

文章编号:1671-9352(2008)10-0012-06

# 基于单向 S-粗集的知识堆垒与知识垛识别

张凌<sup>1,2</sup>, 邱育锋<sup>1,2</sup>, 任雪芳<sup>1,2</sup>

(1. 龙岩学院数学与计算机科学学院, 福建 龙岩 364000; 2. 山东大学数学与系统科学学院, 山东 济南 250100)

**摘要:**利用单向 S-粗集, 给出知识堆垒及它生成的知识垛的概念, 知识垛具有动态特性, 给出粗知识垛的生成, 提出粗知识垛生成原理及还原定理, 提出粗知识垛分辨尺度及识别准则与识别定理, 并给出应用。

**关键词:**单向 S-粗集; 知识堆垒; 知识垛; 粗知识垛; 粗知识垛识别

**中图分类号:** O159; TP181 **文献标志码:** A

## One direction S-rough sets-based knowledge addition and knowledge battlement recognition

ZHANG Ling<sup>1,2</sup>, QIU Yu-feng<sup>1,2</sup>, REN Xue-fang<sup>1,2</sup>

(1. School of Mathematics and Computer Science, Longyan University, Longyan 364000, Fujian, China;  
2. School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100, Shandong, China)

**Abstract:** By employing one direction S-rough sets, the concepts of knowledge addition and knowledge battlement generated by knowledge addition were presented, where knowledge battlement has dynamic characteristic. Then rough knowledge battlement generation was given, and the generation principle and the reversion theorem of rough knowledge battlement were proposed. Furthermore, the discernibility metric of rough knowledge battlement was given, and the recognition rule and recognition theorem of rough knowledge battlement were proposed. Finally the applications were given.

**Key words:** one direction S-rough sets; knowledge addition; knowledge battlement, rough knowledge battlement; rough knowledge battlement recognition

## 0 引言

史开泉等于 2002 年<sup>[1]</sup>改进了 Z. Pawlak 粗集<sup>[2,3]</sup>, 提出 S-粗集(Singular rough sets), 文献[4-10]给出了 S-粗集若干新的讨论与应用。S-粗集是用具有动态特征的知识( $R$ -元素等价类) $[x]$ 定义的, S-粗集具有动态特性(单向动态特性, 双向动态特性)。S-粗集具有 3 类形式<sup>[4-6]</sup>: 单向 S-粗集(one direction Singular rough sets), 单向 S-粗集对偶(dual of one direction Singular rough sets)与双向 S-粗集(two direction Singular rough sets)。本文给出的结果, 是利用单向 S-粗集得到的。在单向 S-粗集中, 知识 $[x]$ 具有这样的特征: 设  $\alpha$  是 $[x]$ 的属性集, 若对 $[x]$ 内给予元素补充, 则  $\alpha$  中的属性个数被减少; 若  $y_i = (y_{i,1}, y_{i,2}, \dots, y_{i,n})$  是  $x_i \in [x]$ 的特征值,  $y_{i,j} \in \mathbf{R}, j = 1, 2, \dots, n, \mathbf{R}$  是实数集, 则知识 $[x]$ 对应一个数据集  $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 。这里:  $y_j = \sum_{i=1}^t y_{i,j}, j = 1, 2, \dots, n, [x] = \{x_1, x_2, \dots, x_t\}$ ; 如果对知识 $[x]$ 内给予元素补充, 知识 $[x]$ 生成 $[x]^f = \{x_1, x_2, \dots, x_t, \dots, x_\lambda\}, \lambda > t$ , 而且  $[x] \subseteq [x]^f$ , 知识 $[x]^f$ 对应一个数据集  $y^f = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ , 这里:  $z_j = \sum_{i=1}^\lambda y_{i,j}, j = 1, 2, \dots, n$ 。显然, 因为对

收稿日期: 2008-05-06

基金项目: 山东省自然科学基金资助项目(Y2007H02); 福建省教育厅 A 类科技项目资助项目(JA07176); 福建省资助省属高校项目(2008F5042)

