

# 星钟和星历误差分离的广域差分新方法

蔡成林<sup>1,2,3</sup>, 李孝辉<sup>1</sup>, 吴海涛<sup>1</sup>

(1. 中国科学院国家授时中心, 陕西 710600; 2. 湖南人文科技学院, 湖南 417000;  
3. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

**摘 要:** 针对 WAAS 等传统的广域差分方法存在 DOP 值太大和要求基准站时间严格同步等问题, 提出了星钟和星历误差相对分离的广域差分新方法。提出的相对分离理论包括以所有卫星的广播星历为基准的星钟误差的相对分离, 以各卫星星钟误差相对分离结果为基准的相对星历误差分离和固定偏差的星钟二次修正三部分, 其可简单归纳为星钟 - 星历 - 星钟的修正思路。这种方法除无需基准站同步外, 用户定位比 WAAS 准。理论论证和算例仿真证明这种理论是科学的, 对建设各种卫星导航系统的差分增强系统均是适用的。

**关键词:** 精度衰减因子; 广域差分; 星钟误差; 星历误差; 修正量

中图分类号: V249.3

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2009)06-2165-06

DOI:10.3873/j.issn.1000-1328.2009.06.019

## 0 引言

在实际的广域差分方法研究中, 我们用 4 个或以上的地面基准站观测同一颗 GEO 卫星时, 当各基准站时钟同步, 利用 WAAS(The Wide Area Augmentation System, WAAS)所采用的星钟和星历 4 维矢量解算方法<sup>[1-3]</sup>, 解算中的 DOP 值在 1800 以上, 如果各基准站时钟之间(站间)不同步时, 采用包括基准站时钟矢量在内的 5 维解算, DOP 值更大, 以致无法精确获取差分改正量。为了解决 DOP 值过大导致广域差分精度不高的问题, WAAS 算法采用了几项措施: (1) 误差限制<sup>[4-5]</sup>。对星钟和星历误差的解算结果限制为:  $-256.0 < \text{星钟误差} < 255.875$ (米), 星历误差  $< \pm 127.875$ (米); (2) 误差抵消<sup>[6]</sup>。通过站间单差消除残余的电离层和对流层等共同误差和星际双差消除基准站之间出现的误差。(3) 建立复杂的同步网。区域差分站建立基于卫星双向比对的时间同步网, 局域差分站建立基于卫星共视比对或卫星双向比对的时间同步网, 并采用三天以上的长时间数据观测等方法, 以期获得精密的卫星星历。即使这样, 到目前为止, WAAS 尚不能满足航空 I 类精密进近的精度要求, 特别能见度低的天气 DOP 值是

决定卫星的差分解精度关键因素, 能否有效降低呢? 高精度时间同步网的建设是一件耗资巨大的, 站间同步也是一件很麻烦的工作, 能否不要求站间同步? 我们提出的星钟和星历误差解算分离的广域差分新方法将初步解决上述问题, 而且能使定位用户和定时用户均获得高精度的差分解。

## 1 方法的思路和内容概述

在星钟和星历误差解算时, 如果将星钟项去掉, 变星钟和星历误差统一求解为星历误差单独解算, 结果发现: 观测 GPS 卫星的 DOP 从 600 以上下降到 10 左右, 观测 GEO 卫星的 DOP 从 1800 以上下降到 30~40, 分别降低了 50~60 倍。根据差分解的误差 = GDOP × UERE, 其中 UERE 表示与卫星相关的每个误差源所产生的伪距误差统计和, 可知卫星星历误差解的精度显著提高了。根据这一分析, 提出星钟和星历分离解算的观点。然而, 由于卫星的真实位置并不已知, 如果不采用卫星的精密动力学模型是难以将两者分离解算的。

为了便于理解下面所要阐述的观点和所采用的方法, 我们不妨先观察一个这样的事实: 无论星钟和星历误差在径向伪距上如何分配(这种分配不一定

收稿日期: 2008-05-25; 修回日期: 2009-03-04

基金项目: 湖南省教育厅科学研究青年项目(08B039); 国家自然科学基金委员会—中国科学院天文联合基金(10778715); “973 计划”项目(2007CB815502)

