第43卷 第10期 山东大学学报(理学版) 2008年10月
Vol.43 No.10 Journal of Shandong University(Natural Science) Oct. 2008

文章编号:1671-9352(2008)10-0006-06

随机需求下两层供应链问题的模型探究

崔玉泉,王剑敏,戎晓霞
(山东大学数学学院,山东 济南 250100)

摘要:供应链管理问题是目前企业界和商业界关注的热点问题。供应链管理问题的实质是如何协调供应链中各成员企业的局部利益与供应链系统整体的关系,使供应链系统整体的总成本最低。在随机需求下,研究了单个供应商与多个零售商的随机供应链模型;并且在供应商和零售商不允许缺货和允许缺货情况下,给出了一个一般模型,分析并给出供应链合作的条件。

关键词:供应链;供应商;零售商;需求率;期望
中图分类号:F015 **文献标志码**:A

An inquiry of the model for the tow-echelon supply chain problem under stochastic demand

CUI Yu-quan, WANG Jian-min, RONG Xiao-xia
(School of Mathematics and System Science, Shandong University, Jinan 250100, Shandong, China)

Abstract: The problem of supply chain management is a hot problem that enterprise departments and commerce departments care about. The central point at issue about supply chain management is how to coordinate the partial and local interests of the member enterprise in the supply chain and the whole interests of the supply chain system, which aims to make the cost of the supply chain system reach the lowest cost. A stochastic supply chain model having one supplier and multiple retailers was considered. A general model was given under the circumstances that the retailer allowed to be in short supply or not allowed to be in short supply. The conditions were given to supply chain cooperation.

Key words: supply chain; supplier; retailer; rat of demand; expectation

0 引言

随着我国经济的快速发展,供应链管理问题已越来越引起人们的关注.面对跨国公司竞争带来的压力和挑战,国内企业份份接受供应链管理思想,开始联合行业中的上、下游企业,以便在业务上实现优势互补,共同增强市场竞争力.供应链管理的核心是从全局的、系统的观点来全面规划供应链中从最终顾客到初始的供应商所涉及的所有环节,并对其进行有效的计划、组织、协调和控制,使供应链达到整体最优。

由于供应链各成员企业的局部利益和行为经常与供应链整体系统的目标不相一致,使供应链的系统性能降低,收益受损.因此,研究如何实现供应链系统的协调,提高供应链的总体性能已成为学术界和企业界关注的焦点问题之一。要实现供应链的系统性和整体性,供应链系统应满足两个条件:(1) 整个供应链系统的成本要小于进行联合的各个上、中、下游企业的成本之和;(2) 整个供应链系统节省的成本要进行利益的

收稿日期:2008-07-10
基金项目:济南市"十一五"人才规划人才需求预测分析基金资助项目(11190501);国家自然科学基金资助项目(70272048);山东省自然科学基金资助项目(Y2007G08)
作者简介:崔玉泉(1964-),男,教授,主要研究方向为数理经济,物流,组合投资. Email: cuiyq@sdu.edu.cn

再分配和调整(即激励体制)。只有这样才能保证供应链系统中各企业之间的合作。国内外大量研究供应链中批量折扣策略的论文就是这方面的体现。如 Hadley whitin[1] (1963), ladany& Sterlib[2] (1974), Pererson & Silver[3] (1979), Silver et al[4] (1998)以及在产品需求率为常数情况下,Wang & Wu[5] (2000)研究了供应商面对不同零售商时,如何设计其批量折扣问题,Chen et al[6] (2001)研究了在非一体化的供应链中基于特许经销的批量折扣的协调机制问题;Zhou[7] (2006)在随机需求下,考虑了单个供应商与单个零售商的批量折扣模型(且供应商和零售商都是不允许缺货的)等等。另也有文献[8]-[10]均从不同侧面取得了突破。本文考虑了在随机需求下,单个供应商与多个零售商的随机供应链模型;并且在供应商和零售商都可以允许缺货情况下,给出了一个一般性模型。

1 假设与符号说明

考虑由单个供应商与多个(k 个)零售商组成的两层供应链系统,供应商供应单一商品给零售商,零售商将该商品销售给顾客,零售商是同质的。该商品在每个零售商所在的区域内的需求率是随机的。表 1 中给出了文中的符号说明。

