

3 自由度空间并联机器人机构设计与分析^{*}

原大宁¹ 张彦斌² 刘宏昭¹

(1. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 西安 710048; 2. 河南科技大学建筑工程学院, 洛阳 471003)

【摘要】 提出了一种新型3自由度空间并联机器人机构,机构动平台具有两个移动和一个转动自由度。基于螺旋理论对机构的运动输出特性和自由度进行了分析与计算,推导出机构的位置和速度解的解析表达式,讨论了机构的奇异性和灵巧性。由于映射输出-输入速度矢量关系的 Jacobian 矩阵为单位阵,所以此机构为无奇异完全各向同性并联机构,故该机构具有良好的运动、力传递性能和潜在的应用前景。

关键词: 并联机器人机构 运动学分析 奇异性 灵巧性 螺旋理论

中图分类号: TH112; TP242 **文献标识码:** A

Design and Analysis of a 3-DOF Spatial Parallel Robotic Mechanism

Yuan Daning¹ Zhang Yanbin² Liu Hongzhao¹

(1. Faculty of Mechanical Precision Instrumental Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China

2. College of Architecture Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

Abstract

A novel spatial parallel robotic mechanism with three degrees of freedom (DOF) was proposed, whose moving platform of the mechanism had two-translational and one-rotational DOF. Based on the screw theory, kinematics output property and mobility of the manipulator were analyzed, respectively, and analytical solutions of position and velocity for both direct and inverse kinematics were derived. Furthermore, the singularity and the dexterity were discussed. Since the Jacobian matrix, mapping the input velocity vector space into the output, is an identical matrix, the present mechanism is a free-singularity fully-isotropic one, which has good performances in motion and force transmission and potential applicable future.

Key words Parallel robotic manipulator, Kinematics analysis, Singularity, Dexterity, Screw theory

引言

运动耦合性是一般并联机构的内在特性之一,它一方面有助于提高机构的刚度和承载能力,使得机构能应用于数控并联机床、飞行模拟器等需要较高承载能力的领域;但另一方面,强耦合性却为机构的运动学分析和控制设计增添了难题。运动学解耦的并联机构,虽然在刚度和承载能力方面可能不如耦合性强的并联机构,但是此类机构在运动学求解和机构运动控制方面非常简单。因此,在要求高精

度、高速度,而承载性能要求不高的领域,如医疗机器人、微操作机器人,解耦并联机器人机构有着广阔的应用前景。目前,弱耦合并联机构、解耦并联机构、无耦合并联机构和完全各向同性并联机构正逐渐得到越来越多学者的关注和研究^[1~3]。

本文提出一种新型二移动一转动空间并联机器人机构,根据运动学分析可知,该机构的 Jacobian 矩阵是一个 3×3 阶单位阵,其行列式的值和条件数在整个工作空间内恒等于 1,所以该机构是一个无奇异完全各向同性并联机构。

1 机构运动输出特性分析

1.1 结构设计

图 1 为新型并联机器人机构的结构简图。该机构由 3 条分支同时将动、定平台联接而成,其中第 1 条分支的运动链结构为 $P1 \perp P2 // R3$,第 2 条分支为 $C4 // R5 // R6$,第 3 条分支为 $R7 - U8 - P9 - U10$ 。这里 P、R 和 U 分别表示移动副、转动副和万向铰;符号“ \perp ”、“ $//$ ”和“-”分别表示相邻运动副轴线的配置关系为相互垂直、平行和处于一般装配位置。设静坐标系 $Oxyz$ 固结于定平台, z 轴垂直于静平面向上,如图 1 所示,则该机器人机构 3 条运动链的装配形式为: P1 副的轴线平行于 x 轴, C4 副和 R7 副的轴线平行于 y 轴, R3 和 R6 轴线重合, U10 中与动平台直接相连的转动副的轴线垂直于 R6 轴线,同时要求 U10 和 U8 中分别与动平台和 R7 直接相连的转动副的轴线相互平行,且 U10 和 U8 中与 P9 相连的转动副轴线也相互平行。此外, P2 和 R3 轴线所确定的平面平行于 Oxy 平面。选取定平台上的 3 个运动副 P1、C4 和 R7 为主动副,且以 C4 副的线性移动自由度为其主动输入。

