

一种胶子分布函数的动力学模型

朱伟

沈建国

(上海华东师范大学物理系)

(中国科学院上海原子核研究所)

摘要

本文我们利用分布函数的动力学模型,改进了 Buras 和 Gaemers 关于胶子分布函数的参数化工作^[4],得到了一个能较好地满足 QCD 演化方程(LLA 近似)的胶子分布函数的简单参数式. 在这基础上分析了核子中胶子成份的性质,指出胶子分布函数可以看作由软、硬两个不同部分所组成的.

一、引言

胶子分布函数是分析强子过程的一个重要物理量,虽然有许多作者对此作过讨论,但有关胶子分布函数的具体形式,仍然还有许多不确定的地方. 通过轻子-核子深度非弹性散射实验,利用重整化群方程,可以得到核子中的唯象的胶子分布函数 $xG(x, Q_0^2 = 4(\text{GeV}/c)^2) \sim (1-x)^5$; 但是文献[1]指出: 只要对海分布作适当调整, 在 $x \geq 0.3$ 区域里, 即使略去胶子分布, 仍能得到与实验一致的结果, 而在 $x < 0.3$ 区域里, 现有的深度非弹性散射实验的统计误差太大, 不足以正确地确定胶子的分布函数. 利用光子-胶子聚变模型, 从 J/ψ 粒子的光生实验, 可得到唯象的胶子分布函数为 $xG(x, Q_0^2 = 11(\text{GeV}/c)^2) \sim (1-x)^{5.6[2]}$, 但是这里忽略了光子的类强子分量的贡献, 后者又涉及到矢介子的结构函数等不确定因素. 测定胶子分布函数的另一个途径是通过 $R = F_2(x, Q^2)/F_2(x, Q^2)$ 来分析纵向结构函数^[3]; 但是这里涉及到部分子固有横动量等未知因素. 综上所述, 有关胶子分布函数的形式仍是一个值得进一步探讨的课题.

在本文中我们利用三夸克模型, 结合 QCD 的动力学计算(领头对数近似 LLA), 探讨了不同 Q^2 时的一种可能的胶子分布函数形式, 并对 Buras 和 Gaemers 的参数化工作^[4]作了改进, 得到一个能较正确满足 QCD 演化方程的胶子分布函数的简单参数式. 在这基础上分析了核子中胶子成份的性质, 指出胶子分布函数可以看作是由软、硬两个不同部分所组成的.

本文的组织如下: 第二节给出胶子分布函数的 QCD 演化方程(Altarelli-Parisi 方程), 第三节求出该方程解的参数形式, 第四节对所得到的分布函数作一般性的讨论.

二、胶子分布函数的方程

分布函数随 Q^2 的演化, 在领头对数近似下(LLA), 可以用 Altarelli-Parisi 方程^[5]来描

一

写

其
分

其

这
式

Q²
以

子
Q²
合

(此
夸
件)

写:

$$dq^i(x, t)/dt = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) q^i(y, t) + P_{qG} \left(\frac{x}{y} \right) G(y, t) \right] \quad (1)$$

$$dG(x, t)/dt = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{Gq} \left(\frac{x}{y} \right) \sum_{j=1}^{2f} q^j(y, t) + P_{GG} \left(\frac{x}{y} \right) G(y, t) \right]$$

其中 $t = \ln Q^2/\Lambda^2$.

引入 $SU(4)$ 单态分布函数:

$$\begin{aligned} \Sigma &= u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s} + c + \bar{c} \\ &= u_v + u_s + \bar{u} + d_v + d_s + \bar{d} + s + \bar{s} + c + \bar{c} \\ &= u_v + d_v + 6\xi + \alpha\xi' \end{aligned} \quad (2)$$

其中 ξ, ξ' 分别为非粲和粲海夸克的分布函数, 假定海分布是 $SU(3)$ 简并, $\xi \equiv u, \bar{u} = d_s = \bar{d} = s = \bar{s}, \xi' \equiv c = \bar{c}$. 对(1)式作 Mellin 变换, 并利用(2)式, 可以得到有关胶子分布函数的矩方程^[6]:

$$\begin{aligned} \langle xG(Q^2) \rangle_n &= \left[(1 - \alpha_n) \langle xG(Q_0^2) \rangle_n + \frac{\alpha_n(1 - \alpha_n)}{\beta_n} \langle x\Sigma(Q_0^2) \rangle_n \right] L^{-\alpha_n^-} \\ &\quad + \left[\alpha_n \langle xG(Q_0^2) \rangle_n - \frac{\alpha_n(1 - \alpha_n)}{\beta_n} \langle x\Sigma(Q_0^2) \rangle_n \right] L^{-\alpha_n^+} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\alpha_n = (a_n^{Ns} - a_n^+) / (a_n^- - a_n^+)$

$$\beta_n = a_n^{qG} / (a_n^- - a_n^+), \quad a_n^\pm = \frac{1}{2} (a_n^{Ns} + a_n^{Gq} \pm \Delta_n) \quad (4)$$

$$\Delta_n = [(a_n^{Ns} - a_n^{GG})^2 + 4a_n^{Gq}a_n^{qG}]^{\frac{1}{2}}, \quad L = \ln(Q^2/\Lambda^2) / \ln(\mu^2/\Lambda^2)$$

这里的 $a_n^{Ns}, a_n^{GG}, a_n^{qG}$ 和 a_n^{Gq} 分别是跟 QCD 基本过程 (图 1) 有关的系数, 它们的具体表示式见文献[6].

为了求解方程(3), 必须确定各种分布函数的初始条件, 在唯象处理中, 它们是以某个 Q_0^2 时的结构函数的实验值作为输入, 但是这种方法存在着第一节所指出的不确定性, 所以本文中我们将采用价子模型提供的初始条件作为输入.

华家照提出的价子模型^[7,8]认为存在一个尺度 μ^2 , 当探针的 $Q^2 \leq \mu^2$ 时, 只能看到核子由三个价子所组成, 随着 $Q^2 > \mu^2$, 可以进一步观察到海夸克、胶子等成份, 并且这种随 Q^2 的演化可以用 QCD (LLA 近似) 描写. 由于这个模型得到的价夸克分布函数与实验符合得尚好^[8], 而且对应于 $Q^2 = \mu^2$ 时的初始条件:

$$x\xi(x, \mu^2) = x\xi'(x, \mu^2) = xG(x, \mu^2) = 0 \quad (5)$$

$$xu_v(x, \mu^2) + xd_v(x, \mu^2) = \frac{3x^{3/2}(1-x)^2}{B\left(\frac{3}{2}, 3\right)} \quad (6)$$

(此处的 B 为贝塔函数), 符合通常关于部分子分布函数的动力学模型观点^[6]: 即胶子、海夸克是由价夸克经 QCD 演化而形成的. 所以我们以价子模型作为解方程(3)的初始条件.

将(5)式代入(3)式, 有:

$$\langle xG(Q^2) \rangle_n = \langle xu_v(\mu^2) + xd_v(\mu^2) \rangle_n (1 - \alpha_n) \frac{\alpha_n}{\beta_n} (L^{-\alpha_n^-} - L^{-\alpha_n^+}) \quad (7)$$

但
性
ieV
, 即
线性
型,
(1
等
分析
子分
系讨
作
基
部分
程),

来描

其中由文献^[8]有: $\mu = 0.82\text{GeV}/c$, $\Lambda = 0.74\text{GeV}/c$.

三、矩方程的解

一个满足 QCD 动力学方程的胶子分布函数 $xG(x, Q^2)$ 的解析式,原则上应该满足所有阶矩方程(7)式. 但是由(5)、(6)式,得到(7)式右边的 $\langle xG(Q^2) \rangle_n / \langle xG(Q^2) \rangle_2 \sim 10^{-4} \ll 1$, 所以取到 $n = 6$ 已足够精确了.

Buras 和 Gaemers 曾取 $A(s)(1-x)^{B(s)}$ ($s \equiv \ln L$) 作为胶子分布函数的参数式^[4]. 例如,由 $n = 2, 3$ 的(7)式定出 $xG(x, 11) = 3.3(1-x)^{5.6}$, 将它代回 $n = 4, 5, 6 \dots$ 的各阶方程,我们发现误差很大: $n = 4$ 时方程两边分别为 0.015 和 0.023, $n = 5$ 时方程两边分别为 0.0048 和 0.010, \dots . 所以它不是一种理想的拟合形式. 相反,用类似的参数式来表示价夸克分布函数时,我们一直计算到 20 价矩,各级方程在 5% 的误差内均得到满足.