表 1 符号说明

Table 1 Note of symbols

符号	说明	符号	说明
Q_{01}	不允许缺货时,零售商的最优订货批量	C_1	不允许缺货时,零售商的订货费
D	零售商的年需求率	T_{01}	不允许缺货时,零售商的最优订货周期
C_2	不允许缺货时,零售商的储存费	TC_{l01}^*	不允许缺货时,零售商的最小费用
Q	允许缺货时,零售商的订货批量	C_3	允许缺货时,零售商的缺货费
Q_{02}	允许缺货时,零售商的最优订货批量	T_{02}	允许缺货时,零售商的最优订货周期
TC_{l02}^*	允许缺货时,零售商的最小费用	TC_{l02}	允许缺货时,零售商的费用
$\bar{C}_1$	不允许缺货时,供应商订货费	$\bar{C}_3$	供应商处理零售商的费用
$\bar{C}_2$	供应商存储费	TC_{Z01}	供应链的期望总费用
$\bar{C}_4$	允许缺货时,供应商缺货费	TC_{g11}	供应商允许缺货情况下的期望费用
TC_{g01}	供应商不允许缺货情况下的期望费用		

2 供应链模型的建立及分析

2.1 供应商不允许缺货情况下模型的建立

供应商、零售商非合作情况下:有 k 个零售商,其中 l 个为不允许缺货的零售商($0\leqslant l\leqslant k$),($k-l$)个为允许缺货的零售商。

不允许缺货的零售商按经典 EOQ 公式确定,其订货量最优批量及周期分别为: $Q_{01}=\sqrt{\frac{2DC_1}{C_2}}$, $T_{01}=\sqrt{\frac{2C_1}{C_2D}}$,其相应的最小费用为 $TC_{l01}^*=\sqrt{2DC_1C_2}$。

允许缺货的零售商,其费用 $TC_{l02}=\frac{DC_1}{Q}\cdot\frac{C_3}{C_2+C_3}+\frac{C_2Q}{2}\cdot\frac{C_3}{C_2+C_3}+\frac{QC_2^2}{2(C_2+C_3)}$,从而可得最优订货批量、最优订货周期及最小费用:

$$Q_{02}=\sqrt{\frac{2C_1D}{C_2}\cdot\frac{C_3}{C_2+C_3}},\ T_{02}=\sqrt{\frac{2C_1(C_2+C_3)}{C_2D\cdot C_3}},\ TC_{l02}^*=\sqrt{2DC_1C_2\left(\frac{C_3}{C_2+C_3}\right)}。$$

对于供应商:订货批量为 $n\left(\frac{l}{k}\cdot Q_{01}+\frac{k-l}{k}Q_{02}\right)$,供应商的商品年需求率为 $g(D)$(令 $g(D)=kD$),供应商的订货费: $\frac{\bar{C}_1\cdot kD}{n\left(\frac{l}{k}\cdot Q_{01}+\frac{k-l}{k}Q_{02}\right)}$,处理零售商的费用: $l\cdot\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_{01}}+(k-l)\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_{02}}$,供应商存储费:

$\frac{\bar{C}_2(n-1)\left(\frac{l}{k}\cdot Q_{01}+\frac{k-l}{k}Q_{02}\right)}{2}$。故供应商的期望总费用为:

$$TC_{g01}=\int\left[\frac{\bar{C}_1\cdot kD}{n\left(\frac{l}{k}\cdot Q_{01}+\frac{k-l}{k}Q_{02}\right)}+\frac{\bar{C}_2(n-1)\left(\frac{l}{k}\cdot Q_{01}+\frac{k-l}{k}Q_{02}\right)}{2}+l\cdot\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_{01}}+(k-l)\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_{02}}\right]f(D)\mathrm{d}D。$$

若将 n 看成连续变量,则易见 TC_{g01} 为 n 的凸函数,故 n 的最优值为:

$$n^*=\sqrt{\frac{2\bar{C}_1kD}{\bar{C}_2\left(\frac{l}{k}\cdot Q_{01}+\frac{k-l}{k}Q_{02}\right)^2}}=\sqrt{\frac{k^3\bar{C}_1C_2}{C_1\cdot\bar{C}_2}\cdot\frac{C_2+C_3}{[l\sqrt{C_2+C_3}+(k-l)\sqrt{C_3}]^2}}。$$