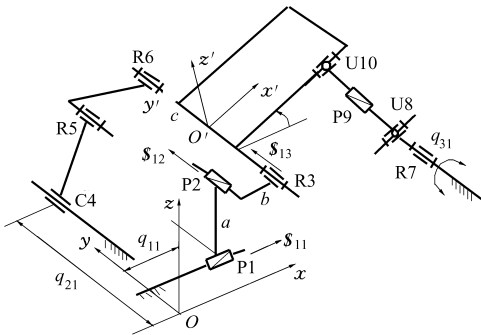


图 1 新型并联机构结构简图

Fig. 1 Sketch of new type parallel mechanism

1.2 机构运动输出特性分析

根据螺旋理论^[4]可写出第 1 条分支各运动副在静系 $Oxyz$ 下的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{11} = (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{12} = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0) \\ \mathcal{S}_{13} = (0 \ 1 \ 0; a_{13} \ 0 \ c_{13}) \end{cases} \quad (1)$$

式中 \mathcal{S}_{ij} 为第 i 条分支中第 j 个单自由度关节的单位运动螺旋; a_{ij} 和 c_{ij} 为第 i 条分支中第 j 个单自由度关节的位置参数。

然后根据互易积原理^[4]可求出该分支的运动螺旋系的约束螺旋系,即

$$\begin{cases} \mathcal{S}'_{11} = (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}'_{12} = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \\ \mathcal{S}'_{13} = (0 \ 0 \ 1; 0 \ -c_{13} \ 0) \end{cases} \quad (2)$$

由约束螺旋的物理意义可知,第 1 条分支的 3 个约束螺旋分别约束了机构动平台绕 x 、 z 轴的转动自由度和沿 z 轴方向的移动自由度。

同理,可求出第 2 条分支运动螺旋系的约束螺旋系

$$\begin{cases} \mathcal{S}'_{21} = (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}'_{22} = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (3)$$

根据式(3)可知,该分支约束了机构动平台绕 x 、 z 轴的转动自由度。

至于第 3 条分支,由于其连结度数为 6,所以该分支运动链对机构动平台不提供任何约束。因此,机构的前 2 条分支共同约束了动平台绕 x 、 z 轴的转动自由度和沿 z 轴的移动自由度,故该机构动平台只能沿 x 、 y 轴方向移动和绕 y 轴转动。同时根据式(2)和式(3)可知,该机构为过约束机构,且其过约束数为 2。

1.3 机构自由度计算

传统的机构自由度的 Kutzbach-Grübler 公式为

$$F = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i \quad (4)$$

式中 F ——机构自由度数

d ——机构的阶数,平面机构和球面机构时 $d=3$,空间机构时 $d=6$

n ——机构的构件数,包括动平台和定平台

g ——机构的运动副数

f_i ——第 i 个运动副的自由度数

虽然式(4)可适用于大多数平面和球面机构,但随着新型机构的不断提出,发现该式在许多情况下并不能计算出正确的结果,如过约束机构和存在局部自由度的机构。为了解决上述问题,文献[4]给出了式(4)的修正公式为

$$F = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v + \zeta \quad (5)$$

其中

$$d = 6 - \lambda$$

式中 λ ——公共约束数 v ——过约束数

ζ ——局部自由度

对于图 1 所示机构 $d=6$, $n=8$, $g=9$, $v=2$,

$\sum f_i=13$, $\zeta=0$ 代入式(5)有

$$F = 6(8 - 9 - 1) + 13 + 2 = 3$$

这与 1.2 节中机构的运动输出特性分析一致,但若将上述相应参数代入式(4),则 $F=1$,与实际情况不符。

2 机构运动学分析

动坐标系 $O'x'y'z'$ 的原点 O' 位于 R3(R6)轴线

上, y' 轴与 R3 轴线重合, z' 轴垂直于动平台平面向上, x' 可由右手准则确定。机构结构参数如图 1 所示, P1 和 P2 副轴线间的距离为 a ; R3 和 P2 轴线间的距离为 b ; R6 轴线中与动坐标系原点 O' 的偏距为 c ; 动平台绕 y 轴转动的姿态角为 φ 。设 (x, y, z) 为动系原点 O' 在静系中的位置坐标。

机构的运动学分析即求解动坐标系相对于静坐标系的位置、姿态及速度、加速度的表达式。本文只对机构动平台的位姿和速度进行分析。

根据机构第 1 条分支运动链的配置方式可直接写出

$$x = q_{11} + b \tag{6}$$

同样, 由第 2 条分支运动链则可写出方程

$$y = q_{12} - c \tag{7}$$

而由机构的结构条件可知 $z = a$ 。

根据式(6)和式(7)可以看出, 机构的位置坐标 x, y 仅分别与第 1 条和第 2 条分支的主动输入 q_{11}, q_{12} 相关, 均与第 3 条分支的主动输入 q_{13} 无关。

