\beta))) + (-0.00009 + i 0.00072)\Phi(^2\Delta_g(1\delta_g^2 \\
 & \cdot (\beta))) + (-0.00901 - i 0.00471)\Phi(^2\Pi_g(2\pi_g^1(\beta))) + (0.00471 - \\
 & i 0.00901)\Phi(^2\Pi_g(2\pi_g^2(\beta)))
 \end{aligned}$$

其中， $\Phi(^2\Pi_g(1\pi_g^1(\alpha)))$  表示从中性分子  $\text{HgX}_2$  的  $1\pi_g$  的第一个分量中打出一个  $\alpha$  电子形成组态为  $^2\Pi_g$  的单 Slater 波函数。从中可以看出，它主要是由分别从  $1\pi_g$  轨道和  $1\delta_g$  轨道中移去 1 个电子构成的波函数迭加而成，而人们常将指定为由  $1\pi_g$  轨道分裂而来，是不合理的。

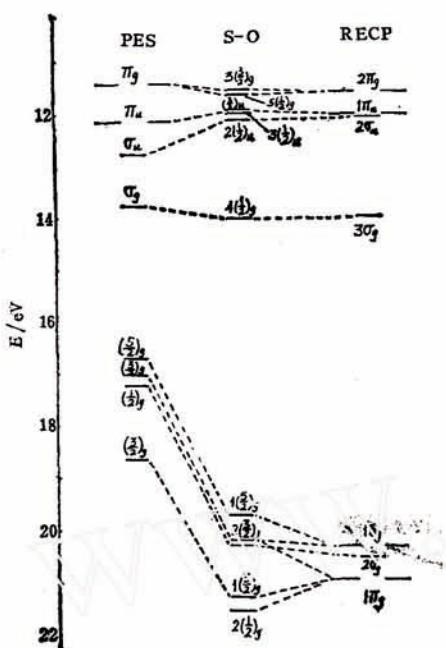


图1  $\text{HgCl}_2$  的电离势  
Fig.1 The ionization potentials of  $\text{HgCl}_2$

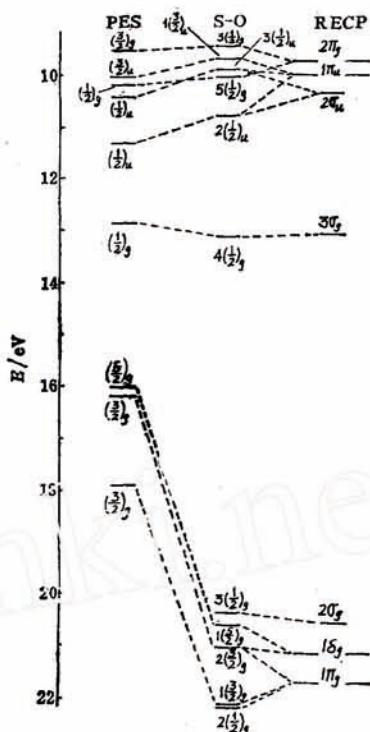


图2  $\text{HgI}_2$  的电离势  
Fig.2 The ionization potentials of  $\text{HgI}_2$

### 参 考 文 献

- [1] Krauss, M. and Stevens, W.J., *Ann. Rev. Phys. Chem.*, 1984, 35, 375.
  - [2] Neisler, R.P. and Pitzer, K.S., *J. Phys. Chem.*, 1987, 91, 1084.
  - [3] Hay, J., Wadt, W.R., Kahn, L.R. and Bobrowicz, F.W., *J. Chem. Phys.*, 1978, 69, 984.
  - [4] Kahn, L.R., Hay, J. and Cowan, R.D., *J. Chem. Phys.*, 1978, 68, 2386.
  - [5] Hay, J. and Wadt, W.R., *J. Chem. Phys.*, 1985, 82, 270.
  - [6] Desclaux, J., *At. Data Nucl. Data Tables*, 1973, 12, 311.
  - [7] Wadt, W.R. and Hay, J., *J. Chem. Phys.*, 1985, 82, 284.
  - [8] "Tables of Interatomic Distances and Configuration in Molecules and Ions", ed. by Sutton, L.E., London, 1965.
  - [9] Kahn, L.R., *Int. J. Quantum Chem.*, 1984, 25, 149.
  - [10] Binkley, J.S. et al., QCPE Program No. 437.
  - [11] 马忠新、戴树珊, 科学通报, 1988, 33, 1316;
  - [12] Eland, J.H.D., *Int. J. Mass Spectrum, Ion Phys.*, 1970, 4, 37.
  - [13] Snijders, J.G.S., Baerends, E.J. and Ros, P., *Mol. Phys.*, 1979, 38, 1909.

*Ab initio* STUDY OF COMPOUNDS CONTAINING  
MERCURY USING RELATIVISTIC PSEUDOPOTENTIALS

—The Electronic Structures of  $\text{HgX}_2$  ( $\text{X} = \text{Cl}, \text{Br}, \text{I}$ )

Ma Zhongxin Dai Shushan\*

(*Department of Chemistry, Yunnan University, Kunming*)

ABSTRACT

The effective core potentials(ECP's) are used for studying the electronic structures of mercury halides( $\text{HgX}_2$ ,  $\text{X} = \text{Cl}, \text{Br}, \text{I}$ ). For Hg and I, potentials including relativistic effects are employed. It is found that the interaction of  $5d_{z^2}-6s$  hybrid orbital of mercury with  $p_z$  of halogen dominates the mercury-halogen bonding. On the bases of one-electron operator approximation, spin-orbit coupling is introduced and the results are compared with the corresponding experimental photoelectron spectra.