作者简介: 张凌(1963-), 男, 副教授, 研究方向为粗集与粗系统理论与应用. Email: zl79024@163.com

知识 $[x]$ 内给予元素补充,知识 $[x]$ 对应的数据集被改变, $y$ 变成 $y^f$ ,知识 $[x]$ 变成新知识 $[x]^f$ ,这种有趣的现象也是动态信息系统具有的特征。在动态信息系统中,系统知识随着干扰信息元素对信息系统的入侵,系统知识对应的数据集被改变,从而产生新的知识。本文把单向 S-粗集移植,嫁接到信息系统中的知识挖掘及干扰分析中,给出几个重要结果与应用。

单向 S-粗集是动态信息系统研究中的一个新的工具与方法,单向 S-粗集与动态信息系统交叉,渗透,共享,能够得到一个新的研究方向。

为了便于讨论,能够容易地接受本文给出的结果,保持论文内容的完整;把单向 S-粗集简单地引入到第 1 章中,作为本文讨论依赖的理论基础。

## 1 S-粗集<sup>[1,4,5]</sup>

**约定 1**  $U$  是有限元素论域, $X \subset U$  是  $U$  上的有限元素集, $R$  是  $U$  上的元素等价关系, $[x]$  是知识( $R$ -元素等价类), $f \in F$  是元素迁移, $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$  是元素迁移族, $f \in F$  的特征是: $u \in U, u \bar{\in} X, f(u) = x \in X$ 。 $\bar{f} \in \bar{F}$  是元素迁移, $\bar{F} = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_n\}$  是元素迁移族, $\bar{f} \in \bar{F}$  的特征是: $x \in X, \bar{f}(x) = u \bar{\in} X$ 。

### 1.1 单向 S-粗集

给定元素集  $X \subset U$ , 称  $X^\circ$  是  $X$  的单向 S-集合(one direction Singular sets), 如果

$$X^\circ = X \cup \{u \mid u \in U, u \bar{\in} X, f(u) = x \in X\}. \quad (1)$$

称  $X^f$  是  $X$  的  $f$ -扩张, 如果

$$X^f = \{u \mid u \in U, u \bar{\in} X, f(u) = x \in X\}, \quad (2)$$

$(R, F)_\circ(X^\circ), (R, F)^\circ(X^\circ)$  分别是  $X^\circ \subset U$  的下近似, 上近似, 如果

$$(R, F)_\circ(X^\circ) = \bigcup [x] = \{x \mid x \in U, [x] \subseteq X^\circ\}, \quad (3)$$

$$(R, F)^\circ(X^\circ) = \bigcup [x] = \{x \mid x \in U, [x] \cap X^\circ \neq \emptyset\}, \quad (4)$$

由  $(R, F)_\circ(X^\circ), (R, F)^\circ(X^\circ)$  构成的集合对, 而且

$$((R, F)_\circ(X^\circ), (R, F)^\circ(X^\circ)), \quad (5)$$

称作  $X^\circ \subset U$  的单向 S-粗集(one direction Singular rough sets)。

称  $B_{nr}(X^\circ)$  是  $X^\circ \subset U$  的  $R$ -边界, 如果

$$B_{nr}(X^\circ) = (R, F)^\circ(X^\circ) - (R, F)_\circ(X^\circ). \quad (6)$$

称  $As(X^\circ)$  是单向 S-粗集生成的副集(assitant sets), 如果

$$As(X^\circ) = \{x \mid u \in U, u \bar{\in} X, f(u) = x \tilde{\in} X\}. \quad (7)$$

这里:“ $\tilde{\in}$ ”是一个特别的记号, 见文献[1]。

单向 S-粗集的更多概念见文献[1-6]。

利用式(1)~(7)与文献[1-10], 得到定理 1。

**定理 1** (单向 S-粗集与 Z. Pawlak 粗集关系定理) 若  $F = \phi$ , 则单向 S-粗集与 Z. Pawlak 粗集满足

$$((R, F)_\circ(X^\circ), (R, F)^\circ(X^\circ))_{F=\phi} = (R_-(X), R^-(X)). \quad (8)$$

这里:  $(R_-(X), R^-(X))$  是 Z. Pawlak 1982 年提出的粗集<sup>[2,3]</sup>,  $X \subset U$ ,  $R_-(X)$  是  $X$  的下近似,  $R^-(X)$  是  $X$  的上近似,  $R$  是等价关系。