如果将式(6)和式(7)分别对时间进行一阶求导, 可得到机构的 2 个速度方程, 即

$$v_x = \dot{q}_{11} \tag{8}$$

$$v_y = \dot{q}_{21} \tag{9}$$

对于机构动平台的姿态角 φ , 很难如前面的位置坐标 x, y 一样根据运动链的配置关系直接写出其计算公式。本文将通过先求解动平台角速度 ω_y 的表达式, 然后再利用积分方法求解姿态角 φ 。

在进行速度分析前, 首先给出一个重要的概念——驱动螺旋^[5]: 是指与同一条分支中除主动螺旋外的所有其他运动螺旋互易积都等于零的螺旋, 其中主动螺旋为分支中主动关节所对应的运动螺旋。物理意义上讲, 驱动螺旋是由分支主动关节施加到动平台上的一个力螺旋, 或者说是主动关节施加给动平台的一个主动力。

并联机构动平台的瞬时运动可以通过机构分支运动链的运动螺旋系表示, 即

$$\mathbf{V} = \sum_{j=1}^{F_i} \dot{q}_{ij} \mathbf{\$}_{ij} \quad (i=1,2,3) \tag{10}$$

式中 \mathbf{V} ——机构动平台的输出速度矢量

\dot{q}_{ij} ——第 i 条分支中第 j 个单自由度关节的广义速度

$\mathbf{\$}_{ij}$ ——第 i 条分支中第 j 个单自由度关节的单位运动螺旋

F_i ——第 i 条分支的连接度

若用第 3 条分支的驱动螺旋 $\mathbf{\$}_{a3}$ 与式(10)等号两边同时作互易积, 则有

$$\mathbf{\$}_{a3} \circ \mathbf{V} = \dot{q}_{31} \mathbf{\$}_{a3} \circ \mathbf{\$}_{31} \tag{11}$$

式中“ \circ ”表示两个螺旋作互易积。

因此, 求解式(11)的关键问题是如何表示出主动螺旋 $\mathbf{\$}_{31}$ 和驱动螺旋 $\mathbf{\$}_{a3}$ 。

图 2 为第 3 条分支的结构简图, 其中万向铰 U8 和 U10 分别用 2 个轴线相互垂直的 R 副表示。子坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 的 3 个坐标轴分别与静坐标系 $Oxyz$ 的 3 个坐标轴平行。 q_{31}, q_{32} 和 q_{33} 分别为对应 R 副绕各自轴线转过的角度, 则该分支所有运动副在子坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 下的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathbf{\$}_{31} = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}_{32} = (cq_{31} \ 0 \ -sq_{31}; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}_{33} = (sq_{31}cq_{32} \ -sq_{32} \ cq_{31}cq_{32}; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathbf{\$}_{34} = (0 \ 0 \ 0; L_{34} \ M_{34} \ N_{34}) \\ \mathbf{\$}_{35} = (sq_{31}cq_{32} \ -sq_{32} \ cq_{31}cq_{32}; a_{35} \ b_{35} \ c_{35}) \\ \mathbf{\$}_{36} = (cq_{31} \ 0 \ -sq_{31}; a_{36} \ b_{36} \ c_{36}) \end{cases} \tag{12}$$

其中 $L_{34} = cq_{31}cq_{33} + sq_{31}sq_{32}sq_{33}$

$$M_{34} = cq_{32}sq_{33}$$

$$N_{34} = -sq_{31}cq_{33} + cq_{31}sq_{32}sq_{33}$$

式中 c, s 分别表示方向余弦 $\cos(\cdot)$ 和正弦 $\sin(\cdot)$ 。

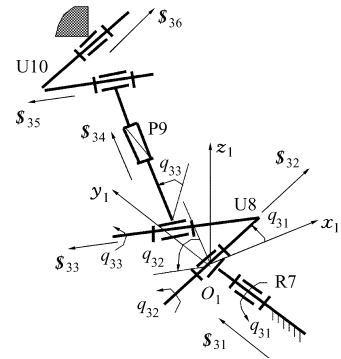


图 2 第 3 条分支结构简图

Fig. 2 Sketch of the third limb

由于第 3 条分支的连接度为 6, 因此当锁定驱动螺旋 $\mathbf{\$}_{31}$ 后, 与其他所有运动螺旋都互逆的螺旋即为该分支的驱动螺旋 $\mathbf{\$}_{a3}$, 并可求出

$$\mathbf{\$}_{a3} = (0 \ 0 \ 0; sq_{31}sq_{32} \ cq_{32} \ cq_{31}sq_{32}) \tag{13}$$

