

文章编号: 1671-8585(2007)03-0168-07

谐波小波滤波功效分析

夏洪瑞, 葛川庆, 董江伟

(中国石油化工股份有限公司江汉油田分公司物探公司物探研究中心, 湖北潜江 433100)

摘要:谐波小波在振动信号故障检测中的作用和优点已广为人知, 并已在生产和科研工作中发挥了巨大作用, 作为其重构算法的延伸——谐波小波滤波也逐渐引起人们的高度重视。在介绍谐波小波变换的基本定义及优良特性的基础上, 给出了谐波小波滤波的具体实现过程。指出谐波小波由于其频域盒形特征及复滤波结果, 故与其他二进小波变换滤波相比, 能克服滤波过程中的频泄现象, 可扩大滤波结果的应用领域。与有限脉冲响应(FIR)滤波进行了对应分析与对比, 发现两者的滤波效果基本相同。谐波小波同样不能克服由傅氏变换产生的频泄和栅栏效应。通过算例, 进一步验证了上述结论。

关键词:谐波小波变换; 二进小波变换; 滤波算法; FIR 滤波; 频泄现象; 栅栏效应

中图分类号: P631.4

文献标识码: A

20 世纪 80 年代末, 小波变换被引入到各种信号处理中, 从此各种小波技术得到了广泛和深入的发展。在应用过程中, 人们逐渐发现小波变换存在的诸多问题, 如: 小波变换结果非严格正交问题和频泄现象等。正是这些问题又促进了小波变换技术的发展。1993 年, 英国剑桥大学 Newland 教授基于振动故障分析, 提出了一种新的小波变换——谐波小波变换^[1], 旨在克服小波变换中产生的频泄现象, 并将该技术引入到振动信号故障检测之中^[2]。该项技术在振动信号分析中取得了巨大成功。国内于 20 世纪末开始广泛应用该项技术, 在振动故障检测中也取得了可喜成绩^[3~5]。与此同时, 谐波小波也在滤波应用中发挥作用, 不少文献也给出了应用实例^[6~9], 并给出了与 FIR 滤波的对比实例。在应用过程中, 我们发现其中一些结论尚有许多有待深入分析研究的地方, 如: 谐波小波与其他小波变换结果相比, 为什么可以克服频泄现象? 谐波小波滤波与 FIR 滤波有什么区别和联系? 能否克服 FFT 产生的栅栏效应, 以及究竟怎样具体实现谐波小波滤波等。本文对上述问题进行分析, 以期使谐波小波发挥更大的作用。

1 谐波小波的定义及滤波实现算法

谐波小波为一复小波, 在频域表示式为

$$\omega(\omega) = \begin{cases} 1/2\pi & 2\pi \leq \omega \leq 4\pi \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