由于 n 取正整数,故令$[n^*]$为 n^* 的整数部分,则当 $TC_{g01}[n^*]<TC_{g01}([n^*]+1)$ 时,取 $n=[n^*]$,否则取 $n=[n^*]+1$,将 n 代入 TC_{g01} 中,得出供应商的期望总费用。此时,供应链的期望总费用为:

$$TC_{z01}=TC_{g01}+l\int TC_{l01}\cdot f(D)dD+(k-l)\int TC_{l02}\cdot f(D)\mathrm{d}D。$$

供应商与零售商合作情况下,供应链费用为:

$$\overline{TC_{z1}}=\frac{\bar{C}_1\cdot kD}{m\left(\frac{l}{k}\cdot Q_1+\frac{k-l}{k}Q_2\right)}+\frac{\bar{C}_2(m-1)\left(\frac{l}{k}\cdot Q_1+\frac{k-l}{k}Q_2\right)}{2}+l\cdot\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_1}+$$
$$(k-l)\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_2}+l\cdot\left(\frac{C_1\cdot D}{Q_1}+\frac{C_2Q}{2}\right)+(k-l)\left(\frac{C_1\cdot D}{Q_2}\cdot\frac{C_3}{C_2+C_3}+\frac{C_2Q_2}{2\cdot\frac{C_2+C_3}{C_3}}+\frac{Q_2C_2^2}{2(C_2+C_3)}\right)。$$

$\overline{TC_{z1}}(m,Q_1,Q_2)$ 为 m,Q_1,Q_2 的函数,且将 m 视为连续变量,则令$\frac{\partial\overline{TC_{z1}}}{\partial m}=0,\frac{\partial\overline{TC_{z1}}}{\partial Q_1}=0,\frac{\partial\overline{TC_{z1}}}{\partial Q_2}=0$,得到

$$\begin{cases}m^2=\dfrac{2\bar{C}_1\cdot kD}{\bar{C}_2\left(\frac{l}{k}\cdot Q_1+\frac{k-l}{k}Q_2\right)},\\ \dfrac{\bar{C}_1k^2D}{m[lQ_1+(k-l)Q_2]^2}+\dfrac{\bar{C}_3D}{Q_1^2}+\dfrac{C_1D}{Q_1^2}=\dfrac{C_2}{2}+\dfrac{\bar{C}_2(m-1)}{2k},\\ \dfrac{\bar{C}_1Dk^2}{m[lQ_1+(k-l)Q_2]^2}+\dfrac{\bar{C}_3D}{Q_2^2}+\dfrac{C_1D}{Q_2^2}\cdot\dfrac{C_3}{C_2+C_3}=\dfrac{C_2}{2}+\dfrac{\bar{C}_2(m-1)}{2k}。\end{cases}$$

解方程组有:

$$m^*=\sqrt{\frac{\bar{C}_1k^2(C_2k-\bar{C}_2)}{\bar{C}_2\left(l\sqrt{C_1+\bar{C}_3}+(k-l)\sqrt{\bar{C}_3+\frac{C_1C_3}{C_2+C_3}}\right)^2}},$$

$$Q_1^*=\sqrt{\frac{2kD(C_1+\bar{C}_3)}{C_2k-\bar{C}_2}},$$

$$Q_2^*=\sqrt{\frac{2kD\left(\bar{C}_3+C_1\cdot\frac{C_3}{C_2+C_3}\right)}{C_2k-\bar{C}_2}}。$$

由此得到最优批量 m^*,Q_1^*,Q_2^*。由于 m 取整数,故,若$\overline{TC_{z1}}[m^*]<\overline{TC_{z1}}([m^*]+1)$,取 $m=[m^*]$,否则取 $m=[m^*]+1$。将 m^*,Q_1^*,Q_2^* 代入$\overline{TC_{z1}}$ 中,故供应链的期望总费用为:$TC_{z1}=\int\overline{TC_{z1}}f(D)\mathrm{d}D$。

定理 1　在供应商不允许缺货情况下,在最优点 m^*、Q_1^*、Q_2^* 及 n^* 处,对于供应链系统整体,有如下不等式成立:$TC_{z01}(Q_{01},Q_{02})\geqslant TC_{z1}(Q_1^*,Q_2^*)$。