反映星钟和星历误差的真值),只要径向伪距误差总量不变,用户定位和定时均不会改变。这是容易理解的,在用户定位方程(1)中,径向伪距误差总量  $\Delta\rho$  没有改变,而星钟和星历的分配均是作为伪距误差在径向上分配的,单位矢径对应的系数矩阵不会改变,当然方程组解算出的用户定位解和定时解也不会改变。

$$\begin{cases} \Delta\rho_1 = a_{x1}\Delta x_u + a_{y1}\Delta y_u + a_{z1}\Delta z_u - c\Delta t_u \\ \Delta\rho_2 = a_{x2}\Delta x_u + a_{y2}\Delta y_u + a_{z2}\Delta z_u - c\Delta t_u \\ \Delta\rho_3 = a_{x3}\Delta x_u + a_{y3}\Delta y_u + a_{z3}\Delta z_u - c\Delta t_u \\ \Delta\rho_4 = a_{x4}\Delta x_u + a_{y4}\Delta y_u + a_{z4}\Delta z_u - c\Delta t_u \end{cases} \quad (1)$$

基于总量的不变性导致解的不变性,我们在实现星钟和星历分离解算这一问题上提出一种全新的理论:星钟和星历相对分离的广域差分理论。

## 2 星钟误差分离

我们假设主控站的时钟与卫星导航系统的系统时钟是同步的,对于具有高精度时间比对系统的基准站而言是可以做到的。星钟误差分离的实现方法如下:把负责数据处理的主差分站 1 建在主控站的附近,用双频差分接收机(这种接收机内置双频电离层校正算法、对流层模型修正算法,导出的伪距误差可以认为只有星钟和星历误差)对所有卫星 ( $n \geq 4$ ) 的伪距进行监测,接收机的位置经过了精密测绘,接收机时钟经过了校准,与系统时钟同步。

在主差分站 1 的站星伪距可以表示为

$$\rho_1^k = R_1^k + c \cdot \Delta t^k \quad (2)$$

式中  $\rho_1^k$  表示主差分站 1 到卫星  $k$  的站星伪距,  $R_1^k$  表示站星几何距离,  $\Delta t^k$  表示卫星  $k$  相对于系统时钟的星钟时间偏差。星钟伪距误差可以表示为

$$\rho_{CLK}^k = c \cdot \Delta t^k = \rho_1^k - R_1^k \quad (3)$$

其中  $\rho_{CLK}^k$  = 星钟伪距误差,  $\rho_1^k$  包含了卫星  $k$  的星历误差、未完全校正的电离层残差和对流层残差以及 Sagnac 误差等,代表总伪距误差的大量。将这个值的负值作为星钟改正数广播给用户,用户以此修正自己的伪距,可以抵消大部分共同误差。这种修正实际上是将卫星从真实位置修正广播星历位置。

## 3 星历误差的相对分离

### 3.1 站间同步的星历误差分离

假设各差分站与系统时钟严格同步的,差分站

$i (i = 1 \sim m)$  用接收机对第  $k$  颗卫星进行观测,则站星伪距方程可以表示为

$$\rho_i^k = R_i^k + \Delta\rho_i^k + \rho_{CLK}^k \quad (4)$$

这里  $\rho_i^k$  = 扣除站  $i$  对卫星  $k$  的测距码伪距;  $R_i^k$  = 站  $i$  到卫星  $k$  的广播星历位置的几何距离;  $\Delta\rho_i^k$  = 剩余伪距误差(残差),包括卫星星历误差、没有被完全抵消的电离层、对流层及 Sagnac 效应等误差的残差。