在时域表示式为

$$\omega(x) = (e^{i4\pi x} - e^{i2\pi x})/i2\pi x \quad (2)$$

式(1)和式(2)的图形如图 1 和图 2 所示。

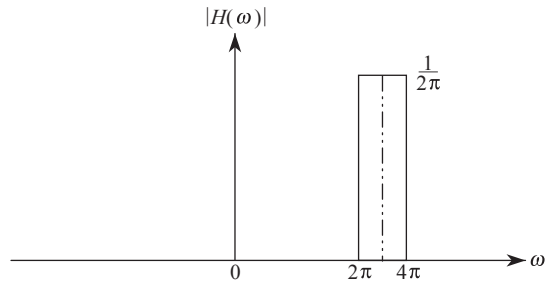


图 1 式(1)所示的谐波小波图形

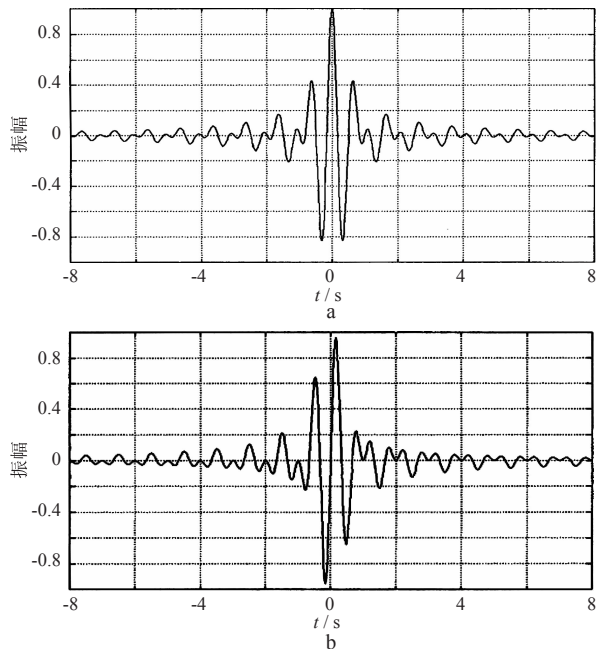


图 2 式(2)所示的谐波小波时域表达式的实部(a)和虚部(b)示意

收稿日期: 2006-12-19。

第一作者简介: 夏洪瑞(1950—), 男, 高级工程师, 多年来一直从事地震资料处理方法研究工作, 现主要从事提高地震资料信噪比和分辨率方法的研究工作。

由图 1 可见:谐波小波具有盒形特征,在频域紧支撑,这便是其克服变换过程中产生频泄现象的基础。由图 2 可见它在时域并不紧支撑。对这一缺点,实际工作一般采用镶边方法予以克服,限于文章篇幅,在这里不予详细讨论。

为了得到谐波小波 $w(x)$ 的二进伸缩平移系,可用变量 $(2^j t - k)$ (其中 $j \in \mathbf{Z}, k \in \mathbf{Z}$) 替换式中的变量 t ,得到

$$w(x) = [e^{i4\pi(2^j x - k)} - e^{i2\pi(2^j x - k)}] / [i2\pi(2^j x - k)] \quad (3)$$

由式(3)可见,小波的形态没有改变,但其在尺度方向的尺度压缩了 2^j ,它的位置在新尺度上被平移了 k 个单位。显然,式(3)在形式上与二进小波完全一样。

对式(1)进行扩展,有

$$w_{m,n}(\omega) = \begin{cases} 1/[2(n-m)\pi] & 2\pi m \leq \omega \leq 2\pi n \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

相应的时域表示式为

$$w_{m,n}(x) = (e^{i2\pi n x} - e^{i2\pi m x}) / [i2(n-m)\pi x] \quad (5)$$

式中: m, n 为进行谐波小波变换的下、上限频率,都为实数,且 $n-m > 0$ 。当 $n=2, m=1$ 时,上式变为式(2)。

给定谐波小波的位移步长 $k/(n-m)$,则上式变为

$$w_{m,n}(x - k/(n-m)) = (e^{i2\pi n(x - k/(n-m))} - e^{i2\pi m(x - k/(n-m))}) / (i2\pi(n-m)(x - k/(n-m))) \quad (6)$$

式(6)为谐波小波在带宽为 $n-m$ 、分析中心在 $x = k/(n-m)$ 的一般表达式。

谐波小波之所以得以广泛应用,除自身具备的许多优点之外,还源于其快速算法。基于 FFT 算法的快速算法由 Newland 导出^[1]。下面以图形形式给出。

图 3 为一长度为 $N=16$ 的实序列数据的谐波小波分解示意图。图的顶框为一实序列 $f(i), i=0, 1, \dots, 15$ 。由快速 FFT 得到其频域结果 $F(i), i=0, 1, \dots, 15$,置于图的第 2 框。进行分块 IFFT 得到谐波小波变换的小波系数 $a(i), i=0, 1, \dots, 15$,置于该图的第 3 框。由实序列傅氏变换所具有的共轭性有

$$F_{16-j} = \bar{F}_j \quad j = 1, 2, \dots, 7 \quad (7)$$

具体运算过程中,仅利用分块 IFFT 得第 3 框左边的小波系数,应用实序列傅氏变换的共轭性,可方

便得到右边相应的小波系数。该图的第 3 框便是与 Mallat 金字塔算法完全相同的小波系数。

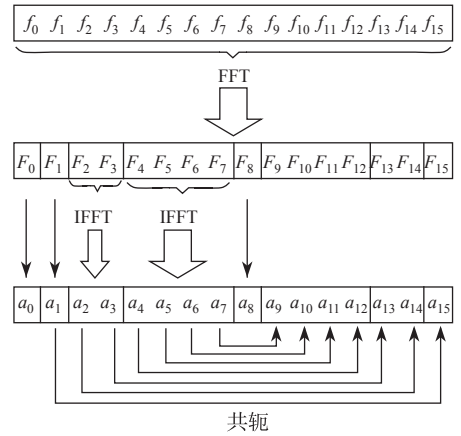


图 3 谐波小波快速分解算法示意

图 3 提供了利用快速 FFT 实现小波变换分解的全过程,注意,这里小波系数 $a(i)$ 为复序列,利用 $a(i)$ 可完成时频图、等高线的绘制,从而给振动故障检测提供强有力的信息。