我们认为产生这种情况的原因是: 价夸克分布函数满足非单态部分的演化方程,它只受图 1 中的 $a_n^{N_s}$ 支配;而胶子分布函数的演化方程(6)中, a_n^{\pm} 包含了 a_n^{qG} 、 a_n^{Gq} 项. 它对应于 Σ - G 混合效应;正是这种混合,使得分布函数的演化变得复杂化.

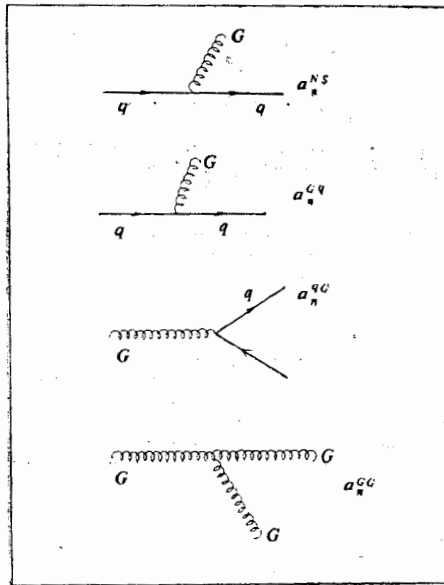


图 1

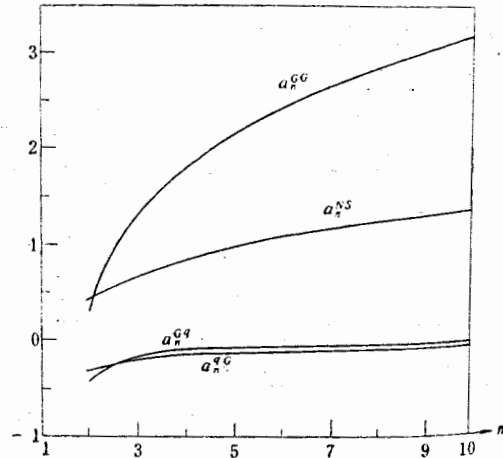


图 2

为了寻找一个较好的参数形式,让我们先分析图 2 表示的 $a_n^{N_s}$ 、 a_n^{qG} 、 a_n^{Gq} 、 a_n^{GG} 随 n 变化的情况,可以看到,三级矩以后, a_n^{qG} 、 $a_n^{Gq} \ll a_n^{GG}$ 、 $a_n^{N_s}$ (见表 1), 这时(4)式中 $\Delta_n \approx a_n^{N_s} - a_n^{GG}$, $a_n^+ \approx a_n^{N_s}$, $a_n^- \approx a_n^{GG}$, $\alpha_n \rightarrow 0$, 则(3)式中与 Σ_n 有关的项可略去,故这时 Σ - G 混合可以近似看成是退耦的. 所以我们猜测: 胶子的分布函数由两部份组成:

$$\begin{aligned} xG(x, Q^2) &\equiv xG_1(x, Q^2) + xG_2(x, Q^2) \\ &= A(s)(1-x)^{B(s)} + C(s)(1-x)^{D(s)} \end{aligned}$$

$$= (1 + B(s)) \langle xG_1(Q^2) \rangle_2 (1-x)^{B(s)} + (1 + D(s)) \langle xG_2(Q^2) \rangle_2 (1-x)^{D(s)} \quad (8)$$

其中 xG_1 支配 $\langle xG \rangle_{n \geq 4}$ ，而 xG_2 支配 $\langle xG \rangle_{n < 4}$ 。因为 $n \geq 4$ 以后， Σ - G 混合项贡献可以忽略，能用类似于 Buras-Gaemers 形式的参数式来求得较好的拟合 xG_1 ，而 $n < 4$ ，虽有复杂的混合项贡献，但这时只有二个矩方程 ($n = 2, 3$)，用二个矩方程定余下的两个参数足以保证方程的成立。

注意到分布函数的 n 阶矩 $\int x^{n-2} G(x, Q^2) dx$ 中， n 增加(减少)时，被积函数的极大值向大 x (小 x) 区域移动，即分布函数的高阶(低阶)矩受分布函数大 x (小 x) 段行为支配，所以 $xG_1(xG_2)$ 支配了分布函数中大 x (小 x) 区的行为。我们称它为胶子分布函数中的硬(软)分量。