事实上, 若  $F = \phi$ , 式(1)中的  $\{u \mid u \in U, u \bar{\in} X, f(u) = x \in X\} = \phi$ ,  $X^\circ = X$ ; 式(3)中  $(R, F)_\circ(X^\circ) = \bigcup [x] = \{x \mid x \in U, [x] \subseteq X^\circ\} = \{x \mid x \in U, [x] \subseteq X\} = \bigcup [x] = R_-(X)$ ; 式(4)中  $(R, F)^\circ(X^\circ) = \bigcup [x] = \{x \mid x \in U, [x] \cap X^\circ \neq \emptyset\} = \{x \mid x \in U, [x] \cap X \neq \emptyset\} = \bigcup [x] = R^-(X)$ , 则  $((R, F)_\circ(X^\circ), (R, F)^\circ(X^\circ))_{F=\phi} = (R_-(X), R^-(X))$ 。

**命题 1** 在动态-静态条件下, 单向 S-粗集是 Z. Pawlak 粗集的一般形式, Z. Pawlak 粗集是单向 S-粗集的特例。

**命题 2** Z. Pawlak 粗集中,副集  $As(X^\circ) = \phi$ 。

**命题 3** 单向 S-粗集的属性集  $\{(\alpha^\circ)_-, (\alpha^\circ)^-\}$  与 Z. Pawlak 粗集的属性集  $\{\alpha_-, \alpha^-\}$  满足

$$\{(\alpha^\circ)_-, (\alpha^\circ)^-\} \subseteq \{\alpha_-, \alpha^-\}。 \quad (9)$$

这里:  $(\alpha^\circ)_-, (\alpha^\circ)^-$  分别是  $(R, F)^\circ(X^\circ), (R, F)^\circ(X^\circ)$  的属性集;  $\alpha_-, \alpha^-$  分别表示  $R_-(X), R^-(X)$  的属性集。式(9)表示:  $(\alpha^\circ)_- \subseteq \alpha_-, (\alpha^\circ)^- \subseteq \alpha^-$ 。

**命题 4**  $[x]^f$  的属性集  $\alpha^f$  与  $[x]$  的属性集  $\alpha$  满足  $\alpha^f \subseteq \alpha$ 。

由定理 1, 容易证明命题 1 ~ 4。

利用式(1) ~ (9), 定理 1, 命题 1 ~ 4, 第 2 章给出知识堆垒与知识垛生成。

## 2 知识堆垒与知识垛生成

**约定 2**  $\cup[x] = \{x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,m_1}, x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{2,m_2}, \dots, x_{m,1}, x_{m,2}, \dots, x_{m,m_m}\} = [x]_1 \cup [x]_2 \cup \dots \cup [x]_m$ ,  $m, m_1, m_2, \dots, m_m \in I, I$  是指标集, 元素  $x_{i,j} \in [x]_i$  具有特征值  $y_i = (y_{i,1}, y_{i,2}, \dots, y_{i,n})$  或者知识  $[x]_i$  具有特征值  $y_i$ 。这里:  $j = 1, \dots, m_i, i = 1, \dots, m, n \in N$ , 元素  $x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m_i} \in [x]_i$  有相同的特征值  $y_i$ ,  $[x^\circ]_- = (R, F)^\circ(X^\circ) = \cup[x] = [x]_1 \cup [x]_2 \cup \dots \cup [x]_\lambda, [x^\circ]^- = (R, F)^\circ(X^\circ) = \cup[x] = [x]_1 \cup [x]_2 \cup \dots \cup [x]_t, [x^\circ]_- \subseteq [x^\circ]^-, \lambda \leq t$ ; 在 2, 3, 4 的讨论中, 元素  $x_{i,j} \in [x]_i$  是具有多特征值的知识, 或者知识  $[x]_i$  具有特征值  $(y_{i,1}, y_{i,2}, \dots, y_{i,n}), y_{i,k} \in \mathbf{R}, k = 1, 2, \dots, n, \mathbf{R}$  是实数集。

**定义 1** 称知识  $[x]_\cup$  是  $\cup[x]$  生成的知识垛, 如果  $[x]_\cup$  具有特征值  $y$ , 其中

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_n), \quad (10)$$

$$y_k = \sum_{i=1}^m y_{i,k} \circ (k = 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