证明 (略)。

2.2 供应商允许缺货情况下模型的建立

供应商、零售商非合作情况下:有 k 个零售商,其中 l 个为不允许缺货的零售商($0 \leqslant l \leqslant k$),$(k-l)$ 个为允许缺货的零售商。对于不允许缺货的零售商:由前面知最优批量 $Q_{01}=\sqrt{\dfrac{2DC_1}{C_2}}$,最有订货周期 $T_{01}=\sqrt{\dfrac{2C_1}{C_2D}}$,最优费用为 $TC_{l01}^{*}=\sqrt{2DC_1C_2}$。

对于允许缺货的零售商,由前面知最优订货批量 $Q_{02}=\sqrt{\dfrac{2C_1D}{C_2}\cdot\dfrac{C_3}{C_2+C_3}}$,最优订货周期 $T_{02}=\sqrt{\dfrac{2C_1(C_2+C_3)}{C_2D\cdot C_3}}$,最优费用 $TC_{l02}^{*}=\sqrt{2DC_1C_2\dfrac{C_3}{C_2+C_3}}$。

对于供应商:订货批量 $n\left(\dfrac{l}{k}\cdot Q_{01}+\dfrac{k-l}{k}Q_{02}\right)$,供应商的商品年需求率为 $g(D)$(令 $g(D)=kD$),供应商的订货费:$\dfrac{\bar{C}_1\cdot kD}{n\left(\dfrac{l}{k}\cdot Q_{01}+\dfrac{k-l}{k}Q_{02}\right)}\cdot\dfrac{\bar{C}_4}{\bar{C}_2+\bar{C}_4}$,处理 k 个零售商的费用:$l\cdot\dfrac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_{01}}+(k-l)\dfrac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_{02}}$,

供应商的存储费用:$\dfrac{\bar{C}_2(n-1)\left(\dfrac{l}{k}\cdot Q_{01}+\dfrac{k-l}{k}Q_{02}\right)}{2}\cdot\dfrac{\bar{C}_4}{\bar{C}_2+\bar{C}_4}$,

供应商的缺货费:$\dfrac{n\left(\dfrac{l}{k}\cdot Q_{01}+\dfrac{k-l}{k}Q_{02}\right)}{2}\cdot\dfrac{\bar{C}_4}{\bar{C}_2+\bar{C}_4}$,

供应商的期望总费用:

$$TC_{g11}=\int\left[\frac{\bar{C}_1\cdot kD}{n\left(\frac{l}{k}\cdot Q_{01}+\frac{k-l}{k}Q_{02}\right)}\cdot\frac{\bar{C}_4}{\bar{C}_2+\bar{C}_4}+\frac{\bar{C}_2(n-1)\left(\frac{l}{k}\cdot Q_{01}+\frac{k-l}{k}Q_{02}\right)}{2}\cdot\frac{\bar{C}_4}{\bar{C}_2+\bar{C}_4}+l\cdot\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_{01}}+\right.$$
$$\left.(k-l)\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_{02}}+\frac{n\left(\frac{l}{k}\cdot Q_{01}+\frac{k-l}{k}Q_{02}\right)}{2}\cdot\frac{\bar{C}_4}{\bar{C}_2+\bar{C}_4}\right]f(D)\mathrm{d}D。$$

同样若将 TC_{g11} 看成 n 的连续函数,则 TC_{g11} 为 n 的凸函数,故$\dfrac{\partial TC_{g11}}{\partial n}=0$,从而得 n 的最优值为:

$$n^{*}=\sqrt{\frac{k^3\bar{C}_1C_2\bar{C}_4}{C_1\cdot\bar{C}_2}\cdot\frac{C_2+C_3}{[l\sqrt{C_2+C_3}+(k-l)\sqrt{C_3}]^2(\bar{C}_2+\bar{C}_4)}}。$$

由于 n 取正整数,故令$[n^{*}]$为 n^{*} 的整数部分,则当 $TC_{g11}[n^{*}]<TC_{g11}([n^{*}]+1)$ 时,取 $n=[n^{*}]$,否则取 $n=[n^{*}]+1$。将 n^{*} 代入 TC_{g11} 中,此时,供应链的期望总费用:

$$TC_{z11}=TC_{g11}+l\int TC_{l01}\cdot f(D)\mathrm{d}D+(k-l)\int TC_{l02}\cdot f(D)\mathrm{d}D。$$

