

# 色散 $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ 薄膜组成的 Fibonacci 序列 一维光子晶体在可见光波段的传输特性

于志明<sup>1</sup>, 周 静<sup>2</sup>

(1. 连云港师范高等专科学校 物理系, 江苏 连云港 222006; 2. 北京师范大学 物理系, 北京 100875)

**摘要:**用特征矩阵法研究了由正常色散  $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  薄膜组成的 Fibonacci 序列一维光子晶体在可见光波段的传输特性, 并与无色散时的传输特性做了对比。结果表明, 随序列项数的增加, 相应的前一序列的透射谱中透射率较低的凹带逐渐变成禁带, 禁带数增加; 初始介质是低折射率的  $\text{SiO}_2$  薄膜时比高折射率的  $\text{TiO}_2$  薄膜时各序列的透射谱中的禁带数多, 各禁带的宽度和中心波长基本相同; 在总厚度一定的条件下, 随  $\text{SiO}_2$  薄膜的厚度增大 ( $\text{TiO}_2$  薄膜的厚度减小), 禁带的宽度减小, 禁带的中心波长基本不变; 随入射角增大, 禁带的中心波长向短波方向移动, 禁带宽度变小。在其它相同条件下, 无色散时的最宽禁带和最宽禁带的中心波长比有色散时的最宽禁带和最宽禁带的中心波长都有增加。

**关键词:**一维光子晶体; 色散;  $\text{SiO}_2$  薄膜;  $\text{TiO}_2$  薄膜; Fibonacci 序列; 禁带; 传输特性

中图分类号: O734 文献标识码: A

## Transmission properties of 1-D Fibonacci sequence photonic crystals made up of dispersive $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ thin films in visible region

YU Zhi-ming<sup>1</sup>, ZHOU Jing<sup>2</sup>

(1. Department of Physics, Lianyungang Teachers' College, Lianyungang 222006, China;

2. Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

**Abstract:** The transmission properties of the 1-D Fibonacci sequence photonic crystals made up of dispersive  $\text{SiO}_2$  and  $\text{TiO}_2$  thin films in visible region are investigated by an eigen matrix method, and the results are compared with that without dispersion conditions. The comparison results show that the number of band gaps increase with the increases of the sequence terms. Moreover, the number of band gaps in transmission spectra from initial media in  $\text{SiO}_2$  thin films are higher than those of from initial media in  $\text{TiO}_2$  thin films. When the total physical length keeps a constant, the width of the band gap becomes narrower as the increase of the length of  $\text{SiO}_2$  thin film, but the central wavelength of the band gap is a constant. Furthermore, the central wavelength of the band gap becomes shorter and the width of the band gap becomes narrower as the increase of the

incident angle. When the dispersion is ignored, both the widest band gap and the central wavelength of the widest band gap have been increased. The conclusions can contribute to the study on the effect of dispersion on photonic crystals.

**Key words:** 1-D photonic crystal; dispersion; SiO<sub>2</sub> thin film; TiO<sub>2</sub> thin film; Fibonacci sequence; band gap; transmission property

## 1 引言

光子晶体是光子带隙微结构器件,波长在带隙中的光子不能在光子晶体中传播。光子在光子晶体中的行为与电子在半导体晶体中的行为相似,人们可以像控制半导体晶体中电子的行为那样控制光子晶体中光子的行为,这使得光子晶体有着广泛的应用<sup>[1-6]</sup>。

Fibonacci 序列<sup>[7]</sup>是在 13 世纪初,由意大利的数学家 Fibonacci 提出的,如今 Fibonacci 序列大量的性质已经被人们发现,并展开了大量的应用<sup>[8,9]</sup>。Fibonacci 序列是:1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, …, 其中每一项是其前面两项之和。

文献[10]用转移矩阵法,研究了由无色散介质组成的 Fibonacci 序列的一维光子晶体在光学波段的传输特性。本文在文献[10]的基础上,用特征矩阵法研究了由正常色散 SiO<sub>2</sub>/TiO<sub>2</sub>薄膜组成的 Fibonacci 序列准晶格结构的一维光子晶体在可见光波段的传输特性,并与无色散时的传输特性做了对比。由于色散是光学介质的基本属性之一,考虑色散对光子晶体传输特性的影响有一定的现实意义。