根据式(13)可知, 驱动螺旋 $\mathbf{\$}_{a3}$ 是一个无穷大节距螺旋, 且其方向垂直于 U8 中 2 个转动轴线所确定的平面。

对于图 1 所示机构, 动坐标系原点 O' 的速度矢量 $\mathbf{V} = (0 \ \omega_y \ 0; v_x \ v_y \ 0)$, 然后将式(13)和式(12)中驱动螺旋 $\mathbf{\$}_{31}$ 代入式(11)得

$$-\cos q_{32} \omega_y = -\cos q_{32} \dot{q}_{31} \tag{14}$$

当机构处于一般位形时, $\cos q_{32}$ 不等于零, 因此

式(14)可进一步化简为

$$\omega_y = \dot{q}_{31} \quad (15)$$

式(15)即为机构的第 3 个速度方程。从此式可以看出,动平台的转动输出仅与第 3 条分支主动关节的输入速度相关。若将式(15)积分则可得

$$\varphi = q_{31} + \varphi_0 \quad (16)$$

式(16)即为机构动平台姿态角的计算公式,其中 φ_0 为积分常数,其数值与机构动平台的初始姿态角相关。当动平台的初始装配位形平行于 Oxy 平面时,取 $\varphi_0 = 0$ 。

至此,机构的 3 个位置正解方程和 3 个速度正解方程已全部求出,分别为式(6)、(7)、(16)和式(8)、(9)、(15),而机构位置和速度的逆解方程可由相应正解方程导出。

3 机构奇异性和灵巧性分析

3.1 奇异性分析

奇异性是并联机构的另一个固有特性,它对机构的工作性能有着重要的影响。当机构处于某些特定位形时,动平台会瞬时失去或得到一个或几个自由度,使得其处于“死点”位置或不可控状态,这是一般机构运动过程中绝对不允许存在的现象。因此,奇异性分析是并联机构设计中一个极为重要的环节。常见的奇异性分析方法有:线几何法^[6],螺旋理论法^[7]和 Jacobian 矩阵法^[8]。本文将利用第 3 种方法对机构的奇异性进行分析。

将式(8)、(9)、(15)整理为矩阵形式,有

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{11} \\ \dot{q}_{21} \\ \dot{q}_{31} \end{bmatrix} \quad (17)$$

由式(17)可以看出,该机构的运动学 Jacobian 矩阵是一个 3×3 阶单位阵,所以该机构在任意位形处其 Jacobian 矩阵都不可能降秩的情况,故在整个工作空间内不存在奇异位形。

3.2 灵巧性分析

机构灵巧性反映的是机构综合传动性能,可以用作机构精度和静力学的重要性能指标。机构灵巧性与其 Jacobian 矩阵的条件数有关,而条件数等于 Jacobian 矩阵的最大奇异值 σ_{\max} 与最小奇异值 σ_{\min} 的比值,即

$$k(\mathbf{J}) = \sigma_{\max} / \sigma_{\min} \quad (18)$$

当条件数 $k(\mathbf{J})$ 趋于无穷大时机构趋于奇异位形,而当 $k(\mathbf{J})$ 等于 1 时则机构趋于各向同性位形。若机构在任意位形时条件数恒等于 1,则该机构称为完全各向同性并联机构,此类机构在运动和力传递方面有着一般机构无法比拟的优越性。

对于本文所提出的机构,由于其 Jacobian 矩阵为单位阵,其条件数 $k(\mathbf{J})$ 在整个工作空间内恒等于 1,因此该机构为完全各向同性并联机构。

4 结束语

提出了一种新型空间并联机构,该机构动平台具有两个移动和一个转动自由度,由 3 条分支将动、定平台联接而成。基于螺旋理论分析了该机构动平台的运动输出特性,并对其自由度数目进行了计算。通过对机构的运动学分析可知,其速度 Jacobian 矩阵是一个 3×3 阶单位阵,因此该机构为无奇异完全各向同性并联机构,并具有良好的运动和力传递性能。此外,本文提出的完全各向同性并联机构设计和分析方法,为并联机构的研究提供了新的思路。

参 考 文 献

- Jin Q, Yang T L. Synthesis and analysis of a group of 3-degree-of-freedom partially decoupled parallel manipulators[J]. Journal of Mechanical Design, 2004, 126(2): 301~306.
- Gogu G. Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations[J]. European J. Mechanics A/Solids, 2004, 23(6): 1 021~1 039.
- 张彦斌, 吴鑫, 刘宏昭, 等. 无奇异完全各向同性 2T1R 型并联机构的结构综合[J]. 中国机械工程, 2008, 19(3): 277~281.
Zhang Yanbin, Wu Xin, Liu Hongzhao, et al. Structural synthesis of singularity-free fully-isotropic parallel mechanisms with 2T1R-type[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(3): 277~281. (in Chinese)
- 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- Kong X, Gosselin C M. Type synthesis of 3-DOF translational parallel manipulators based on screw theory[J]. Journal of Mechanical Design, 2004, 126(1): 83~92.
- Merlet J P. Singularity analysis of parallel manipulators and grassman geometry[J]. International Journal of Robotics Research, 1989, 8(5): 45~56.