供应商与零售商合作时总费用:

$$\overline{TC_{z2}}(m,Q_1,Q_2)=\frac{\bar{C}_1\cdot kD}{m\left(\frac{l}{k}\cdot Q_1+\frac{k-l}{k}Q_2\right)}+\frac{\bar{C}_2(m-1)\left(\frac{l}{k}\cdot Q_1+\frac{k-l}{k}Q_2\right)}{2}\frac{\bar{C}_4}{\bar{C}_2+\bar{C}_4}+l\cdot\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_1}+$$
$$(k-l)\frac{\bar{C}_3\cdot D}{Q_2}+l\cdot\left(\frac{C_1\cdot D}{Q_1}+\frac{C_2Q_1}{2}\right)+$$
$$(k-l)\left(\frac{C_1\cdot D}{Q_2}\cdot\frac{C_3}{C_2+C_3}+\frac{C_2Q_2}{2\cdot\frac{C_2+C_3}{C_3}}+\frac{Q_2C_2{}^2}{2(C_2+C_3)}\right)+$$

$$\frac{m\left(\frac{l}{k}\cdot Q_1+\frac{k-l}{k}Q_2\right)}{2}\cdot\frac{\bar{C}_2^{\,2}}{\bar{C}_2+\bar{C}_4}。$$

对于$\overline{TC_{z1}}(m,Q_1,Q_2)$仍先将 m 看成连续变量,则令$\frac{\partial\,\overline{TC_{z2}}}{\partial m}=0,\frac{\partial\,\overline{TC_{z2}}}{\partial Q_1}=0,\frac{\partial\,\overline{TC_{z2}}}{\partial Q_2}=0$,则可得

$$\begin{cases} m^2=\dfrac{2\bar{C}_1\cdot kD\bar{C}_4}{\bar{C}_2(\bar{C}_4+\bar{C}_2)\left(\frac{l}{k}\cdot Q_1+\frac{k-l}{k}Q_2\right)^2}, \\ Q_1^2=\dfrac{2k(\bar{C}_2+\bar{C}_4)D(C_1+\bar{C}_3)}{C_2k(\bar{C}_2+\bar{C}_4)-\bar{C}_2\cdot\bar{C}_4}, \\ Q_2^2=\dfrac{2k(\bar{C}_2+\bar{C}_4)D(C_2\cdot\bar{C}_3+\bar{C}_3C_3+C_1C_3)}{(C_2+C_3)+(C_2k\bar{C}_2+C_2k\bar{C}_4-\bar{C}_2\cdot\bar{C}_4)}。\end{cases}$$

从而求得:$m^*=\sqrt{\dfrac{2\bar{C}_1\cdot kD\bar{C}_4}{\bar{C}_2(\bar{C}_4+\bar{C}_2)\left(\frac{l}{k}\cdot Q_1+\frac{k-l}{k}Q_2\right)^2}}$,

$$Q_1^*=\sqrt{\frac{2k(\bar{C}_2+\bar{C}_4)D(C_1+\bar{C}_3)}{C_2k(\bar{C}_2+\bar{C}_4)-\bar{C}_2\cdot\bar{C}_4}},$$

$$Q_2^*=\sqrt{\frac{2k(\bar{C}_2+\bar{C}_4)D(C_2\cdot\bar{C}_3+\bar{C}_3C_3+C_1C_3)}{(C_2+C_3)+(C_2k\bar{C}_2+C_2k\bar{C}_4-\bar{C}_2\cdot\bar{C}_4)}}。$$

由此得到最优批量 m^*,Q_1^*,Q_2^*。

由于 m 取整数,故若$\overline{TC_{z2}}[m^*]<\overline{TC_{z2}}([m^*]+1)$,取 $m=[m^*]$,否则取 $m=[m^*]+1$。将 $m^*,Q_1{}^*$,$Q_2{}^*$ 代入$\overline{TC_{z2}}$中,故供应链的期望总费用为:$TC_{z2}=\int\overline{TC_{z2}}f(D)\mathrm{d}D$。这里的 $m^*,Q_1{}^*,Q_2{}^*$ 及 n^* 与2.1中的是不同的,为了区分于前面2.1中的符号,令这里的 $m^*,Q_1{}^*,Q_2{}^*$ 及 n^* 分别为 $m_2^*,Q_{12}^*,Q_{22}^*,n_2^*$。

定理 2　在供应商允许缺货情况下,在最优点 $m_2^*,Q_{12}^*,Q_{22}^*,n_2^*$ 处,对于供应链系统,有如下不等式成立:$TC_{z2}\leqslant TC_{z11}$。