$$\Delta\rho_i^k = \rho_i^k - R_i^k - \rho_{CLK}^k \quad (5)$$

把星钟改正数代入上式,有

$$\Delta\rho_i^k = \rho_i^k - R_i^k - (\rho_1^k - R_1^k) \quad (6)$$

这个式子的右边各量均是已知的。当  $i = 1$  时,  $\Delta\rho_1^k$  等于 0,说明差分站 1 是作为一个比较的基准,由于在差分站 1 的星钟误差修正中包含了相对于这个站的星历误差修正,所以相对于该站的星历误差的修正量为 0。当  $i \neq 1$  时,  $\Delta\rho_i^k$  分配给相对于差分站  $i$ , 以表示卫星  $k$  相对于差分站  $i$  的观测星历误差。因此,当站间同步时,只需经过星钟误差修正即可实现星历误差相对分离。

### 3.2 站间不同步的星历误差相对分离

当除主差分站 1 外的其他基准站不同步时,将会将基准站时钟偏差折合成伪距误差反应到总伪距误差中,这是必须首先加以消除的。包含站钟误差的伪距方程可以表示为

$$\rho_i^k = R_i^k + \rho_{CLK}^k + c \cdot \Delta t_i + \Delta\rho_i^k \quad (7)$$

这里  $\rho_i^k, R_i^k, \rho_{CLK}^k, \Delta\rho_i^k$  与式(5)是一致的,  $\Delta t_i$  表示站钟时间偏差。上式包含了虚拟钟误差  $\rho_{CLK}^k$ 、差分站的站钟偏差  $c \cdot \Delta t_i$  和星历误差  $\Delta\rho_i^k$  等三项误差。把星钟改正数代入上式,星历误差可以表示为

$$\Delta\rho_i^k = \rho_i^k - R_i^k - (\rho_1^k - R_1^k) - c \cdot \Delta t_i \quad (8)$$

包含的站钟伪距误差采用星际单差的方法消除,于是有

$$\Delta\rho_i^k - \Delta\rho_i^j = \rho_i^k - \rho_i^j - (R_i^k - R_i^j) - [\rho_1^k - \rho_1^j - (R_1^k - R_1^j)] \quad (9)$$

等式左边是两个星历误差之差,我们称为相对星历误差,由于右边各量均是已知的,所以它也是间接已知量。为了度量的统一性,我们选择一个基准星作为比较的标准,例如选择卫星 1 作为基准星,  $j = 1$  则上式可以变为

$$\Delta\rho_i^k - \Delta\rho_i^1 = \rho_i^k - \rho_i^1 - (R_i^k - R_i^1) - [\rho_1^k - \rho_1^1 - (R_1^k - R_1^1)] \quad (10)$$

通过站内星际单差,基准站时钟偏差消除了,但是消除后引入了两颗卫星的星历误差  $\Delta\rho_i^k$  和  $\Delta\rho_i^1$ , 包含 6 个未知量。WAAS 方法通过 6 个方程可以解算 6 个未知量,但涉及  $6 \times 6$  的高维矩阵及逆矩阵, DOP 值更大且算法复杂度较高,如果基准网较大,需要多个数据处理中心联合解算。为了从根本上克服 WAAS 算法的缺陷,进一步提出星历误差的相对分离观点:将上式中卫星 1 作为基准星,  $\Delta\rho_i^k - \Delta\rho_i^1$  就是卫星 K 相对于基准星 1 的星历误差,称为相对星历误差,把它分配给卫星 K,作为卫星 K 的星历误差。这就是星历误差相对分离的基本原理。这样,通站间时间同步一样,星历误差采用三维解算, DOP

值小且只涉及  $3 \times 3$  矩阵,解算效率高。

这种原理是否是科学的,可以通过对用户的定位位置是否产生影响来进行论证。

### 3.3 相对分离方法的科学性论证

我们知道,基准星肯定是有误差的,因此相对星历误差不可能表示那颗星的真实星历,用户利用相对星历代替绝对星历解算导出自己的定位解,它是否存在误差? 需要求证。

假设用 4 颗卫星的绝对星历修正量  $\Delta\rho_i^k$  来解算用户位置,其中修正后的卫星星历位置为  $(x^k, y^k, z^k)$ , 其中  $k = 1, 2, 3, 4$ , 用户的位置为  $(x_u, y_u, z_u)$ , 用户时钟偏差为  $\tau_u$ , 用户定位方程组可以表示为