- Engineering, 2002, 13(7): 608~610. (in Chinese)
- 9 冯春, 谢进, 陈永. 利用混沌与分形进行平面机构综合[J]. 中国机械工程, 2004, 15(9): 753~756.
Feng Chun, Xie Jin, Chen Yong. Using chaos and fractals to synthesize planar mechanism [J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(9): 753~756. (in Chinese)
- 10 冯春, 陈永. 基于混沌的全局优化新方法[J]. 机械工程学报, 2004, 40(2): 96~101.
Feng Chun, Chen Yong. New global optimization method based on chaos and fractals[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(2): 96~101. (in Chinese)
- 11 刘健, 袁建平. 一种求解非线性方程组的混沌算法[J]. 哈尔滨商业大学学报: 自然科学版, 2001, 17(1): 31~34.
Liu Jian, Yuan Jianping. A kind of chaos algorithm for solving nonlinear equation group[J]. Journal of Harbin Commercial University: Natural Science Edition, 2001, 17(1): 31~34. (in Chinese)
- 12 杨迪雄, 李刚, 程耿东. 非线性函数的混沌优化方法比较研究[J]. 计算力学学报, 2004, 21(3): 257~262.
Yang Dixiong, Li Gang, Cheng Gengdong. Comparative study on chaos optimization algorithm for nonlinear function[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(3): 257~262. (in Chinese)
- 13 罗佑新, 黎大志. 机构综合的变参数复合混沌系统方法[J]. 农业机械学报, 2008, 39(4): 168~171.
Luo Youxin, Li Dazhi. Variable parameter compound chaotic system method and its application to mechanism synthesis [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(4): 168~171. (in Chinese)
- 14 车林仙, 罗佑新. 并联机构位置正解的基于 Hénon 混沌映射的 Newton 迭代法[J]. 机械设计, 2009, 26(1): 19~22.
Che Linxian, Luo Youxin. Newton iterative method based on Hénon chaotic mapping for seeking the positional forward solution of parallel mechanism[J]. Journal of Machine Design, 2009, 26(1): 19~22. (in Chinese)
- 15 Chen Guanrong, Lai Dejian. Feedback control of Lyapunov exponents for discrete-time dynamical systems [J]. International Journal of Bifurcation Chaos, 1996, 6(7): 1 341~1 349.
- 16 Chen Guanrong, Lai Dejian. Feedback anticontrol of discrete chaos[J]. International Journal of Bifurcation Chaos, 1998, 8(7): 1 585~1 590.
- 17 Wang Xiaofan, Chen Guanrong. On feedback anticontrol of discrete chaos[J]. International Journal of Bifurcation Chaos, 1999, 9(7): 1 435~1 441.
- 18 Dai Jian S, Huang Zhen, Lipkin Harvey. Mobility of overconstrained parallel mechanisms[J]. Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design, 2006, 128(1): 220~229.
- 19 陈红亮, 罗玉峰, 杨廷力. 对称三自由度并联机器人拓扑结构型综合与分类[J]. 农业机械学报, 2008, 39(1): 138~141.
Chen Hongliang, Luo Yufeng, Yang Tingli. Structure design sort of parallel robot mechanism with symmetric 3-DOF[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(1): 138~141. (in Chinese)

(上接第 211 页)

- 7 Joshi S A, Tsai L-W. Jacobian analysis of limited-DOF parallel manipulators[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2002, 124(2): 254~258.
- 8 Gosselin C M, Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(3): 281~290.
- 9 陈红亮, 罗玉峰, 杨廷力. 对称三自由度并联机器人拓扑结构型综合与分类[J]. 农业机械学报, 2008, 39(1): 138~141.
Chen Hongliang, Luo Yufeng, Yang Tingli. Structure design sort of parallel robot mechanism with symmetric 3-DOF[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(1): 138~141. (in Chinese)
- 10 张均富, 王进戈, 徐礼钜. 基于螺旋理论的球面并联机构动力学解析模型[J]. 农业机械学报, 2007, 38(4): 122~126.
Zhang Junfu, Wang Jingge, Xu Liju. Analytical dynamic model for spherical parallel mechanisms based on screw theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(4): 122~126. (in Chinese)