**定义 2** 生成知识垛  $[x]_\cup$  的过程, 称为  $\cup[x]$  上的知识堆垒。

**定义 3** 称  $[x^\circ]_{\cup,-}$  是  $[x^\circ]_-$  生成的下知识垛, 如果知识  $[x^\circ]_{\cup,-}$  具有特征值  $y_-$ , 其中

$$y_- = (y_{1,-}, y_{2,-}, \dots, y_{n,-}), \quad (12)$$

$$y_{k,-} = \sum_{i=1}^{\lambda} y_{i,k} \circ (k = 1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

**定义 4** 称  $[x^\circ]_{\cup}^-$  是  $[x^\circ]^-$  生成的上知识垛, 如果知识  $[x^\circ]_{\cup}^-$  具有特征值  $y^-$ , 其中

$$y^- = (y_1^-, y_2^-, \dots, y_n^-), \quad (14)$$

$$y_k^- = \sum_{i=1}^t y_{i,k} \circ (k = 1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

**定义 5** 由  $[x^\circ]_{\cup,-}, [x^\circ]_{\cup}^-$  构成的知识垛对称作单向 S-粗集生成的粗知识垛, 而且

$$([x^\circ]_{\cup,-}, [x^\circ]_{\cup}^-)。 \quad (16)$$

这里指出“堆垒”是数论中的一个名词, 借用这个名词表达动态知识的特征值具有可垒加的特征。

与定义 3, 4, 5 类似。

**定义 6** 称  $[x]_{R,-}$  是  $R_-(X)$  生成的下知识垛, 如果  $[x]_{R,-}$  具有特征值  $y_{R,-}$ , 其中

$$y_{R,-} = (y'_{1,-}, y'_{2,-}, \dots, y'_{n,-}), \quad (17)$$

$$y'_{k,-} = \sum_{i=1}^{\lambda} y'_{i,k} \circ (k = 1, 2, \dots, n) \quad (18)$$

这里:  $R_-(X) = \cup[x] = [x]_1 \cup [x]_2 \cup \dots \cup [x]_\lambda, [x]_i$  具有特征值  $y_i = (y'_{i,1}, y'_{i,2}, \dots, y'_{i,n}), i = 1, \dots, \lambda$ 。

**定义 7** 称  $[x]_{R^-}$  是  $R^-(X)$  生成的上知识垛, 如果  $[x]_{R^-}$  具有特征值  $y_{R^-}$ , 其中

$$y_{R^-} = (y'_{1^-}, y'_{2^-}, \dots, y'_{n^-}), \quad (19)$$

$$y_{k^-} = \sum_{i=1}^t y'_{i,k} \circ (k = 1, 2, \dots, n) \quad (20)$$

这里:  $R^-(X) = \cup[x] = [x]_1 \cup [x]_2 \cup \dots \cup [x]_t, [x]_i$  具有特征值  $y_i = (y'_{i,1}, y'_{i,2}, \dots, y'_{i,n}), i = 1, \dots, t, t \geq \lambda$ 。

**定义 8** 由  $[x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}}$  构成的知识垛对称作  $Z$ . Pawlak 粗集生成的粗知识垛,且中粗知识垛为

$$([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}}). \quad (21)$$

由式(10)~(21)得到:

**命题 5** 单向  $S$ -粗集生成的粗知识垛  $([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}})$  存在而且惟一。

**命题 6**  $Z$ . Pawlak 粗集生成的粗知识垛  $([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})$  存在而且惟一。

**命题 7** 知识堆垒产生知识垛。

命题 5~7 的结论是显然的,证明略。

由式(10)~(21),命题 1~7 得到:

**定理 2** (粗知识垛  $([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}})$  的  $F$ -还原定理) 若  $\{(\alpha^\circ)_-, (\alpha^\circ)^-\}$  是  $((R, F)^\circ(X^\circ), (R, F)^\circ(X^\circ))$  的属性集,  $\{\alpha_-, \alpha^-\}$  是  $(R_-(X), R^-(X))$  的属性集, 则  $([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}})$  被还原成  $([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})$ , 而且

$$([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}}) = ([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}}) \quad (22)$$

