

文章编号:1000-5641(2009)01-0104-07

# 发现非对称性损失的非对称样本容量均值图

郭宝才, 孙利荣

(浙江工商大学 统计与数学学院, 杭州 310018)

**摘要:** 在一些生产过程中,过程均值的正向飘移与负向飘移对生产者意味着不同损失. 提出了两种非对称样本容量均值图. 利用马氏链方法研究了控制图的统计性质. 计算结果显示,对于小于 1.5 个过程标准差的过程均值飘移,非对称样本容量均值图在兼顾一方向飘移的同时能更加快速地发现另一方向飘移,而警戒限的加入加快了控制图发现过程均值一个方向漂移的速度.

**关键词:** 控制图; 非对称样本容量; 马氏链; 非对称性损失

**中图分类号:** O213.1      **文献标识码:** A

## $\bar{X}$ charts with asymmetric sample sizes for detecting asymmetric losses

GUO Bao-cai, SUN Li-rong

(College of Statistics and Mathematics, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** In some production systems, upward and downward shifts of processes may cause different losses. To meet the need of quality control in these situations, this paper proposed two  $\bar{X}$  charts with asymmetric sample sizes. A Markov chain method was used to obtain their statistical properties. Numerical results indicate, for the shifts of less than 1.5 process standard deviation from the mean, that using asymmetric sample sizes is more efficient in detecting the shifts in one direction, while without missing the shifts in the other direction. Using the warning limit may speed up in detecting the shifts in one direction.

**Key words:** control chart; asymmetric sample size; Markov chain; asymmetric loss

### 0 引 言

在生产过程中,某些质量特性指标的观测值大于或小于目标值对于生产者而言可能意味着不同的损失. 例如某生产线的目的在于生产外径为 5 cm 的轴承,显然外径为 5.2 cm 和 4.8 cm 的产品所引起的损失是不一样的. 但是在现有的控制图中这一点却没有得到充分的体现<sup>[1]</sup>. 而这种非对称性损失对于实际生产者而言可能是非常重要的. 这种情况下建立一个对向上和向下飘移具有不同敏感度的控制图是十分必要的. 本文假定过程均值向上飘移比向下飘移更关键.

收稿日期:2007-07

第一作者:郭宝才,男,硕士,讲师,研究方向为统计质量管理. E-mail:gbc78@163.com

非对称样本容量图的主要思想是:如果样本落在上控制域,下一个样本选择一种容量;如果样本落在下控制域,下一个样本选择另一种容量.为了尽快发现过程均值的向上漂移,如果样本均值落在上控制域,下一个样本选择大的容量.

变样本容量思想是由 Prabhu et al 在 1993 年针对  $\bar{X}$  图提出的<sup>[2]</sup>. Costa<sup>[3]</sup> 将变样本容量图与指数加权移动平均图及累积和图进行了比较. Zimmer et al<sup>[4]</sup> 评价了使用三种样本容量动态方案的有效性. 张维铭<sup>[5]</sup> 将变样本容量思想应用到中位数图和极差图. G. Celano<sup>[6]</sup> 将变样本容量和变抽样区间及链规则一起并入休哈特  $\bar{X}$  图. Yu-Chang Lin<sup>[7]</sup> 将变样本容量,变抽样区间和变控制限一起应用到非正态过程. 结果均显示变样本容量的使用能够加速控制图发现过程的变化. 上述文献中样本容量的使用均关于中心线对称,本文利用非对称的变样本容量思想来处理损失的非对称性.

给控制图加上警戒限可以提高其发现过程漂移的能力. 本文也利用了此种思想. 首先描述了一般的非对称样本容量均值图,给出计算结果;接下来,为了增加发现过程均值向上漂移的能力,在上控制域增加了一条警戒限,从而使得非对称样本容量控制图在兼顾一方向漂移的同时能更加快速地发现另一方向漂移.

## 1 非对称样本容量(ASS) $\bar{X}$ 图

### 1.1 非对称样本容量(ASS) $\bar{X}$ 图的描述

假定质量特性  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 这里标准差  $\sigma$  已知. 设  $\mu_0$  为均值的目标值, 系统因素的出现导致过程均值从  $\mu_0$  漂移到  $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ .

从过程中以固定时间间隔采集样本, 并将标准化的样本均值  $Z = (\bar{X} - \mu_0) / \sigma_{\bar{X}}$  打在以  $\pm \gamma$  为行动限的  $\bar{X}$  控制图上. 这里  $\sigma_{\bar{X}}$  为样本均值的标准差,  $\sigma_{\bar{X}} = \sigma / \sqrt{n}$ . 当样本点落在控制区域  $(-\gamma, \gamma)$  的外面时, 过程停止后采取行动寻找系统因素.