根据小波变换重构为小波变换分解的逆过程不难得到重构过程,其重构算法见图 4。

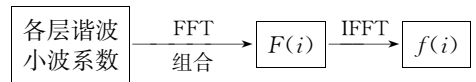


图 4 谐波小波重构算法示意

图 4 表明对 layers 小波系数作分块复 FFT 并放置在相应的位置上,然后进行 IFFT 返回到时域,得重构后的序列 $f(i)$ 。注意,这里的 $f(i)$ 为复序列。为了对序列 $f(i)$ 的某特定频段成分进行研究,在对信号分解进行重构时可只保留该频段的小波系数,其他频带的小波系数置为 0,如此重构得到的结果只包含该序列这一特定频段的信息,其他信息被剔除,即通过谐波小波对该序列进行了滤波,称为谐波小波滤波。这个过程可视为谐波小波重构算法的延伸。

由频域和时域算法的互换性,可以十分方便地得到谐波小波的时域算法。由式(4),利用尤拉公式有

$$w_{m,n}(x) = \frac{\sin 2\pi n x - \sin 2\pi m x}{2\pi(n-m)x} + i \frac{\cos 2\pi n x - \cos 2\pi m x}{2\pi(n-m)x} \quad (8)$$

式(8)为含有实部和虚部的一个复滤波因子,通过按一定规律变更不同的 m, n ,可得到一系列的彼此正交复滤波因子,然后与序列 $f(i)$ 褶积,便可得到一系列的滤波结果。这些结果实际上是重构了

的不同频带的谐波小波变换复结果(按照图4的逆过程可得如图3所示,与Mallat金字塔算法得到的小波系数 $a(i)$ 相同,实践中并不需要这样做)。利用一系列的褶积结果,我们可以绘制时频图等。在振动信号故障检测中,注重的是故障检测,仅需要分解过程便可实现,故一般很少涉及重构过程。

综上所述,谐波小波滤波频域实现及时域实现步骤如下。

1) 频域实现。

① 对欲滤波信号 $f(i)$ 进行FFT,得到其频域信息 $F(i)$;

② 将 $F(i)$ 按图3所示的方法分块(小波变换分层),根据滤波所要求的上、下限选取滤波后应保留的小块进行分块IFFT,得到滤波保留部分的小波系数(上述2步为谐波小波的分解过程);

③ 按图4所示,将保留部分进行分块复FFT,结果放置其对应部分,其余部分冲零;

④ 进行长度为原信号长的IFFT,得到滤波结果。

上述算法基于谐波小波的分解与重构,由傅氏变换的性质可知上述步骤过于复杂,第2、第3步多余。为此可简化为:

① 欲滤波信号 $f(i)$ 进行FFT,得到其频域信息 $F(i)$;

② 在须保留频带的区间,保留相应的值,其余部分冲零,进行IFFT,得滤波结果。

2) 时域算法。

时域算法相对频域算法来讲比较简单,利用式(8)和欲滤波序列进行褶积运算即可。

比较谐波小波频域和时域算法可以看出:频域算法由于利用了FFT,整个运算速度大大加快。但是由于这个原因,给谐波小波的任意分频带来了困难。文献[10]给出了谐波小波的频域任意分频算法,进而完善了谐波小波滤波实现方法。这种任意分频算法的可实现性,将大大扩充小波变换的应用领域,增强小波变换应用的方便性。

谐波小波变换滤波得到的结果为一复序列。得到滤波结果后,可根据滤波目的对滤波结果进行必要的处理得到其他有用的信息,如求取瞬时振幅、瞬时相位和瞬时频率等^[11],或根据其实、虚部信息求取复合信息^[12]。上述应用,将对地震资料处理和解释方法的深入发展提供极其丰富的信息。在常规意义下,滤波结果通常要求为实序列,为此,通常取谐波小波滤波结果的实部作为谐波小波的滤波结果。