的充分必要条件是

$$(\alpha^\circ)_- \cup \{f(\alpha_i) = \beta_i\} = \alpha_-, \quad (23)$$

$$(\alpha^\circ)^- \cup \{\bar{f}(\alpha_j) = \beta_j\} = \alpha^-. \quad (24)$$

**证明** 这里仅证明  $[x^\circ]_{U,-}$  被还原为  $[x]_{R,-}$ ,  $[x^\circ]_{\bar{U}}$  被还原为  $[x]_{\bar{R}}$  的证明略。设  $[x]^f$  是单向  $S$ -粗集中的知识 ( $R$ -元素等价类),  $[x]$  是  $Z$ . Pawlak 粗集中的知识 ( $R$ -元素等价类), 则有  $[x] \subseteq [x]^f$ ,  $R_-(X) = \cup [x] \subseteq \cup [x]^f = (R, F)^\circ(X^\circ)$ 。设  $\alpha_-$  是  $R_-(X)$  的属性集,  $(\alpha^\circ)_-$  是  $(R, F)^\circ(X^\circ)$  的属性集, 则有  $(\alpha^\circ)_- \subseteq \alpha_-$ ; 则有  $\alpha_i \in \alpha_-, \alpha_i \in (\alpha^\circ)_-, f \in F$ , 把  $\alpha_i$  变成  $f(\alpha_i) = \beta_i \in \alpha_-$ , 而且  $\{f(\alpha_i) = \beta_i\} \cup (\alpha^\circ)_- = \alpha_-$ ,  $[x^\circ]_- = (R, F)^\circ(X^\circ)$  与  $[x]_- = R_-(X)$  具有相同的属性集, 数据  $y_-$  对应的知识垛  $[x^\circ]_{U,-}$  与数据  $y_{R,-}$  对应的知识垛  $[x]_{R,-}$  满足  $[x^\circ]_{U,-} = [x]_{R,-}$ ,  $[x^\circ]_{U,-}$  被还原成  $[x]_{R,-}$ 。

利用式(10)~(21)中的概念,第 3 章中给出粗知识垛在动态信息系统中的应用。

### 3 粗知识垛在动态信息系统识别中的应用

**定义 9**  $\delta_-, \delta^-$  分别称作知识垛  $[x^\circ]_{U,-}$  关于知识垛  $[x]_{R,-}$  的分辨尺度, 知识垛  $[x^\circ]_{\bar{U}}$  关于知识垛  $[x]_{\bar{R}}$  的分辨尺度, 如果

$$\delta_- = \sum_{i=1}^n y_{i,-}^2 / \sum_{i=1}^n (y'_i)^2, \quad (25)$$

$$\delta^- = \sum_{i=1}^n (y_i^-)^2 / \sum_{i=1}^n (y'^-)^2. \quad (26)$$

**定义 10** 由  $\delta_-, \delta^-$  构成的数对, 称作粗知识垛  $([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}})$  关于粗知识垛  $([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})$  的分辨尺度, 而且

$$(\delta_-, \delta^-). \quad (27)$$

这里:  $y_- = (y_{1,-}, y_{2,-}, \dots, y_{n,-})$  是  $[x^\circ]_{U,-}$  的特征值,  $y_{R,-} = (y'_{1,-}, y'_{2,-}, \dots, y'_{n,-})$  是  $[x]_{R,-}$  的特征值,  $y^- = (y_1^-, y_2^-, \dots, y_n^-)$  是  $[x^\circ]_{\bar{U}}$  的特征值,  $y_{\bar{R}}^- = (y'^-_{1,-}, y'^-_{2,-}, \dots, y'^-_{n,-})$  是  $[x]_{\bar{R}}$  的特征值。

利用式(25)~(27)得到:

**粗知识  $F$ -识别准则**

若  $([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}})$  关于  $([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})$  的分辨尺度满足

$$\delta_- \neq 1, \delta^- \neq 1, \quad (28)$$

或者  $\delta_- = 1, \delta^- = 1$  但  $\exists i_0, j_0, 1 \leq i_0, j_0 \leq n$ , 使得

$$\begin{cases} y_{i_0,-} \neq y'_{i_0}, \\ y_{i_0}^- \neq y'^-_{i_0}, \end{cases} \quad (29)$$

必有

$$([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}}) \neq ([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}}). \tag{30}$$

式(30)表示  $[x^\circ]_{U,-} \neq [x]_{R,-}, [x^\circ]_{\bar{U}} \neq [x]_{\bar{R}}$ 。