于是整个控制区域被分成 2 个区域: 上控制域  $I_U = [0, \gamma)$ , 下控制域  $I_L = (-\gamma, 0)$ . 每个样本容量的大小均依赖于前一个样本落在控制图上的位置. 如果当前的样本点落在上控制域  $I_U = [0, \gamma)$ , 为了提高控制图发现向上漂移的能力, 那么下一个样本容量  $n_u$  应该是大的; 如果样本点落在下控制域  $I_L = (-\gamma, 0)$ , 那么下一个样本容量取  $n_L$ . 为了防止过程在初始时刻出现问题, 第一个样本应选择大的容量  $n_u$ .

文中采用了标准化的样本均值, 打在控制限与样本容量无关的控制图上. 当过程受控, 即  $\mu = \mu_0$  时, 样本落在各个区域的概率与样本容量的选择无关. 但是当过程均值从  $\mu_0$  漂移到  $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$  时, 采用不同的样本容量便意味着不同的发现效率, 即

$$1 - \beta = \Pr(|Z| > \gamma) = 1 - \Phi(\gamma - \delta\sqrt{n}) + \Phi(-\gamma - \delta\sqrt{n}).$$

例如取  $\gamma = 3, \delta = 1, n = 3$  时,  $1 - \beta = 0.1024$ , 而  $n = 5$  时, 有  $1 - \beta = 0.2225$ . 故使用大的样本容量可以更快地发现过程均值的漂移. 当然此时样本均值落在各个区域的概率也随着样本容量的不同而不同.

### 1.2 ASS $\bar{X}$ 图的统计性质

采用固定抽样区间控制图的性质是由发信号前所抽取的样本数  $N$  及观测到的产品个体数  $M$  决定的. 当过程受控时, 分别用  $N_0, M_0$  表示这两个量; 当过程均值发生漂移时, 分别

用  $N_1, M_1$  表示这两个量.

通过马氏链方法来计算  $E(N_1)$  和  $E(M_1)$ , 这里  $E(N_1)$  即是通常所见的平均链长 (ARL).

状态 1: 样本均值落在区域  $I_u$ ;

状态 2: 样本均值落在区域  $I_L$ ;

状态 3: 样本均值落在行动限之外, 显然状态 3 为吸收态.

从而瞬时态之间的转移概率矩阵为

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix},$$

$$p_{11} = \Phi(\gamma - \delta \sqrt{n_i}) - \Phi(-\delta \sqrt{n_i});$$

$$p_{i2} = \Phi(-\delta \sqrt{n_i}) - \Phi(-\gamma - \delta \sqrt{n_i}), \quad i = 1, 2, \text{ 这里 } n_1 = n_u, n_2 = n_L.$$

因为状态 3 为吸收态, 从而  $E(N_1), E(M_1)$  可由下式给出<sup>[2,3]</sup>,

$$E(N_1) = \mathbf{B}^T (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{1}, \quad (1)$$

$$E(M_1) = \mathbf{B}^T (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{S}. \quad (2)$$

这里  $\mathbf{B}$  为初始概率向量,  $\mathbf{B}^T = (a, b), a + b = 1$ .  $\mathbf{I}$  为 2 阶单位阵,  $\mathbf{1} = (1, 1)^T, \mathbf{S}' = (n_u, n_L)$ . 从而每个采样点所使用的平均样本容量为

$$\bar{n} = \frac{E(M_1)}{E(N_1)}. \quad (3)$$

在过程受控时, 式(1)退化为

$$E(N_0) = 1/q_0, \quad (4)$$

这里  $q_0 = \Pr(|Z| \geq \gamma | Z \sim N(0, 1))$ .

### 1.3 ASS $\bar{X}$ 图的结果

为了控制抽样及检查的成本, 一般均假定在过程受控时, 使用固定的抽样资源, 也就是说在抽样间隔固定条件下, 采集固定容量的样本. 设计 ASS $\bar{X}$  图使得  $E(n)$  在  $\mu = \mu_0$  时等于固定样本容量  $n_0$ .