证明　(略)。

2.3　分析

当 $l=k$ 时,为 k 个不允许缺货的零售商的模型;当 $l=0$ 时,为 k 个允许缺货的零售商的模型。

从2.1、2.2中的模型可以看出,合作时供应链的总费用将低于非合作时的供应链费用。以供应商不允许缺货情况下的模型为例来讨论,由于 $Q_{01}=\sqrt{\dfrac{2DC_1}{C_2}},Q_1^*=\sqrt{\dfrac{2kD(C_1+\bar{C}_3)}{C_2k-\bar{C}_2}}=\sqrt{\dfrac{2D(C_1+\bar{C}_3)}{C_2-\dfrac{\bar{C}_2}{k}}}$,因此只要 $\bar{C}_2>0,\bar{C}_3>0,k>1$,就有 $Q_{01}<Q_1^*$,类似有 $Q_{02}<Q_2^*$。由于在 Q_1^*,Q_2^* 供应链系统达到最小成本(费用最少),而零售商在此订货量由 Q_{01} 变为 Q_1^*(或由 Q_{02} 变为 Q_2^*)时,其总费用并不是最少,而且其费用有所增加,如何才能使零售商改变其订货策略?由于供应链系统中的供应商在合作的过程中受益,因此,供应商应将($TC_{z01}-TC_{z1}$)中的一部分收益分给零售商。

对于不允许缺货的零售商,单位产品补偿的费用不少于$\left(\dfrac{\frac{C_1D}{Q_1^*}+\frac{1}{2}C_2Q_1^*}{Q_1^*}-\dfrac{T_{01}}{Q_{01}}\right)$,因此零售商的订货量达到 Q_1^* 时,其费用补偿应不少于 $Q_1^*\left(\dfrac{\frac{C_1D}{Q_1^*}+\frac{1}{2}C_2Q_1^*}{Q_1^*}-\dfrac{T_{01}}{Q_{01}}\right)$,零售商费用补偿的期望费用不少于:$\int\left(\dfrac{C_1D}{Q_1}+\dfrac{1}{2}C_2Q_1^*-\dfrac{Q_1^*\;T_{01}}{Q_{01}}\right)f(D)\mathrm{d}D$。所以允许缺货的零售商期望补偿费用应不少于:

$\int\left(\frac{C_1D}{Q_2^*}\frac{C_3}{C_2+C_3}+\frac{C_2Q_2^*}{2}\frac{C_3}{C_2+C_3}+\frac{Q_2^*\ C_2^2}{2(C_2+C_3)}-\frac{Q_2^*\ T_{02}}{Q_{02}}\right)f(D)\mathrm{d}D$。故有下面的定理：

定理 3　供应商不允许缺货的两层供应链合作的前提条件是：

$$TC_{Z01}-TC_{Z1}\geqslant l\int\left(\frac{C_1D}{Q_1^*}+\frac{1}{2}C_2Q_1^*-\frac{Q_1^*\ T_{01}}{Q_{01}}\right)f(D)\mathrm{d}D+$$
$$(K-l)\int\left(\frac{C_1D}{Q_2^*}\cdot\frac{C_3}{C_2+C_3}+\frac{C_2Q_2^*}{2}\cdot\frac{C_3}{C_2+C_3}+\frac{Q_2^*\ C_2^2}{2(C_2+C_3)}-\frac{Q_2^*\ T_{02}}{Q_{02}}\right)f(D)\mathrm{d}D。$$

对于供应商允许缺货的情况也有类似结论。供应链中零售商经补偿后支付的费用少于零售商不合作时支付的费用，这时零售商合作。合作过程中，供应商不仅受益，而且掌握着合作主动权。供应链合作节省的费用，在供应商手中。供应商应将节省的部分费用补偿给零售商。供应链中供应商补偿给零售商的费用，往往以折扣的形式体现在零售商的订货批量上。当然，上述的这些结果都与需求 D 的分布密切相关。

3　例子分析

以不允许缺货的供应商模型为例。假设某供应链系统中有一个不允许缺货的供应商，两个不允许缺货的零售商，一个允许缺货的零售商。对于不允许缺货的零售商，令 $C_1=100, C_2=0.02$；对于允许缺货的零售商，令 $C_1=100, C_2=0.02, C_3=0.06$；不允许缺货的供应商：$\overline{C_1}=200, \bar{C}_2=0.005, \bar{C}_3=2$；允许缺货的供应商：$\overline{C_1}=200, \bar{C}_2=0.005, \bar{C}_3=2, \bar{C}_4=0.08$。则有 $Q_{01}=100\sqrt{D}, T_{01}=\frac{100}{\sqrt{D}}$，