## 2 结构和研究方法

这里所研究的由色散 SiO<sub>2</sub>/TiO<sub>2</sub>薄膜纳米介质膜组成的 Fibonacci 序列一维光子晶体的结构如图 1 所示,其中 A 代表 SiO<sub>2</sub>薄膜、B 代表 TiO<sub>2</sub>薄

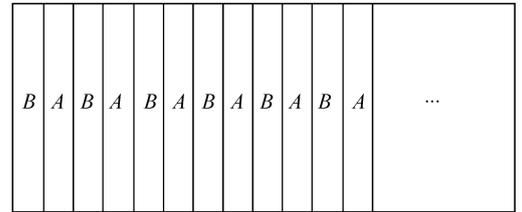


图 1 色散 SiO<sub>2</sub>/TiO<sub>2</sub>薄膜 Fibonacci 序列一维光子晶体的结构模型

Fig. 1 Structure model of Fibonacci sequence 1-D photonic crystal

膜。图 1 所示的 SiO<sub>2</sub>/TiO<sub>2</sub>薄膜组成的 Fibonacci 序列一维光子晶体的结构式分别为: $F_0 = B$  ( $F_0$ 称为初始序列),  $F_1 = A$ ,  $F_3 = BA$ ,  $F_4 = ABA$ , …,  $F_n = F_{n-2}F_{n-1}$ 。各结构式对应的 SiO<sub>2</sub>/TiO<sub>2</sub>薄膜的总层数分别为:1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, …。由常用的光学薄膜设计软件 TFCalc 提供的 SiO<sub>2</sub>薄膜、TiO<sub>2</sub>薄膜的色散特性如表 1、表 2 所示。

表 1 SiO<sub>2</sub>薄膜的色散特性

Tab. 1 Dispersion properties of SiO<sub>2</sub> thin film

波长/nm	300	350	400	450	500	550	600	650	700	800
折射率	1.478	1.472	1.467	1.463	1.459	1.455	1.452	1.450	1.446	1.437

表 2 TiO<sub>2</sub>薄膜的正常色散特性

Tab. 2 Dispersion properties of TiO<sub>2</sub> thin film

波长/nm	380	425	450	475	500	525	550	575	600	625	650	675	750	775	800
折射率	2.550	2.49	2.469	2.444	2.422	2.402	2.385	2.370	2.351	2.343	2.337	2.331	2.322	2.317	2.313

由表可见,  $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  薄膜的折射率都随波长的增大而减小, 都是正常色散, 而在同样的波长处,  $\text{SiO}_2$  薄膜的折射率比  $\text{TiO}_2$  薄膜的折射率低。

本文采用特征矩阵法<sup>[11-14]</sup>来研究由正常色散纳米  $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  薄膜组成的 Fibonacci 序列一维光子晶体的传输特性。根据特征矩阵法, 当光通过折射率为  $n_i$ 、厚度为  $d_i$  的介质层时, 其特征矩阵为:

$$\mathbf{T}_i = \begin{pmatrix} \cos\delta & -i\eta_i^{-1}\sin\delta \\ -i\eta_i\sin\delta_i & \cos\delta_i \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式(1)中的  $\delta_i = (2\pi/\lambda)n_i d_i \cos\theta_i$ ,  $\theta_i$  为光在进入这层介质时的入射角,  $\eta_i$  为这层介质的有效导纳, 对于 p 偏振光,  $\eta_i = n_i/\cos\theta_i$ , 对于 s 偏振光,  $\eta_i = n_i \cos\theta_i$ 。

当光通过  $N$  层介质后, 总的特征矩阵为:

$$\mathbf{T} = \prod_{i=1}^N \mathbf{T}_i, \quad (2)$$

如将  $\mathbf{T}$  表示为:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

则当光通过  $N$  层介质后的透射系数可以写为:

$$t = \frac{\eta_{N+1}}{\eta_0} \left( \frac{2\eta_0}{a_{11}\eta_0 + a_{12}\eta_0\eta_{N+1} + a_{21} + a_{22}\eta_{N+1}} \right)^2, \quad (4)$$