$$\begin{cases} \rho_i^1 - \Delta\rho_i^1 = \sqrt{(x^1 - x_u)^2 + (y^1 - y_u)^2 + (z^1 - z_u)^2} + c\tau_u \\ \rho_i^2 - \Delta\rho_i^2 = \sqrt{(x^2 - x_u)^2 + (y^2 - y_u)^2 + (z^2 - z_u)^2} + c\tau_u \\ \rho_i^3 - \Delta\rho_i^3 = \sqrt{(x^3 - x_u)^2 + (y^3 - y_u)^2 + (z^3 - z_u)^2} + c\tau_u \\ \rho_i^4 - \Delta\rho_i^4 = \sqrt{(x^4 - x_u)^2 + (y^4 - y_u)^2 + (z^4 - z_u)^2} + c\tau_u \end{cases} \quad (11)$$

假设用相对星历误差修正方法来解算用户位置,其中修正后的卫星星历位置为  $(x'^k, y'^k, z'^k)$ , 其中  $k = 1, 2, 3, 4$ , 用户的位置为  $(x'_u, y'_u, z'_u)$ , 用户时钟为  $c\tau'_u$ , 定位方程组可以表示为:

$$\begin{cases} \rho_i^1 - (\Delta\rho_i^1 - \Delta\rho_i^1) = \sqrt{(x'^1 - x_u)^2 + (y'^1 - y_u)^2 + (z'^1 - z_u)^2} + c\tau'_u \\ \rho_i^2 - (\Delta\rho_i^2 - \Delta\rho_i^1) = \sqrt{(x'^2 - x_u)^2 + (y'^2 - y_u)^2 + (z'^2 - z_u)^2} + c\tau'_u \\ \rho_i^3 - (\Delta\rho_i^3 - \Delta\rho_i^1) = \sqrt{(x'^3 - x_u)^2 + (y'^3 - y_u)^2 + (z'^3 - z_u)^2} + c\tau'_u \\ \rho_i^4 - (\Delta\rho_i^4 - \Delta\rho_i^1) = \sqrt{(x'^4 - x_u)^2 + (y'^4 - y_u)^2 + (z'^4 - z_u)^2} + c\tau'_u \end{cases} \quad (12)$$

将  $\Delta\rho_i^1$  移项得

$$\begin{cases} \rho_i^1 - \Delta\rho_i^1 = \sqrt{(x'^1 - x_u)^2 + (y'^1 - y_u)^2 + (z'^1 - z_u)^2} + c\tau'_u + \Delta\rho_i^1 \\ \rho_i^2 - \Delta\rho_i^2 = \sqrt{(x'^2 - x_u)^2 + (y'^2 - y_u)^2 + (z'^2 - z_u)^2} + c\tau'_u + \Delta\rho_i^1 \\ \rho_i^3 - \Delta\rho_i^3 = \sqrt{(x'^3 - x_u)^2 + (y'^3 - y_u)^2 + (z'^3 - z_u)^2} + c\tau'_u + \Delta\rho_i^1 \\ \rho_i^4 - \Delta\rho_i^4 = \sqrt{(x'^4 - x_u)^2 + (y'^4 - y_u)^2 + (z'^4 - z_u)^2} + c\tau'_u + \Delta\rho_i^1 \end{cases} \quad (13)$$

移项后比较式(11)与(13),四个等式的左边是相等的。如果等式右边  $\Delta\rho_i^1$  的影响能完全落到用户时钟偏差  $c\tau'_u$  上,由(1)式可得出对用户定位是没有影响的结论。究竟是否会按这种假设解算呢? 也需要进一步求证。