表 1 (4) 式中部分系数的值

n	$a_n^{N^2}$	a_n^{GG}	a_n^{qG}	a_n^{Gq}
2	0.427	0.320	-0.320	-0.427
3	0.667	1.33	-0.224	-0.187
4	0.837	1.83	-0.176	-0.117
5	0.971	2.18	-0.146	-0.0853
6	1.08	2.45	-0.126	-0.0670
7	1.17	2.68	-0.110	-0.0552
8	1.26	2.87	-0.0987	-0.0470
9	1.33	3.04	-0.0892	-0.0409
10	1.39	3.19	-0.0815	-0.0362

表 2 (8) 式的部分数值结果

		$\langle xG(Q^2) \rangle_n, xG(x, Q^2)$ 取自 (8) 式	$\langle xu_v(\mu^2) + xd_v(\mu^2) \rangle_n$ $\cdot (1 - \alpha_n) \frac{\alpha_n}{\beta_n} [L^{-\alpha_n} - L^{-\alpha_n^+}]$
$L = 4.48$ $Q^2 = 1.37(\text{GeV}/c)^2$	$n = 2$	0.385	0.385
	$n = 3$	0.0314	0.0304
	$n = 4$	0.00651	0.00652
	$n = 5$	0.00196	0.00196
$L = 7.34$ $Q^2 = 2.49(\text{GeV}/c)^2$	$n = 2$	0.443	0.443
	$n = 3$	0.0259	0.0256
	$n = 4$	0.00471	0.00480
	$n = 5$	0.00135	0.00131
$L = 12.2$ $Q^2 = 6.7(\text{GeV}/c)^2$	$n = 2$	0.483	0.483
	$n = 3$	0.0206	0.0205
	$n = 4$	0.00331	0.00338
	$n = 5$	0.000847	0.000847
$L = 20.1$ $Q^2 = 34(\text{GeV}/c)^2$	$n = 2$	0.51	0.51
	$n = 3$	0.0162	0.0159
	$n = 4$	0.00227	0.00232
	$n = 5$	0.000537	0.000537

所
例
各
边
式
满
它
对

n 变
 N^2 一
混合

具体做法是将(8)式连同(6)式代入(7)式,以 $n = 4, 5$ 阶矩定出 $A(s)$ 、 $B(s)$ 的值,再以 $xG-xG_1$ 的二、三阶矩定出 $C(s)$ 、 $D(s)$,可以验证所得到的结果对于以后的高阶矩误差小于5%。(见表2)。图3和图4给出了分布函数(8)式各参数的变化情况。

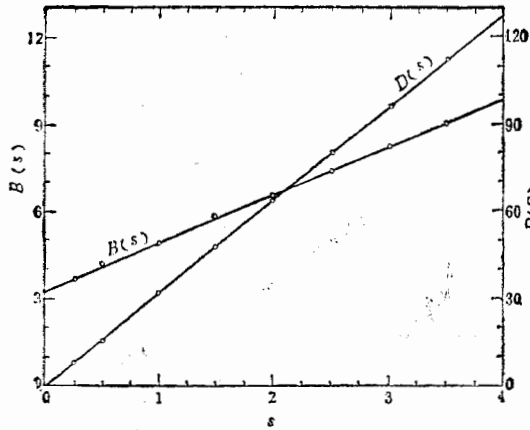


图 3

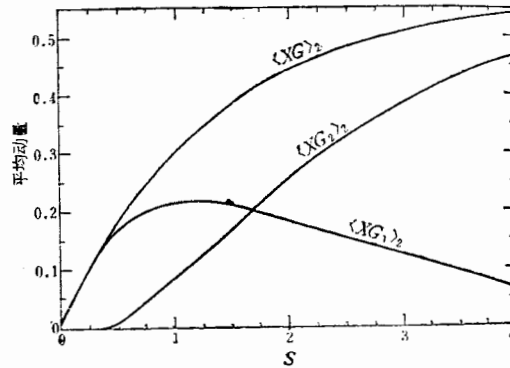


图 4

从图3、4可见:在相当大区域内 $B(s)$ 、 $D(s)$ 是 s 的线性函数:

$$B(s) = 3.3 + 1.65s \quad (9)$$

$$D(s) = 32s \quad (10)$$

另外 $\langle xG_1(Q^2) \rangle_2 = 0.306 - 0.058s$

$$\begin{aligned} \langle xG(Q^2) \rangle_2 &= \langle xG_1(Q^2) \rangle_2 + \langle xG_2(Q^2) \rangle_2 \\ &= 0.41[\ln(1+s)]^{0.7} \end{aligned} \quad (11)$$