式(4)中的  $\eta_0$ 、 $\eta_{N+1}$  分别是入射介质和出射介质的有效导纳。在研究中由  $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  薄膜组成的 Fibonacci 序列一维光子晶体的前后均为空气,  $\eta_0 = \eta_{N+1} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$ , 故式(4)变为:

$$t = \left( \frac{2\eta_0}{a_{11}\eta_0 + a_{12}\eta_0^2 + a_{21} + a_{22}\eta_0} \right)^2. \quad (5)$$

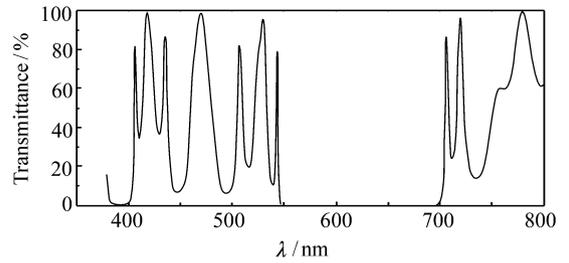
本文由式(5)来研究由正常色散纳米  $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  薄膜组成的 Fibonacci 序列一维光子晶体的传输特性。研究中可见光波段内各波长的  $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  薄膜的折射率由线性插值法根据表1、表2的数据确定。

### 3 结果与讨论

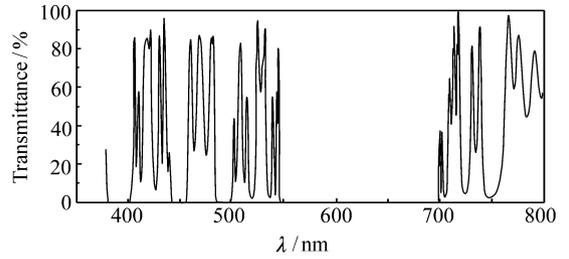
为了方便, 在此只给出对 p 偏振光的研究结果。

#### 3.1 不同序列的传输特性

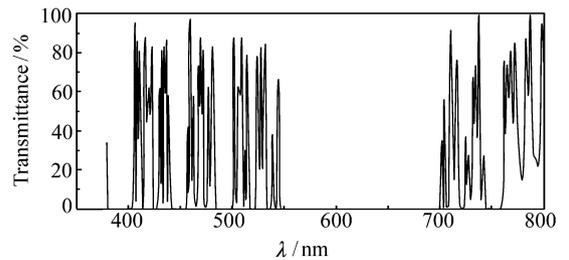
取图1所示的结构中的  $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  薄膜的物理厚度相等, 且都为 65 nm, 入射光垂直入射。由数值计算得在可见光波段内结构为  $F_9$ 、 $F_{11}$ 、 $F_{13}$  的各 Fibonacci 序列一维光子晶体的透射谱如图2所示。由图可见, 随序列项数的增加, 前一序列透



(a) 序列项数  $F_9$   
(a) Sequence term  $F_9$



(b) 序列项数  $F_{11}$   
(b) Sequence term  $F_{11}$



(c) 序列项数  $F_{13}$   
(c) Sequence term  $F_{13}$

图2 不同序列项数的传输特性

Fig. 2 Transmittance properties of different sequence terms

射谱中透射率较低的凹带逐渐变成禁带,禁带数增加,但最宽的禁带的中心波长和宽度基本保持不变,最宽的禁带的中心波长都约为 623 nm,宽度都约为 163 nm。

### 3.2 交换 $\text{SiO}_2$ 薄膜与 $\text{TiO}_2$ 薄膜的位置后的传输特性

交换图 1 结构中的  $\text{SiO}_2$  薄膜与  $\text{TiO}_2$  薄膜的位置,即将初始序列介质由  $\text{TiO}_2$  薄膜变为  $\text{SiO}_2$  薄膜,其它条件与图 2 中的相同。由数值计算获得在可见光波段内结构为  $F_9$ 、 $F_{11}$ 、 $F_{13}$  的各 Fibonacci 序列一维光子晶体的透射谱如图 3 所示。比较