二进小波大都采用Mallat金字塔法进行分解与重构,在分解过程中,后一层分解依赖于前一层的分解结果,重构亦如此。显然,二进小波变换的分解与重构为一迭代过程,这种处理过程必然导致计算误差的传递和积累。另外,二进小波分解时采用二进分频的办法,使小波变换的任意分频不易实现。

综上所述,谐波小波变换滤波算法的优点有:

①无二进小波分解算法中的积累误差;②可方便实现任意分频;③算法简洁,快速。

2 FIR滤波器的定义和滤波实现

有限脉冲响应(Finite Impulse Response,简称为FIR)滤波是在小波变换广泛应用之前就十分成熟地应用于信号处理的一种滤波技术,其频域表示式为^[13]

$$w(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega_0 - \Delta\omega \leq \omega \leq \omega_0 + \Delta\omega, \\ & -\omega_0 - \Delta\omega \leq \omega \leq -\omega_0 + \Delta\omega \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

式中: ω_0 为FIR滤波器通频带的中心频率; $\Delta\omega$ 为通频宽度的一半。其频域图形见图5。

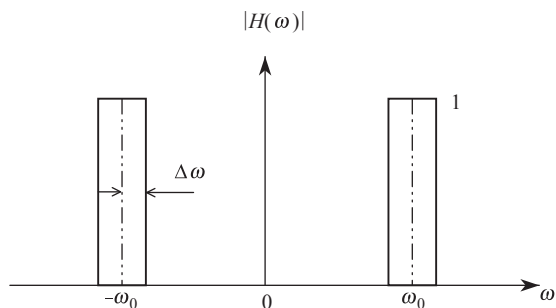


图5 FIR带通滤波器

这种滤波器的定义不同于谐波小波,为一关于坐标原点对称的对称图形。这样设计的基本原因为:输入序列为实序列时,一般要求滤波后的输出也是实序列。故滤波器应为实序列,因此,其频域式必须是一个非负的偶函数。基于上述原因,FIR滤波器的频域定义为如图5所示的形式。对比图1,两者的差异在于图1左边为零,且滤波门幅值为 2π (图5中为1),谐波小波滤波器为一复序列,滤波结果也是一个复序列。也正是这个复序列,使滤波结果有了更大的应用空间。

FIR滤波器的时域表达式为:

$$w(t) = 2\sin 2\pi\Delta\omega t \cos 2\pi\omega_0 t / (\pi t) \quad (10)$$

式中: $\Delta\omega, \omega_0$ 意义同前。用带通滤波的上、下限 $n,$

m 来表示 $\Delta\omega$ 和 ω_0 有

$$\Delta\omega = (n - m)/2, \omega_0 = m + (n - m)/2 \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)有

$$\omega(t) = 2\sin\pi t(n - m)\cos\pi t(n + m)/(\pi t) \quad (12)$$

利用三角函数积化和差公式:

$$\omega(t) = (\sin 2\pi n t - \sin 2\pi m t)/(\pi t) \quad (13)$$

式(13)与式(8)的实部比值为 $2(n - m)$ 。由上述分析可知,当谐波小波用于滤波作用,并取其实部作为滤波结果时,与 FIR 滤波结果相差一比例因子,因而滤波效果并无优劣之分。

3 关于频泄现象

所谓频泄现象指的是经过某种数学运算,将某些频率成分的能量泄漏到其他频率成分上去的现象。

由离散傅氏变换的理论可知:处理实际信号序列 $f(i)$ 时,一般总要将它截断为一有限长序列,这就相当于对 $f(i)$ 乘以一个矩形窗 $w(n)$ 。而矩形窗函数的频谱表现为抽样函数形式,有主瓣及许多副瓣,窗口越大,主瓣越窄,当窗口趋于无穷大时,就是一个脉冲。我们知道,时域的乘积对应频域的卷积。所以,加窗后的频谱实际是原信号频谱与矩形窗函数频谱(抽样函数)的卷积,卷积的结果使频谱延伸到了主瓣以外,且一直延伸到无穷。当窗口无穷大时,与脉冲的卷积就是其本身,否则就有畸变。从能量守恒看,该窗内的频率成分“泄漏”到其他频率处了。泄漏还会引起频谱的混叠。因此,对一连续信号进行截取抽样和离散化处理时,频泄现象就已经产生,可通过修正窗函数(即对矩形窗进行镶边处理)和/或加大截取时窗长度来加以缓解,尽最大可能减小频泄的影响。这一问题早已有大量学者进行了深入的讨论,并给出了肯定的结论。这种频泄在小波变换前已经产生,故任何小波均不可能克服这种频泄现象。