以上 $s \equiv \ln L$, s 从 1.5 变到 4, 即 Q^2 的范围是 1.4 到 $4 \times 10^4 (\text{GeV}/c)^2$ 。

四、胶子分布函数的性质

① 按照我们对于胶子分布函数形式的假定(见(8)式),胶子分布函数可以分成软、硬二部分。胶子分布函数的软分量 $xG_2(x, Q^2)$ 集中在 $x < 0.08$ 的区域里(图5),它的主要贡献来自 a_n^{Gq} 、 a_q^{Gq} ,硬分量 $xG_1(x, Q^2)$ 支配 $x > 0.08$ 的行为,它的贡献来自 a_n^{Gc} 和 a_n^{Nc} 。

② $\langle xG_1(Q^2) \rangle_2$ 和 $\langle xG_2(Q^2) \rangle_2$ 随 Q^2 的演化(图4)表明:胶子总平均动量随 Q^2 的上升在 $Q^2 > 0.6 (\text{GeV}/c)^2$ 后,来自 $\langle xG_2(Q^2) \rangle_2$,即软分量的贡献。

③ 深度非弹性散射实验 $(5 (\text{GeV}/c)^2 < Q^2 < 90 (\text{GeV}/c)^2, 0.07 < x < 0.15)$ 估计的 $xG(x, Q^2) \sim (1-x)^B$,见图6(引自文献[9])。在 Q^2 、 x 的这个范围内, $xG(x, Q^2) \sim xG_1(x, Q^2) = (B+1)\langle xG_1(x, Q^2) \rangle_2(1-x)^B$,图6给出了动力学模型算出的 $B(Q^2)$ 值。

④ $\gamma N \rightarrow \phi N$ 的截面由光子-胶子聚变模型^[10](Photon-gluon fusion model)为:

$$\sigma^{\gamma N \rightarrow \phi N} = \frac{f}{2m\nu} \int_{\frac{4m_c^2}{4m^2}}^{\frac{4m_D^2}{4m^2}} d\hat{s} \sigma^{\gamma G \rightarrow c\bar{c}}(\hat{s}) \cdot G\left(\frac{\hat{s}}{2m}\right) \quad (12)$$

其中 $f \sim 1/N$, N 是 $J^{PC} = 1^{--}$ 的 Charmonium 态数. 在 $D\bar{D}$ 阈之下, Charmonium 态主要是 $\psi(3.1)$, $\psi(3.7)$, $\psi(4.1)$, $\psi(4.4)$, 所以我们取 $N \sim 4$. $\sigma^{\gamma G \rightarrow c\bar{c}}(\beta)$ 是光子-胶子聚变截面. 考虑到 $\nu < 20\text{GeV}$ 时光子类强子分量的贡献不可忽略^[11]. 所以用 (12) 式确定 G 形式的有效区域仅是 $20\text{GeV} < \nu < 150\text{GeV}$, 对应的 x 范围是 $0.035 < x < 0.26$. 实验结果同我们的计算之比较见图 7, 其中实验取自文献^[12].