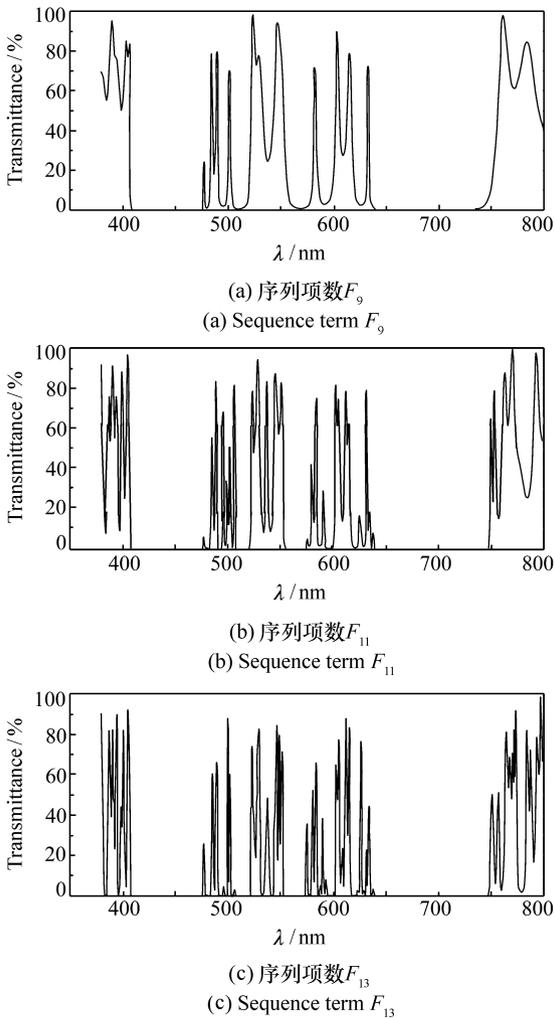


图 3 交换  $\text{SiO}_2$  薄膜与  $\text{TiO}_2$  薄膜的位置后不同序列项数的传输特性

Fig. 3 Transmittance properties of different sequence terms after interchanging  $\text{SiO}_2$  with  $\text{TiO}_2$

图 3 与图 2,发现交换  $\text{SiO}_2$  薄膜与  $\text{TiO}_2$  薄膜的位置后,透射谱随序列项数的增加而变化的趋势基本相同,但透射谱中的禁带数变多,特别是在 450 nm 和 700 nm 处出现两个宽的禁带。

### 3.3 $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$ 薄膜的厚度不同时的传输特性

取图 1 所示的结构中的  $\text{SiO}_2$  薄膜物理厚度分别为 45 nm 和 85 nm,相应的  $\text{TiO}_2$  薄膜物理厚度分别为 85 nm 和 45 nm, $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  薄膜总的物理厚度与图 2 中相同。由数值计算获得结构为  $F_9$  时的 Fibonacci 序列一维光子晶体在入射光垂直入射的透射谱,如图 4 所示。由图 4 可见,随  $\text{SiO}_2$  薄膜的物理厚度增大( $\text{TiO}_2$  薄膜的物理厚度减小),禁带的宽度减小,但禁带的中心波长基本不变。

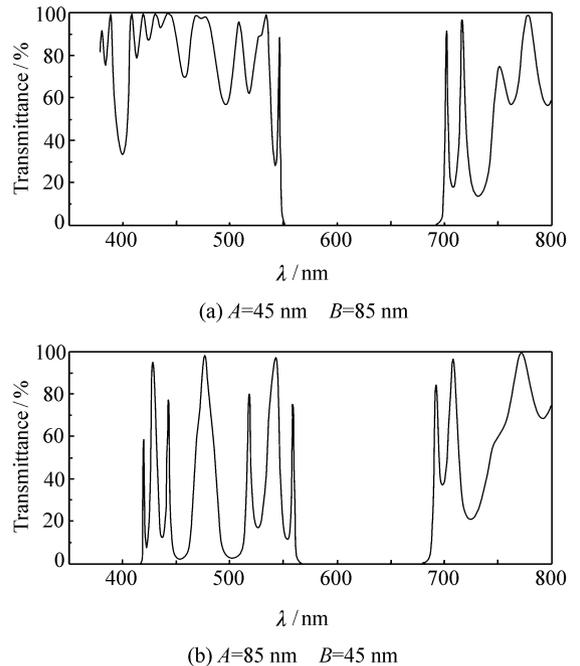


图 4 改变  $\text{SiO}_2/\text{TiO}_2$  薄膜的物理厚度时  $F_9$  的传输特性

Fig. 4 Transmittance properties of  $F_9$  after changing physical lengths of  $\text{SiO}_2$  and  $\text{TiO}_2$  thin films