由小波变换的定义知,其分解过程相当于对一个信号进行滤波。理论上讲,分解结果与分解结果彼此严格正交,即每层的分解结果仅包含该层所含频段内的信息,而不含其他层的信息。但实际上由于所用小波的 $h(i)$ 和 $g(i)$ 不可能无限长和非因果性,二进小波变换中的 $h(i)$ 和 $g(i)$ 不是理想滤波器,故在小波变换分解过程中,某一频率的能量经过 $h(i)$ 或 $g(i)$ 后,会向其他频率处泄漏。这种频泄现象不同于前面所述的由于截取时窗的长度和

形态所产生的频泄,而是由滤波器自身特征所产生的频泄。实际上,滤波器的性能是决定这种能量泄漏的最根本的原因,盒形滤波器不存在泄漏问题,而盒形特征正是谐波小波的主要特征,故谐波小波变换滤波不会产生新的频率泄漏。

由上述讨论可知,谐波小波不产生频泄现象的原因是其所具有的盒形特征。盒形特征又引起谐波小波的时域紧支撑性能差,这只能采用镶边办法来克服,但镶边又会破坏频域的盒形特征。故在实际应用中,要根据不同的处理对象和处理目的,灵活选取小波函数和镶边函数,以期得到最佳的应用效果。

4 栅栏效应的克服

栅栏效应是基于离散信号 FFT 变换而产生的一种现象。设信号 $f(i)$ ($i=0, 1, \dots, N-1$) 经离散 FFT 后得 $F(i)$ ($i=0, 1, \dots, N-1$)。 $F(i)$ 的频带范围为 $0 \sim 1/\Delta t$ (Δt 为时间采样间隔),进行 FFT 后,离散频谱按等间距 Δf (FFT 中的基频) 分布在整个频带上,由

$$\Delta t * \Delta f = 1/N \quad (14)$$

可得 Δf 。这就好像在栅栏的一边通过缝隙看另一边的景象一样,只能在离散点处看到真实的景象,其余部分频谱成分被遮挡,所以称为栅栏效应。由式(14)知,只有通过增大 Δt 和 N 才能得到更小的 Δf ,使栅栏效应减小。但 Δt 的增大可导致空间假频的出现,故实际工作中往往采用尾部补零的办法来增大 N ,增加频域采样点数,使谱线变密,原来漏掉的某些频谱成分就可能被检测出来。

这种现象的产生与小波变换无关,任何小波均没有能力克服由傅氏变换而产生的栅栏效应。

5 实例测试

下面以文献[6]给出的例子来分析谐波小波、其他二进小波和 FIR 滤波的滤波效果。

例 1 取数字模拟信号为

$$f(t) = \begin{cases} 5\cos 2\pi f_1 t \Delta t + 2\cos 2\pi f_2 t \Delta t + \\ 2\cos 2\pi f_3 t \Delta t & 351 \leq t \leq 390 \\ 5\cos 2\pi f_1 t \Delta t + 2\cos 2\pi f_2 t \Delta t & \text{其他} \end{cases}$$

其中: $\Delta t = 2$ ms; $f_1 = 10$ Hz; $f_2 = 80$ Hz; $f_3 = 160$ Hz; t 为采样点序号。分别应用谐波小波及 FIR 滤波的结果见图 6。

图 6 为时域原始信号 $f(t)$ 、 $f(t)$ 的 FFT 分析、谐波小波滤波结果和 FIR 滤波频域结果。从原始信号表达式可知,局部信号 $\cos 2\pi f_3 t \Delta t$ 出现的自变量少、幅值小(对 $\cos 2\pi f_3 t \Delta t$ 作了短时窗截取,产生了能量泄漏,图形放大后明显可见),对整个信号的能量贡献小,是微弱信号,在原始时域信号中难以发现其特征。通过傅氏变换所得到的频谱在

160 Hz 处谱值很小。利用谐波小波滤波滤掉强能量之后,在 351~390 样点之间的微弱信号得以显现。这说明谐波小波有很强的微弱信号提取功能。另外与 FIR 滤波结果对比可见,两者滤波结果波形完全一致。此例验证了 2 个问题:①谐波小波可进行微弱信号提取;②谐波小波与 FIR 滤波效果相同。