**定理 3** ( $([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}})$  与  $([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})$  可分辨定理) 知识  $([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}})$  关于粗数据规律  $([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})$  满足

$$\text{DIS}_{\sigma_- \neq 1, \sigma^- \neq 1} (([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}}), ([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})), \tag{31}$$

$$\text{或者 } \text{DIS}_{\exists i_0, j_0, 1 \leq i_0, j_0 \leq n, y_{i_0, -} \neq y'_{i_0}, y_{j_0, -} \neq y'_{j_0}} (([x^\circ]_{U,-}, [x^\circ]_{\bar{U}}), ([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})). \tag{32}$$

这里 DIS 是 discernibility 的缩写。

**推论 1** 若  $([x^\circ]_{U,*}, [x^\circ]_{\bar{U}}^*)$  是  $([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})$  的  $F$ -还原, 则

$$\text{IND}(([x^\circ]_{U,*}, [x^\circ]_{\bar{U}}^*), ([x]_{R,-}, [x]_{\bar{R}})). \tag{33}$$

这里 IND 是 indiscernibility 的缩写。

利用式(25) ~ (33), 给出粗知识垛在风险投资规律的识别与应用; 为了简化, 又不失一般性, 本例子中只给出下知识垛  $[x^\circ]_{U,-}$  关于下知识垛  $[x]_{R,-}$  的识别。

本章中的例子, 数据来自某集团公司, 集团公司具有 5 个子公司:  $[x]_1, [x]_2, [x]_3, [x]_4, [x]_5$ , 它们的预期利润特征值分别用  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  表示,  $y_i = (y_{i,1}, y_{i,2}, \dots, y_{i,6}), i = 1, \dots, 5$  列入表 1 中。因为一些原因, 表 1 中的数据已做了必要的技术处理, 但不影响本文对结果的分析。

表 1 子公司  $[x]_1, [x]_2, [x]_3, [x]_4, [x]_5$  的利润特征值  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  分布  
Table 1 The distribution of profit  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  from sub-companies  $[x]_1, [x]_2, [x]_3, [x]_4, [x]_5$   $i = 1, \dots, 5$

	$y_{i,1}$	$y_{i,2}$	$y_{i,3}$	$y_{i,4}$	$y_{i,5}$	$y_{i,6}$
$y_1$	1.138 1	1.917 3	1.909 6	2.145 1	2.213 2	3.551 4
$y_2$	2.216 3	2.938 1	1.113 2	2.187 6	2.978 9	3.013 3
$y_3$	1.601 1	1.933 6	1.135 8	3.631 9	2.417 4	2.115 8
$y_4$	1.279 6	2.132 1	2.286 5	2.167 3	1.581 2	3.636 1
$y_5$	2.503 2	2.186 3	3.108 1	2.331 3	3.659 9	2.175 6
$y$	8.738 3	11.107 4	9.553 2	12.463 2	12.850 6	14.492 2

表 1 中,  $y$  是集团公司在  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  的利润分布。利用  $y$  的利润分布特征值:  $(8.738 3, 11.107 4, 9.553 2, 12.463 2, 12.850 6, 14.492 2)$ , 得到集团公司的利润预期值为 69.204 9。

事实上, 集团公司的利润的获取, 往常受到外部条件(属性), 内部条件(属性)的干涉 - 攻击; 因此, 利润值发生变化。设  $[x]_1, [x]_2, [x]_3, [x]_4, [x]_5$  构成关于属性集  $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$  的等价类  $[x] = [x]_1 \cup \dots \cup [x]_5$ ; 属性  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  的名称, 略。由于各种原因, 属性  $\alpha_2$  被删除, 则子公司  $[x]_3$  倒闭, 利润特征值  $y_3$  变成  $y_3^f$ , 子公司  $[x]_4, [x]_5$  的利润特征值  $y_4, y_5$  变成  $y_4^f, y_5^f$ , 因此, 集团公司利润特征值  $y$  变成  $y^f$ ; 或者  $[x]$  变成  $[x]^f, [x]_i$  变成  $[x]_i^f, i = 3, 4, 5$ , 表 1 变成表 2。

表 2 内部条件(属性  $\alpha_2$ ) 干涉 - 攻击,  $[x]_1, [x]_2, [x]_3^f, [x]_4^f, [x]_5^f$  的利润  $y_1, y_2, y_3^f, y_4^f, y_5^f$  分布  
Table 2 The interference-attack of interior condition (attribute  $\alpha_2$ ) and the distribution of profit  $[x]_1, [x]_2, [x]_3^f, [x]_4^f, [x]_5^f$  from  $y_1, y_2, y_3^f, y_4^f, y_5^f$