假设用户到卫星的单位矢量  $\vec{e}_i = (\cos\alpha_i, \cos\beta_i, \cos\gamma_i)$ ,  $H$  为单位矢量构成的方向余弦阵,用户的定位误差  $\Delta\vec{X} = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t]'$ ,  $\cos^2\alpha_i + \cos^2\beta_i + \cos^2\gamma_i = 1$ ,  $\Delta\rho = [\Delta\rho_i^1, \Delta\rho_i^2, \Delta\rho_i^3, \Delta\rho_i^4]'$ , 则

当卫星的可视数  $n \geq 4$  时,可以得到用户定位解的修正量为

$$\begin{cases} \Delta x = (H^T H)^{-1} H^T \Delta\rho & (n > 4) \\ \Delta x = H^{-1} \Delta\rho & (n = 4) \end{cases} \quad (14)$$

$H$  可以表示为

$$H = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & \cos\beta_1 & \cos\gamma_1 & 1 \\ \cos\alpha_2 & \cos\beta_2 & \cos\gamma_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ \cos\alpha_n & \cos\beta_n & \cos\gamma_n & 1 \end{bmatrix}$$

由于  $\Delta\rho_i^k - \Delta\rho_i^1$  是一种标量相减, 站星之间的方向矢量没有改变, 只是在矢径上的距离发生了变化。因此修正前后方向余弦阵是不变的, 同样修正前后  $H^{-1}$  也是不变的。下面对绝对星历修正和相对星历修正对用户的定位和定时作一比较。

算例一: 利用四颗星的修正星历对用户定位误差的修正结果

假设四颗星的的绝对星历伪距误差  $\Delta\rho = [1 \ 4 \ 5 \ 3]'$ , 则相对星历的伪距误差为  $\Delta\rho' = [0 \ 3 \ 4 \ 2]'$ , 方向余弦阵及其逆阵为

$$H = \begin{bmatrix} 0.2000 & 0.4000 & 0.8944 & 1.0000 \\ 0.5000 & 0.3000 & 0.7071 & 1.0000 \\ 0.8000 & 0.5000 & 0.3317 & 1.0000 \\ 0.7000 & 0.6000 & 0.3873 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$H^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} -15.4623 & 19.6473 & -28.0172 & 23.8322 \\ -6.6285 & 7.2799 & -18.5828 & 17.9314 \\ -15.8881 & 22.2434 & -34.9539 & 28.5987 \\ 20.9542 & -26.7359 & 44.2993 & -37.5176 \end{bmatrix}$$

利用(13)可得

$$\begin{cases} \Delta\vec{X} = [-5.4623 & -16.6285 & -15.8881 & 22.9542]' \\ \Delta\vec{X}' = [-5.4623 & -16.6285 & -15.8881 & 21.9542]' \end{cases}$$

结果显示, 两种方法得出的用户定位误差修正量是一致的, 但用户定时误差修正量相差 1ns。

算例二: 利用五颗星的修正星历对用户定位误差的修正结果

假设四颗星的的绝对星历伪距误差  $\Delta\rho = [1 \ 4 \ 5 \ 3 \ 2]'$ , 则相对星历伪距误差为  $\Delta\rho' = [0 \ 3 \ 4 \ 2 \ 1]'$ , 方向余弦阵及其逆阵为

$$H = \begin{bmatrix} 0.2000 & 0.4000 & 0.8944 & 1.0000 \\ 0.5000 & 0.3000 & 0.7071 & 1.0000 \\ 0.8000 & 0.5000 & 0.3317 & 1.0000 \\ 0.7000 & 0.6000 & 0.3873 & 1.0000 \\ 0.6000 & 0.7000 & 0.3873 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$(H^T H)^{-1} H^T =$

$$\begin{bmatrix} -4.4158 & 4.1821 & -16.2196 & 28.9581 & -12.5048 \\ -1.5644 & 0.1901 & -13.1743 & 20.2813 & -5.7327 \\ -3.1878 & 4.4629 & -21.3901 & 34.4920 & -14.3770 \\ 5.1814 & -4.6540 & 27.4542 & -44.8367 & 17.8551 \end{bmatrix}$$