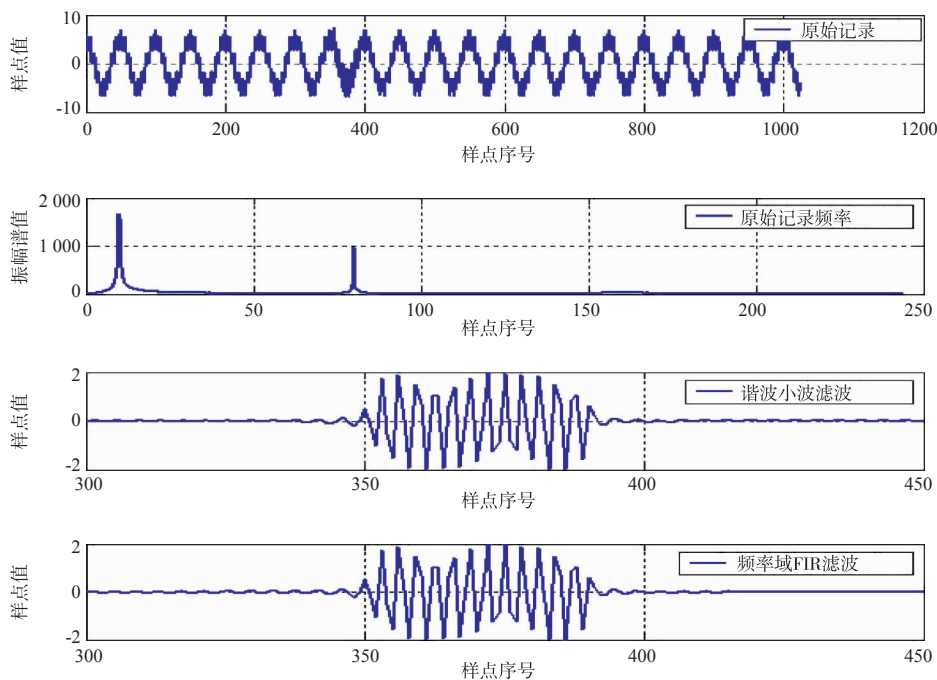


图 6 例 1 的试算结果

例 2 设输入信号为

$$f(t) = \sin 2\pi f_1 t \Delta t + \sin 2\pi f_2 t \Delta t$$

$$t = 0, 1, 2, \dots, 511$$

其中: $f_1 = 390$ Hz; $f_2 = 360$ Hz; $\Delta t = 0.5$ ms; t 为采样点序号。企图通过此例来分析:①由加长截取时窗以减小频泄现象;②二进小波滤波、谐波小波滤波和 FIR 滤波的频泄现象。

分别应用谐波小波、FIR 滤波(时域算法,算子长 201 个样点,滤波带宽 375.00~406.25 Hz),二进小波包分解层数为 5,带宽仍为 31.25 Hz,保留频宽为 375.00~406.25 Hz,根据结果求取频谱(图 7)。图 7a 为例 2 的时域显示,此时截取时窗为 0~511 个样点。图 7b 为例 2 所示的表达式样点数为 4 096 的时域显示,此时截取时窗为 0~4 095 样点(仅显示 0~600 样点),图 7c、图 7d 分别为上述 2 图例的频谱。理想频谱应在 360 Hz 和 390 Hz 处为直线,其余频谱为零。由图 7c 可见,由于截取时窗原因而产生了频泄,除 360 Hz 和 390 Hz 之外存在不为零的频谱值,即出现了如图

所示的三角状的频谱图,明显存在频泄,而图 7d 的频泄现象就要小得多,近似为一条直线。图 7e 和图 7f 为采用 5 层 dmey 小波包分解结果的频谱,频限分别为 375.00~406.25 Hz 和 406.25~437.5 Hz,这 2 个图形均存在频泄现象。在图 7e 中 360 Hz 的内容滤波结果不净,而泄到 375.00~406.25 Hz 频带中。而图 7f 中本应在该频段幅值为零,但 390 Hz 的内容泄到了这一频段。由此可见,二进小波小波包算法存在明显的频泄现象。图 7g 和图 7h 为频域 FIR 滤波和谐波小波滤波结果频谱图。由图可见,两者频谱相同,且与原始记录的 390 Hz 的频谱极为相似。当然,这 2 个结果的频谱也存在频泄现象,但该现象为在数据采样时截断而产生,与谐波小波变换和 FIR 滤波无关。