### 3.4 不同入射角时传输特性

取入射光的入射角分别为  $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $40^\circ$ ,其它条件与图 2 中相同,由数值计算获得结构为  $F_9$  的 Fibonacci 序列一维光子晶体的透射谱如图 5 所示。比较图 5 中各图,可见随入射角增大,禁带中心波长向短波方向移动,禁带宽度变小。

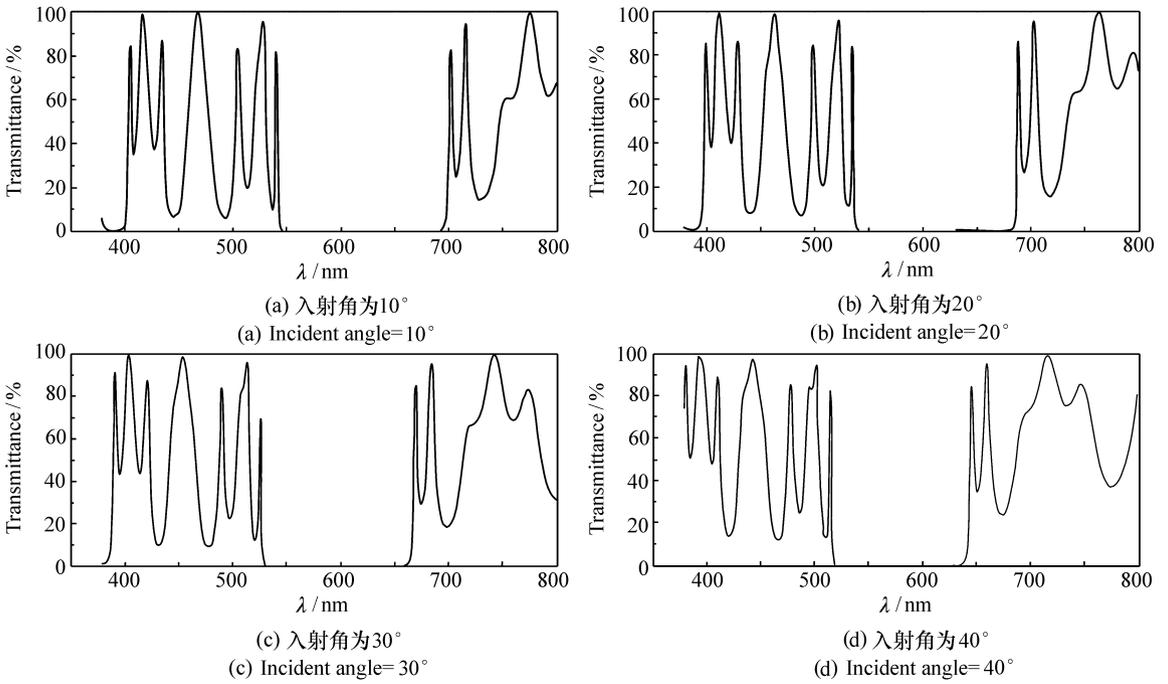


图5 不同入射角时  $F_9$  的传输特性

Fig. 5 Transmittances of  $F_9$  at different incident angles

3.5 不考虑色散时的传输特性

取  $\text{SiO}_2$  薄膜的折射率恒为 1.459 (波长为

500 nm 时  $\text{SiO}_2$  的折射率)、 $\text{TiO}_2$  薄膜的折射率恒为 2.370 (波长为 575 nm 时  $\text{TiO}_2$  的折射率), 其它条