利用(13)可得

$$\begin{cases} \Delta\vec{X} = [-6.9206 & -17.2971 & -17.5648 & 25.0365]' \\ \Delta\vec{X}' = [-6.9206 & -17.2971 & -17.5648 & 24.0365]' \end{cases}$$

算例二进一步证明绝对星历修正与相对星历修正对用户定位误差修正是等效的, 定位修正精度随观察的卫星数目的增大而提高; 同时, 相对星历误差修正带来了一定的用户定时误差(算例中为 1ns), 这种偏差是由于基准星 1 的星历没有修正带来的, 它不随观测卫星数改变而改变, 是固定偏差。

WAAS 算法采用的绝对星历误差修正, 由于采用高维矩阵的运算, DOP 值很大, 同样多的伪距误差反映到星历修正量, 导致修正量误差放大了同 DOP 值一样大的倍数; 本广域差分采用相对星历修正, 避免了高维矩阵的运算, 算法复杂度大大减低了, 提高星历改正数的精度, 且更有利于提高广域差分广播的实时性。

#### 4 相对星历误差的修正算法

站间严格同步只是站间非严格同步的一种特殊情况, 因此, 为了便于统一性, 用站间非严格同步来进行相对星历误差的修正。为了后面表述的方便, 将  $\Delta\rho_i^k - \Delta\rho_i^1$  用  $\Delta\rho_i^k$  代替。这样相对星历误差可表示为

$$\Delta\rho_i^k = \rho_i^k - \rho_i^1 - (R_i^k - R_i^1) - [\rho_i^k - R_i^k - (\rho_i^1 - R_i^1)] \quad (15)$$

假设假设第  $i$  个差分站的测绘位置为  $(x_i, y_i, z_i)$ , 卫星修正前的第  $k$  颗卫星的广播星历为  $(x^k, y^k, z^k)$ , 修正前的星历与差分站之间的几何距离(简称站星距离)为  $\tilde{R}_i^k$ , 修正后的星历为  $(X^k, Y^k, Z^k)$ , 修正后的站星距离为  $R_i^k$ 。则差分修正前后的星历误差可表示为

$$\tilde{R}_i^k - R_i^k = \Delta\rho_i^k \quad (16)$$

其中  $R_i^k = \sqrt{(X^k - x_i)^2 + (Y^k - y_i)^2 + (Z^k - z_i)^2}$ ,  $\tilde{R}_i^k = \sqrt{(x^k - x_i)^2 + (y^k - y_i)^2 + (z^k - z_i)^2}$ ,  $\Delta\rho_i^k = \rho_i^k - \rho_i^1 - (R_i^k - R_i^1) - [\rho_i^k - R_i^k - (\rho_i^1 - R_i^1)]$ , 方程中只有  $(X^k, Y^k, Z^k)$  是未知量, 因此对于第  $k$  颗卫星 ( $k = 1, 2, \dots, n$ ), 可由至少 3 个方程 ( $i \neq 1, i = 2, \dots, m$ ) 组成的方程组解算修正星历。其解算方程组可以写为

$$\left\{ \begin{aligned} \sqrt{(x^k - x_1)^2 + (y^k - y_1)^2 + (z^k - z_1)^2} - \sqrt{(X^k - x_1)^2 + (Y^k - y_1)^2 + (Z^k - z_1)^2} &= \Delta\rho_1^k \\ \sqrt{(x^k - x_2)^2 + (y^k - y_2)^2 + (z^k - z_2)^2} - \sqrt{(X^k - x_2)^2 + (Y^k - y_2)^2 + (Z^k - z_2)^2} &= \Delta\rho_2^k \\ &\vdots \\ \sqrt{(x^k - x_m)^2 + (y^k - y_m)^2 + (z^k - z_m)^2} - \sqrt{(X^k - x_m)^2 + (Y^k - y_m)^2 + (Z^k - z_m)^2} &= \Delta\rho_m^k \end{aligned} \right. \quad (17)$$