	$y_{i,1}$	$y_{i,2}$	$y_{i,3}$	$y_{i,4}$	$y_{i,5}$	$y_{i,6}$
$y_1$	1.138 1	1.917 3	1.909 6	2.145 1	2.213 2	3.551 4
$y_2$	2.216 3	2.938 1	1.113 2	2.187 6	2.978 9	3.013 3
$y_3^f$	0	0	0	0	0	0
$y_4^f$	1.279 6	-1.222 3	2.286 5	2.167 3	-0.098 1	3.636 1
$y_5^f$	1.503 2	2.186 3	1.108 1	1.331 3	3.659 9	2.175 6
$y^f$	6.137 2	5.819 4	6.417 4	7.831 3	8.753 9	12.376 4

表 2 中,  $y^f$  是集团公司在受到内部条件(属性  $\alpha_2$ ) 干涉 - 攻击, 在  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  的利润分布。显然, 集团公司的利润分布特征值发生了变化, 集团公司的利润值变为 47.335 6。

利用表1中的  $y, y^f$  的数据, 得到  $\delta_- \approx 0.49 \neq 1$ , 利用(28), (30)得到  $[x^\circ]_{U,-} \neq [x]_{R,-}$ ;  $[x^\circ]_{U,-}$  是存在投资系统外的风险元素  $x_i$  入侵到投资系统中,  $[x]_{R,-}$  变成  $[x^\circ]_{U,-}$ ,  $[x^\circ]_{U,-}$  被识别。

#### 例子的实证分析

集团公司的子公司, 因受到受到内部条件(属性  $\alpha_2$ )干涉 - 攻击, 导致子公司  $[x]_3$  被迫关闭, 子公司  $[x]_4, [x]_5$  的利润下滑, 集团公司的利润特征值  $y$  变成  $y^f$ , 从而利润值发生改变。实证分析与集团公司利润变化相符。

## 4 讨论

单向 S-粗集是改进了 Z. Pawlak 粗集被提出的, Z. Pawlak 粗集由于受到内部条件干涉 - 攻击(属性被删除), 因此单向 S-粗集具有向外扩张的动态特性, 集合  $X^\circ$  向外扩张, 知识  $[x]$  向外扩张, 从而依知识堆垒所得到的知识垛被改变, 因此得到新的知识, 故单向 S-粗集比 Z. Pawlak 粗集具有更大的应用空间, 本文利用单向 S-粗集, 给出知识堆垒及知识堆垒生成的知识垛的研究, 给出应用, 知识堆垒及知识堆垒生成的知识垛是知识挖掘中新的研究方向。

#### 参考文献:

- [1] 史开泉, 崔玉泉. S-粗集和它的一般结构[J]. 山东大学学报:理学版, 2002, 37(6):471-474.
- [2] PAWLAK Z. Rough sets[J]. International Journal of International Sciences, 1982(11):341-356.
- [3] PAWLAK Z. Rough sets, decision algorithm and Bayes' theorem[J]. European Journal of Operation Research, 2002, (136):181-189.
- [4] SHI Kaiquan. S-rough sets and its application in diagnosis-recognition for disease[J]. IEEE Proceedings of the First International Conference on Machine Learning and Cybernetics: 2002, 4(1):50-54.
- [5] SHI Kaiquan, CHANG Ting Cheng. One direction S-rough sets[J]. International Journal of Fuzzy Mathematics, 2005, 13(2):319-334.
- [6] 史开泉, 崔玉泉. S-粗集与它的分解 - 还原[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(4):646-651.
- [7] 史开泉, 姚炳学. 函数 S-粗集与规律辨识[J]. 中国科学(E), 2008, 38(4):401-412.
- [8] SHI Kaiquan, YAO Bingxue. Function S-rough sets and law identification [J]. Science in China(F), 2008, 51(5): 499-510.
- [9] 张凌, 邱育锋, 任雪芳, 等. 粗规律生成与它的分离[J]. 山东大学学报:理学版, 2008, 43(3):58-63.
- [10] 汤积华, 张凌, 杜英玲, 等. 单向变异 S-粗集的概率特征[J]. 聊城大学学报:自然科学版, 2007, 20(3):43-45.

(编辑:孙培芹)