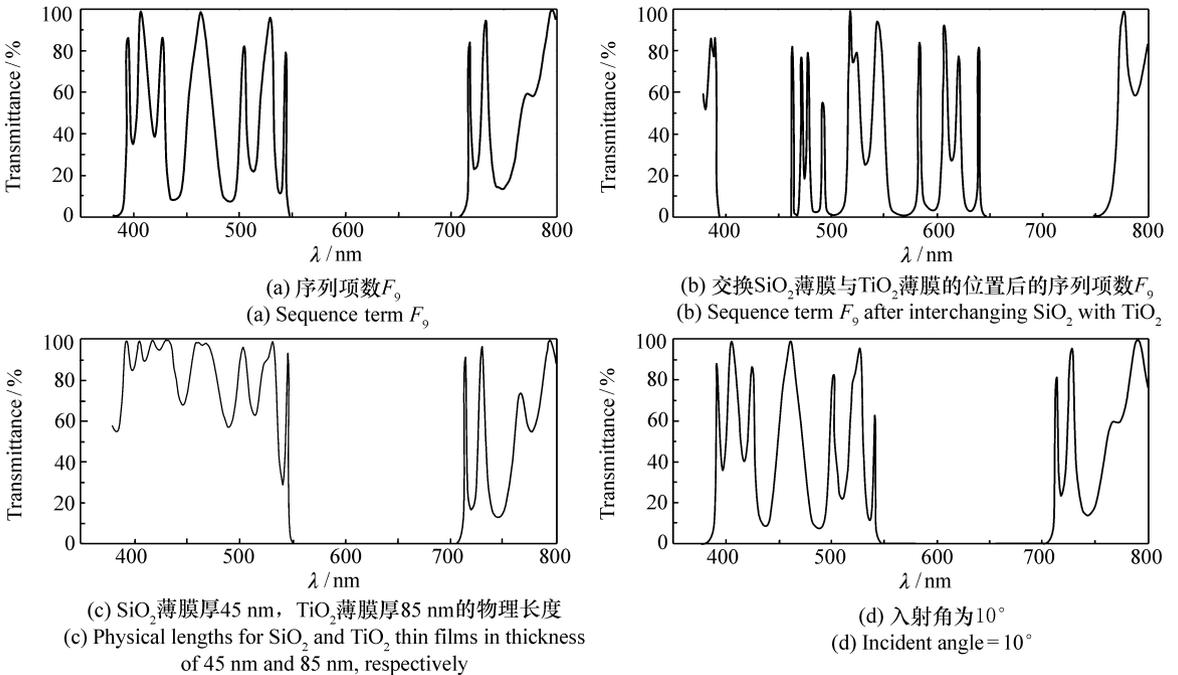


图6 无色散时的传输特性

Fig. 6 Transmittance properties without dispersion

件与图 2(a)、图 3(a)、图 4(a)、图 5(a)中的相同,图 6 中分别给出它们相应的透射谱。比较图 2(a)与图 6(a)、图 3(a)与图 6(b)、图 4(a)与图 6(c)、图 5(a)与图 6(d),发现在其它条件相同的情况下,无色散时的最宽禁带比有色散时的最宽禁带宽,无色散时最宽禁带的中心波长比有色散时最宽禁带的中心波长长;如果有禁带出现在短波方向,则无色散时的禁带比有色散时的禁带窄,无色散时的禁带中心波长比有色散时的禁带中心波长短。

## 4 结 论

用特征矩阵法研究了由正常色散 SiO<sub>2</sub>/TiO<sub>2</sub>薄膜组成的 Fibonacci 序列一维光子晶体在可见光波段的传输特性。结果表明,随序列项数的增加,相应的前一序列的透射谱中透射率较低的凹

带逐渐变成禁带,禁带数增加,各禁带的宽度和中心波长基本未变;初始介质是低折射率的 SiO<sub>2</sub>薄膜时比高折射率的 TiO<sub>2</sub>薄膜时各序列的透射谱中的禁带数要多;在总厚度相同的条件下,随 SiO<sub>2</sub>薄膜的物理厚度增大(TiO<sub>2</sub>薄膜的物理厚度减小),禁带的宽度减小,禁带的中心波长基本不变;随入射角增大,禁带宽度变小,禁带的中心波长向短波方向移动。在其它条件相同的情况下,无色散时最宽的禁带比有色散时最宽的禁带宽,无色散时最宽禁带的中心波长比有色散时最宽禁带的中心波长长;如果有禁带出现在短波方向则无色散时的禁带比有色散时的禁带窄,无色散时禁带的中心波长比有色散时禁带的中心波长短。由于色散是客观存在的,各种介质有不同的色散特性,认清色散对各种光子晶体透射特性的影响,对于光子晶体的研究具有重要意义。