此例验证了 3 个结论:①加大截取时窗,可减小频泄效应;②与二进小波包算法相比,谐波小波变换的确可以克服频泄现象;③再次验证了谐波小波滤波与 FIR 滤波效果相同。

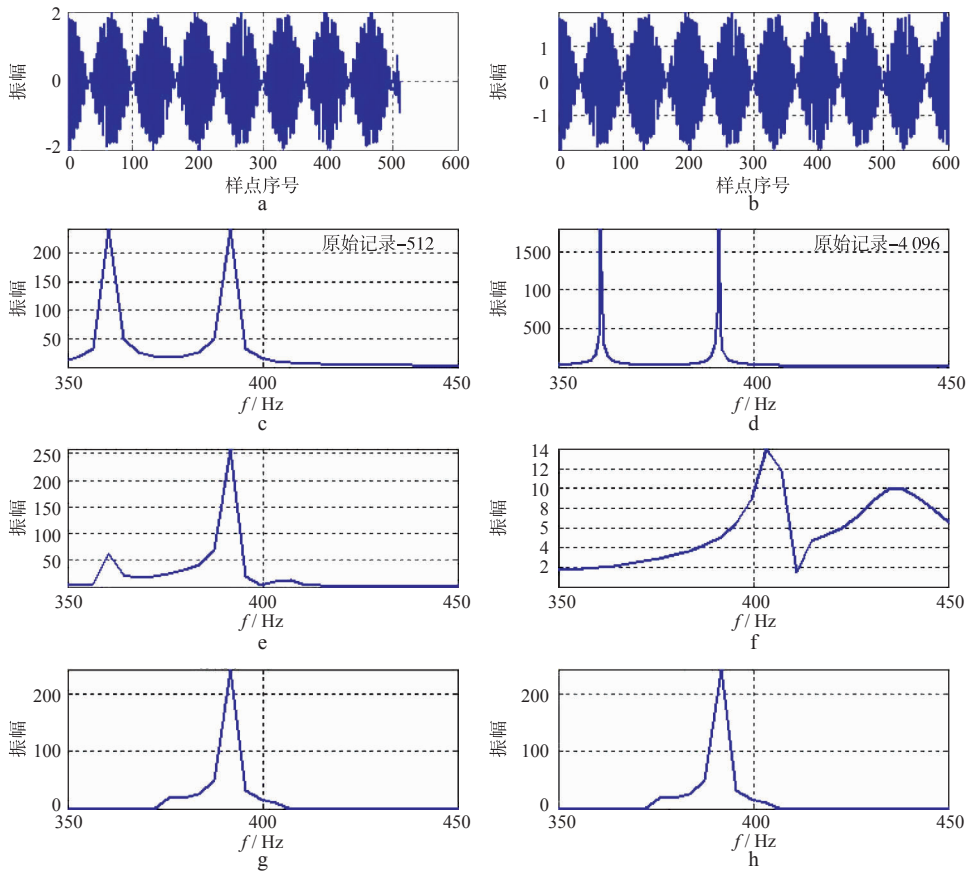


图 7 例 2 的对比处理结果

a 时域显示(0~511 个样点); b 时域显示(0~4 096 个样点); c a 的频谱; d b 的频谱; e dmey 小波分解结果(375.00~406.25 Hz); f dmey 小波分解结果(406.25~437.00 Hz); g 频率域 FIR 滤波结果; h 谐波小波滤波结果

下面仍应用例 2 来分析一下谐波小波变换滤波时域算法中算子长度选取问题。

滤波下、上限仍为 375.00~406.25 Hz, 算子长分别为 33, 65, 128, 201 时, 谐波小波变换滤波结果的频谱显示见图 8。由滤波知识知: 最理想的滤波结果的频谱应仅在 390 Hz 有振幅值。但由图可见, 由于谐波小波滤波因子短(如算子长为 33, 65, 129 样点时), 不能准确描述盒形特征在时域的

变化规律, 故出现了如图所示的频泄现象, 且算子越短, 频泄现象越严重。此例说明: 应用时域谐波小波变换时, 算子长度的选择很关键, 算子过长会影响计算速度, 算子过短会出现频泄现象。有关算子长短的问题在 FIR 滤波技术中已有深入的理论讨论, 谐波小波变换滤波时域算子与之完全雷同, 在此不予讨论。因此, 实际应用中应注意算子长度的选择。