通过串行或并行控制,可由上式解算出所有卫星的修正星历。

上式是非线性方程,因此求解时可以采用线性最小二乘法求解(或 Kalman 滤波等其他方法)。采用广播星历位置作为估计位置,于是可得线性方程组

$$\left\{ \begin{aligned} l_1^k \Delta X^k + m_1^k \Delta Y^k + n_1^k \Delta Z^k &= \Delta\rho_1^k \\ l_2^k \Delta X^k + m_2^k \Delta Y^k + n_2^k \Delta Z^k &= \Delta\rho_2^k \\ &\vdots \\ l_m^k \Delta X^k + m_m^k \Delta Y^k + n_m^k \Delta Z^k &= \Delta\rho_m^k \end{aligned} \right. \quad (18)$$

式中,  $[l_i^k \quad m_i^k \quad n_i^k]$  ——第  $i$  个差分站到第  $k$  颗卫星的单位矢量的方向余弦,即为

$$l_i^k = \frac{x^k - x_i}{R_i^k}, m_i^k = \frac{y^k - y_i}{R_i^k}, n_i^k = \frac{z^k - z_i}{R_i^k}$$

$$\Delta X^k = X^k - x^k, \Delta Y^k = Y^k - y^k, \Delta Z^k = Z^k - z^k$$

上面方程组写成矩阵形式:

$$\Delta E^k = \begin{bmatrix} \Delta X^k \\ \Delta Y^k \\ \Delta Z^k \end{bmatrix}, H^k = \begin{bmatrix} l_1^k & m_1^k & n_1^k \\ l_2^k & m_2^k & n_2^k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ l_m^k & m_m^k & n_m^k \end{bmatrix}, \Delta\rho^k = \begin{bmatrix} \Delta\rho_1^k \\ \Delta\rho_2^k \\ \vdots \\ \Delta\rho_m^k \end{bmatrix}$$

得

$$\Delta\rho^k = H^k \Delta E^k \quad (19)$$

这是超定方程,采用线性最小二乘法的解为

$$\Delta E^k = (H'^k H^k)^{-1} H'^k \Delta\rho^k \quad (20)$$

则第  $K$  颗卫星的修正星历为

$$\begin{cases} X^k = x^k + \Delta X^k \\ Y^k = y^k + \Delta Y^k \\ Z^k = z^k + \Delta Z^k \end{cases} \quad (21)$$

### 5 星钟二次修正

第三节提到相对星历修正使用户定时存在一个

固定偏差,这对定时用户是不利的,需要对这种偏差校正。固定偏差实际上是由于基准星 1 的星历没有修正带来的,对所有卫星而言都是一致的,由于星钟和星历修正量具有伪距等效性,我们可以简化为将固定偏差加到星钟修正量上,这一过程称星钟二次修正。固定偏差在上面算例中是通过绝对星历伪距误差导出的绝对时钟偏差减去相对星历伪距误差导出的相对时钟偏差得到的,但是实际上卫星的绝对星历伪距误差并不已知,绝对时钟偏差不能得到,因此,星钟二次修正需采用如下方法:

(1) 在主控站零基线处放置一台接收机进行定时观测,接收机时钟同系统时钟比对得到用户的绝对时钟偏差;

(2) 接收机接收 4 颗或 4 颗以上的卫星,通过用户定位方程解算相对星历修正后的相对时钟偏差。

(3) 比对结果和解算结果之差即为二次星钟修正量,这种修正量的实质是基准星 1 存在卫星星历误差而没有修正,它对所有卫星都是一致的,所以星钟二次修正量对所有卫星都是相同的。定时用户利用二次修正量,可以获得高精度的定时精度。

### 6 结论

本文提出的星钟和星历误差相对分离原理解决了 WAAS 传统广域差分方法需要复杂的同步网为基础和因 DOP 值太大导致修正量精度不高的问题。相对分离的理论包括三个主要部分:(1) 以所有广播星历为基准,通过一个时间同步基准站实现星钟误差的相对分离;(2) 以各卫星星钟误差相对分离结果,实现所有卫星星历误差的相对分离;(3) 对于基准星的星历未修正导致的固定偏差进行星钟二次修正。该理论的实现方法可简单归纳为星钟-星历-星钟的修正思路。值得说明的是这种相对分离方法没有把星钟和星历修正到它们的真值,但修正量的总和与分离前星钟和星历误差等效的总径向伪距误差相等,因此对用户的定位和定时精度与绝对分