## 参考文献:

- [1] YABLONOVITCH E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. *Phys Rev Lett*, 1987, 58(20):2059-2061.
- [2] JOHN S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. *Phys Rev Lett*, 1987, 58(23):2486-2489.
- [3] 杜桂强,刘念华.具有镜像对称结构的一维光子晶体的透射谱[J]. *物理学报*, 2004, 53(4):1095-1098.  
DU G Q, LIU N H. Optical transmission spectra of one-dimensional photonic crystals with a mirror symmetry[J]. *Acta Phys. Sin.*, 2004, 53(4):1095-1098. (in Chinese)
- [4] 欧阳征标,刘海山,李景镇.光子晶体超窄带滤波器[J]. *光子学报*, 2002, 31(2):281-284.  
OUYANG ZH B, LIU H S, LI J ZH. Photonic crystal super narrow optical filters[J]. *Acta Photonica Sin.*, 2002, 31(2):281-284. (in Chinese)
- [5] 方云团,沈廷根,谭锡林.一维光子晶体掺杂窄带缺陷模研究[J]. *光学学报*, 2004, 24(11):1557-1560.  
FANG Y T, SHEN T G, TAN X L. Study on one-dimensional photonic crystal with impurity defects[J]. *Acta Opt. Sin.*, 2004, 24(11):1557-1560. (in Chinese)
- [6] 欧阳征标,李景镇,张道中,等.多层光子晶体滤波器研究[J]. *光学学报*, 2002, 22(1):79-84.  
OUYANG ZH B, LI J ZH, ZHANG D ZH, et al.. Investigation on multi-layer photonic crystal optical filters[J]. *Acta Opt. Sin.*, 2002, 22(1):79-84. (in Chinese)
- [7] 洪毅,林健良,陶志穗.数学模型[M].北京:高等教育出版社,2004.  
HONG Y, LIN J L, TAO ZH S. *Mathematical Modeling*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2004. (in Chinese)
- [8] DONG J W, HAN P, WANG H ZH. Broad omni-directional reflection band forming the combination of Fibonacci quasi-periodic and periodic one-dimensional photonic crystals[J]. *Chin Phys. Lett.*, 2003, 20(11):1963-1965.
- [9] HOLZER M. Three classes of one-dimensional, two-tile Penrose tilings and the Fibonacci Kronig-Penny model as a generic case[J]. *Phys. Rev. B*, 38(3):1709-1710.
- [10] 汤炳书.光学波段菲波纳契序列一维光子晶体纳米膜传输特性研究[J]. *光学学报*, 2007, 36(8):1426-1430.  
TANG B SH. Study on the transmission properties of Fibonacci one-dimensional photonic crystal nanometer films in visi-

- ble region[J]. *Acta Opt. Sin.*, 2007, 36(8):1426-1430. (in Chinese)
- [11] 唐晋发, 顾培夫, 刘旭, 等. 现代光学薄膜技术[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2007.  
TANG J F, GU P F, LIU X, *et al.*. *Modern Optical Thin Film Technology*[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2007. (in Chinese)
- [12] 王辉, 李永平. 用特征矩阵法计算光子晶体的带隙结构[J]. 物理学报, 2001, 50(11):2172-2178.  
WANG H, LI Y P. An eigen matrix method for obtaining the band structure of photonic crystals[J]. *Acta Phys. Sin.*, 2001, 50(11):2172-2178. (in Chinese)
- [13] 顾国昌, 李宏强, 陈洪涛, 等. 一维光子晶体材料中的光学传输特性[J]. 光学学报, 2000, 20(6):728-734.  
GU G CH, LI H Q, CHEN H T, *et al.*. Properties of light propagation in 1-D periodic dielectric structure[J]. *Acta Opt. Sin.*, 2000, 20(6):728-734. (in Chinese)
- [14] 于志明, 周静. 用特征矩阵法研究一维激光全息光子晶体的禁带特性[J]. 应用光学, 2008, 29(3):424-427.  
YU ZH M, ZHOU J. Investigation into forbidden band characteristic of 1-D laser holographic photonic crystal with eigen matrix[J]. *J. Appl. Opt.*, 2008, 29(3):424-427. (in Chinese)

作者简介: 于志明(1960—), 男, 副教授, 主要从事大学物理的教学和研究。E-mail: 8800237\_cn@sina.com