$TC_{l01}^*=2\sqrt{D}, Q_{02}=50\sqrt{3D}, T_{02}=\frac{200}{\sqrt{3D}}, TC_{l02}^*=\sqrt{3D}, n^*=5.92$，最优值取 6。类似 m 的最优值取 5 时，$Q_1^*=20\sqrt{\frac{306\cdot D}{11}}, Q_2^*=20\sqrt{21\cdot D}$。

$TC_{Z01}\approx 8.0823\int\sqrt{D}f(D)\mathrm{d}D, TC_{Z1}\approx 7.9986\int\sqrt{D}f(D)\mathrm{d}D$。当分布取正态分布，均值取 100，标准差 σ 分别取 5，10，15，20 时，以上各值的期望近似值如表 2。

表 2　不同标准差下的各个期望近似值

Table 2　Values of expected approximation under different standard deviation

	$\sigma=5$	$\sigma=10$	$\sigma=15$	$\sigma=20$
EQ_{01}	999.62	998.68	997.06	994.73
ET_{01}	10.01	10.04	10.09	10.17
ETC_{l01}^*	19.99	19.97	19.94	19.89
EQ_{02}	865.70	864.88	863.48	861.46
ET_{02}	11.56	11.59	11.65	11.74
ETC_{l02}^*	17.31	17.30	17.27	17.23
EQ_1^*	1 059.16	1 053.47	1 051.76	1 049.30
EQ_2^*	916.17	915.30	913.82	911.69
TC_{z01}	80.79	80.72	80.59	80.40
TC_{z1}	79.96	79.88	79.75	79.56

从以上的计算结果可以看出，随着需求分布的标准差的增加，单个零售商的订货量及订货周期都是增加的，支出的总费用也是增加的。且有 $EQ_1^*>EQ_{01}, EQ_2^*>EQ_{02}, TC_{z01}>TC_{z1}$ 成立。但由于定理 3 的条件不成立，因此供应链的合作不成立。

4　结束语

以上讨论的是一个供应商和 k 个零售商的供应链的合作问题。考虑在供应商不允许　（下转第 17 页）

（上接第 11 页） 缺货和允许缺货情况下，分别建立了与 k 个零售商合作或不合作的随机供应链模型。进一步，可以考虑一个供应商和一个零售商，在不同的 k 个时段的随机动态供应链模型；而后，再考虑一个供应商和 k 个零售商的多个时段的随机动态供应链模型。这些工作可在以后的文章中研究。

参考文献：

[1] HADLEY G, WITHIN T M. Analysis of inventory systems[M]. N J: Prentic-Hall Englewood Cliffs, 1963.
[2] LADANY S, STERNLIEB A. The interaction of economic ordering quantities and marketing policies[J]. AIIE Transactions, 1974, 6(1): 35-40.
[3] PETERSONR, SILVER E A. Decision systems for inventory management and production planning[M]. New York: Wiley, 1979.
[4] SILVER E A, PYKE D F, Peterson R. Inventory management and production planning and scheduling[M]. 3ed. New York: Wiley, 2001.
[5] WANG Q, WU Z. Improving a supplier's quantity discount gain from many different buyers[J]. AIIE Transactions, 2000, 32:1071-1079.
[6] CHEN F, FEDERGRUEN A, ZHENG Y. Coordination mechanisms for a distribution system with one supplier and multiple retailers[J]. Management Science, 2001, 47(5):693-708.
[7] 周永务. 随机需求下两层供应链协调的一个批量折扣模型[J].系统工程理论与实践，2006(7):25-31.
[8] 罗兵，黄波，卢娜. 一种线性时变需求且短缺量部分拖后的 VMI 模型[J]. 系统工程理论与实践，2006(5):36-41.
[9] 柳键. 基于时变需求的一对一供应链库存决策研究[J]. 管理科学学报，2006(1):38-46.
[10] 徐庆，朱道立，李善良. 不对称信息下供应链最优激励契约的设计[J]. 系统工程理论与实践，2007(4):27-33.

（编辑：李晓红）