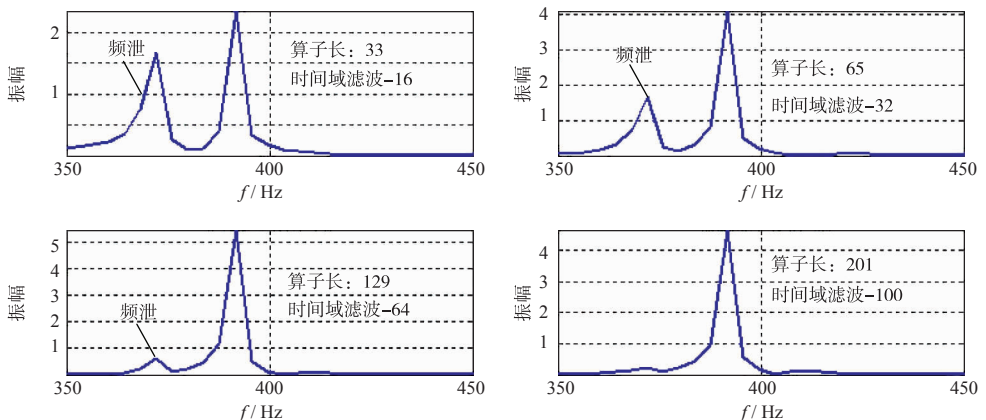


图 8 不同算子长的谐波小波时域滤波结果的频谱显示

6 结论

1) 谐波小波滤波较其他二进小波滤波具有快速、简洁的特点,且各层小波系数源于小波对原始数据的作用,无计算积累误差;

2) 谐波小波滤波频域具有盒形形态,可保证其在滤波过程中无频泄现象产生;

3) 新的谐波小波滤波算法较快速谐波小波分解重构算法更为简洁;

4) 谐波小波滤波可十分方便、灵活地实现任意分频滤波;

5) 与 FIR 滤波相比,在滤波效果上谐波小波滤波无任何优势;相反,FIR 滤波更简洁、实用;

6) 谐波小波变换滤波无法克服由傅氏变换本身产生的频泄。

成文过程中,与西安交通大学建力学院赵玉成博士及我的同仁杨永红、陈立新、周开明等高级工程师进行过多次有益的讨论,谨此致谢!

参 考 文 献

- 1 Newland D E. Harmonic wavelet analysis[J]. Proc R Soc Land A,1993,443:203~225
- 2 Newland D E. Harmonic wavelet in vibrations and

acoustics[J]. Royal Soc Trans, Philos: A,1999,1760 (357):2 607~2 625

- 3 赵玉成,袁树清,许庆余. 奇异信号的谐波分析[J]. 工程力学,2000,17(3):60~65
- 4 肖忠会. 应用谐波小波滤波识别转子系统临界转速[J]. 风机技术,2002(2):8~10
- 5 高强,何正嘉. 谐波小波及其时频剖面图在旋转机械诊断中的应用[J]. 西安交通大学学报,2000,34(9):62~66
- 6 李舜铨,许庆余. 微弱振动信号的谐波小波频域提取[J]. 西安交通大学学报,2004,38(1):51~55
- 7 张玉莲,赵玉成,许庆余. 谐波小波在信号滤波中的应用[J]. 强度与环境,2000(2):29~33
- 8 赵玉成,肖忠会,许庆余. 混沌与噪声信号的谐波小波分析[J]. 机械强度,2001,23(1):69~71
- 9 赵玉成,肖忠会,许庆余. 谐波小波在数字滤波中的应用及其功效分析[J]. 机械工程学报,2000,36(10):9~12
- 10 赵纪元,田会珍,樊可清. 谐波小波与不同尺度下的轴心轨迹分析[J]. 石家庄铁道学院学报,1999,12(4):15~18
- 11 高静怀,汪文秉,朱光明. 小波变换与信号瞬时特征分析[J]. 地球物理学报,1997,40(6):821~832
- 12 唐炬,许中荣,孙才新等. 应用复小波变换抑制 GIS 局部放电信号中白噪声干扰的研究[J]. 中国电机工程学报,2005,25(16):30~34
- 13 牟永光主编. 地震勘探资料数字处理方法[M]. 北京:石油工业出版社,1981. 3~30