离等价。但这种等价并不意味着与传统的 WAAS 方法等价,因为 WAAS 是将星钟和星历统一解算后分离的,而理想的绝对分离同相对分离一样指的是先分离后单独解算,这是根本不同的。正是先分离后解算,才使得解算出的 DOP 值比 WAAS 算法小得多,相对星历的准确度更高,最终用户比 WAAS 定位得更准。此外,基准站无需时间同步给差分系统建设大大降低了难度和成本。这种方法经过严密的理论推导和仿真论证,是科学的,对各种卫星导航系统的差分增强系统建设均具有重要参考价值。

#### 参考文献:

- [1] Enge P, Walter T, Pullen S, et al. Wide area augmentation of the global positioning system[J]. Proceedings of the IEEE, 1996, 84(9): 1063 - 1088.
- [2] Yeou-Jyh Tsai. Wide Area Differential Operation of the Global Positioning System: Ephemeris and clock algorithms[Ph. D thesis], Stanford University, Aug, 1999.
- [3] ELLiott D, Kaplan 著, 邱致和, 王万义译. GPS 原理与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002, 1: 220 - 225. [ELLIott D, Kaplan, the translation by Qiu Zhi-he, Wang Wan-yi. The Theory and Application of GPS[M]. Beijing: Published by Electronic Industry Press, 2002 (the first edition): 220 - 225.]
- [4] Parkinson W, Spilker J. Global Positioning System: Theory & Applications Volume II[M]. Published by American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996: 81 - 114.
- [5] Ormand D. Wide Area Augmentation System (WAAS)[C]. Precise Time and Time Interval(PTTI) meeting, 1999: 155 - 160.
- [6] 王惠南. GPS 导航原理与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003, 1: 110 - 112. [WANG Hui-nan. The Navigation Theory & Application of GPS[M]. Published by Science Press, 2003(the first edition): 110 - 112.]

作者简介:蔡成林(1969 - ),男,副教授,博士生,研究方向为卫星导航系统的差分定位新理论、新技术和新方法。  
通信地址:陕西省西安市临潼区书院东路 3 号国家授时中心(710600)  
电话:(029)83890443  
E-mail:chengcailin@126.com

## A Novel Wide Area Differential Method on Separated Calculation of Satellite Clock Errors and Ephemeris Errors

CAI Cheng-lin<sup>1,2,3</sup>, LI Xiao-hui<sup>1</sup>, WU Hai-tao<sup>1</sup>

(1. National Time Service Center, The Chinese Academy of Sciences, Shanxi 710600, China;

2. Hunan Institute of Humanities, Science and Technology, Hunan 417000, China;

3. The Graduate University of The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Armed at the problems of the great dilution of precision (DOP) value and strict time synchronization among differential reference stations in Wide Area Augmentation system (WAAS) et al. traditional wide area differential method, a novel wide area differential method based on the relative separation between satellite clock errors and satellite ephemeris errors. The relative separation theory presented includes three parts: the separation of satellite clock errors relative to broadcast ephemeris, the separation of satellite ephemeris errors relative to that of satellite clock errors and the second correction on the fixed difference due to no correction of the reference satellite. It can be summarized as the corrective thought of satellite clock-satellite ephemeris-satellite clock. Besides no necessity of strict time synchronization among differential reference stations, this method can obtains more accurate user position than WAAS et al. It has proved to be scientific by theoretical and instance argumentation, and to be suitable for all kinds of wide area differential systems suited to satellite navigation systems.

**Key words:** Dilution of precision (DOP); Wide area differential; Satellite clock errors; Satellite ephemeris errors; Correction