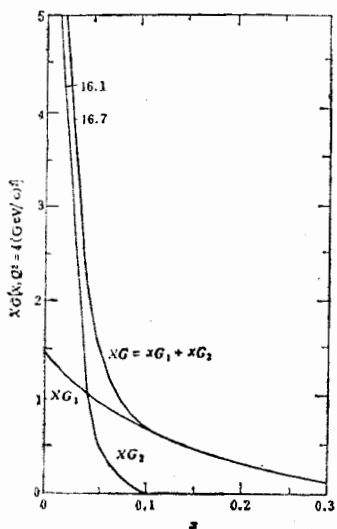


图 5

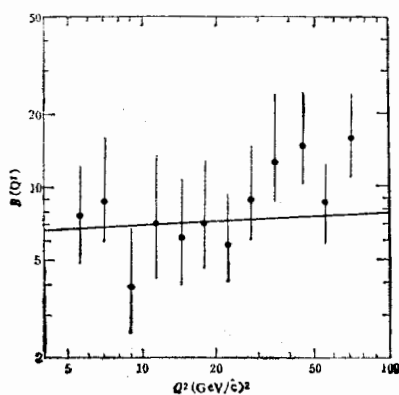


图 6

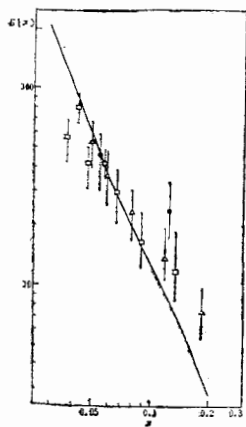


图 7 $\gamma N \rightarrow \psi N$

□ μN △ μN ● γN

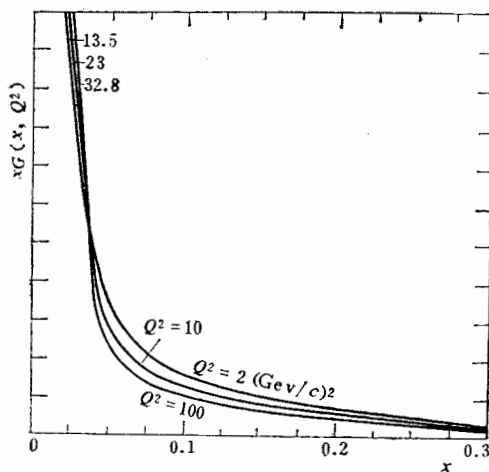


图 8

⑤ 图 8 是我们得到的不同 Q^2 的几组分布函数, 跟目前文献常用的分布函数有明显的不同. 但是从③和④的分析来看: 我们的结果除光生实验在 $0.1 < x < 0.2$ 比实验值略低外, 跟现有实验并无明显矛盾. 我们认为应该进一步提高到实验的能量范围及精确度来验证我们的结果.

硬
主
的
计
~

2)

⑥ 我们的整个理论分析是以三夸克模型和价子分布函数为基础的, 如果进一步的实验同我们的理论结果有较大的偏差, 则必须重新考虑强子中非价夸克的组分(如 $|qqqG\rangle$, $|qqqq\bar{q}\rangle$ 等)的贡献及价子分布函数在小 x 区域的正确性.

参 考 文 献

- [1] M. Glück and E. Reya, *Nucl. Phys.*, **B156**(1979), 456.
 [2] T. Weiler, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 304.
 [3] M. Glück and E. Reya, *Nucl. Phys.*, **B145**(1978), 24.
 [4] A. J. Buras and K. J. F. Gaemers, *Nucl. Phys.*, **B132**(1978), 249.
 [5] G. Altarelli and G. Parisi, *Nucl. Phys.*, **B126**(1977), 298.
 [6] E. Reya, *Phys. Rep.*, **69**(1981), 239.
 [7] P. C. Hwa, *Phys. Rev.*, **D22**(1980), 759.
 [8] R. C. Hwa, M. Sajiad Zahir, *Phys. Rev.*, **D23**(1981), 2539.
 [9] D. W. Duke and J. Fowens, Ref. T. H. 3059 CERN, May 29, 1981.
 [10] T. Weiler, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 304.
 [11] 杜东生, *Phys. Lett.*, **89B**(1980), 232.
 [12] H. E. Stier, *Acta Physica Austriaca Suppl.* XXII(1980), 587, Springer-Verlag (1980).

A DYNAMICAL MODEL FOR THE GLUON
DISTRIBUTION FUNCTION

ZHU WEI

(Physics Department, Normal University of East China, Shanghai)

SHEN JIAN-GUO

(Shanghai Institute of Nuclear Research, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper the forms of the gluon distribution function at different Q^2 are discussed with the aid of the three-quarks model associated with dynamical calculations of QCD (the LLA approximation). The Buras-Gaemers parametrization is improved and the gluon distribution functions are obtained. It can be described by a simple parameter form: $xG(x, Q^2) = xG_1(x, Q^2) + xG_2(x, Q^2) = [1 + B(s)] \langle xG_1(Q^2) \rangle (1-x)^{[B(s)]} + [1 + D(s)] \langle xG(x, Q^2) \rangle (1-x)^{D(s)}$. The form satisfies the QCD evolution equations and does not contradict evidently with existing experimental data. Then the properties of the constituent gluons in a nucleon are analyzed on these basis and it is indicated that the gluon distribution function could be considered as to be made of two different parts-soft and hard parts.

测,
模型
(如
粒子
 $\lesssim 1$
是准
一种
到了
间的
的斗
将会
题。
于影
数。
对许
许多