注意到过程受控, 即  $\mu = \mu_0$  时, 样本落在各个区域的概率与样本的容量无关. 故

$$E(n | \mu = \mu_0) = \frac{n_u p_{0u} + n_L p_{0L}}{1 - q_0},$$

这里  $p_{0u} = \Pr(0 < Z < \gamma | \mu = \mu_0), p_{0L} = \Pr(-\gamma < Z < 0 | \mu = \mu_0)$ . 从而有

$$n_u + n_L = 2n_0.$$

本文假设过程开始受控, 在将来的某个时间失控. 从而, 初始概率向量中的各元素便为受控下过程花费在各个状态上的时间比例. 即

$$a = \frac{p_{0u}}{1 - q_0} = 0.5, \quad b = \frac{p_{0L}}{1 - q_0} = 0.5.$$

表 1—3 列出了不同样本容量组合  $(n_u, n_L)$  和  $\delta$  值下的  $E(N_1), E(M_1)$  和  $\bar{n}$ . 从表 1—3 看出:

(1) 大的  $n_u$ , 小的  $n_L$  可以加剧过程发现向上向下漂移速度的差异. 随着  $n_u (\geq n_0)$  的减少,  $n_L (\leq n_0)$  的增加, 发现过程不同方向漂移的速度差距变小, 当  $n_u = n_L$  时, 控制图退化为

标准的休哈特图. 对于绝对值相等的过程均值漂移,发现速度是相同的.

表 1 ASS $\bar{X}$  图的结果( $\gamma=3, n_0=5$ )

Tab. 1  $E(N_1)$  of  $\bar{X}$  charts with asymmetric sample sizes

$n_u$	$n_L$	$\delta$										
		0	0.25	0.50	0.75	1.0	1.5	-0.25	-0.50	-0.75	-1.0	-1.5
9	1	370.4	101.43	16.91	5.09	2.57	1.57	152.22	45.52	17.53	9.00	4.91
8	2	370.4	108.63	19.70	5.86	2.79	1.52	151.50	48.07	19.65	9.85	3.25
7	3	370.4	116.58	23.30	6.97	3.15	1.49	147.27	45.25	17.42	7.76	2.18
5	5	370.4	133.16	33.40	10.76	4.50	1.57	133.16	33.40	10.76	4.50	1.57

表 2 ASS $\bar{X}$  图的结果( $\gamma=3, n_0=5$ )

Tab. 2  $E(M_1)$  of  $\bar{X}$  charts with asymmetric sample sizes

$n_u$	$n_L$	$\delta$										
		0	0.25	0.50	0.75	1.0	1.5	-0.25	-0.50	-0.75	-1.0	-1.5
9	1	1852	685.5	135.0	40.1	18.3	9.8	571.2	139.2	46.8	22.3	11.1
8	2	1852	687.7	142.9	42.8	19.0	9.1	598.5	158.3	57.1	26.8	9.8
7	3	1852	685.4	151.3	45.9	19.9	8.5	625.2	169.3	60.4	26.4	8.6
5	5	1852	665.8	167.0	53.8	22.5	7.8	665.8	167.0	53.8	22.5	7.8

表 3 ASS $\bar{X}$  图的结果( $\gamma=3, n_0=5$ )

Tab. 3  $\bar{n}$  of  $\bar{X}$  charts with asymmetric sample sizes

$n_u$	$n_L$	$\delta$										
		0	0.25	0.50	0.75	1.0	1.5	-0.25	-0.50	-0.75	-1.0	-1.5
9	1	5	6.758	7.983	7.878	7.121	6.242	3.752	3.058	2.670	2.478	2.261
8	2	5	6.331	7.254	7.304	6.810	5.987	3.950	3.293	2.906	2.721	3.015
7	3	5	5.879	6.494	6.585	6.317	5.705	4.245	3.741	3.467	3.402	3.945
5	5	5	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000

(2) 对过程均值正向中等大小的漂移发现速度的加快抵消了所使用的大的平均样本容量,从而使得发现过程的失控需要更少的抽样资源.

(3) 发现过程漂移速度加快的代价就是使用了更大的平均样本容量.

对于过程均值大的飘移量,非对称样本容量图的表现不如对称样本容量图. 例如, $\delta=2$ 下,使用 $(n_u, n_L) = (9, 1)$ ,  $E(N_1) = 1.43$ ,而在使用对称样本容量,即 $(n_u, n_L) = (5, 5)$ 时,  $E(N_1) = 1.08$ . 众所周知,随着样本容量的增加,控制限固定的控制图的平均链长会逐步减小,但是减小的幅度越来越小. 而数值模拟显示飘移量越大,控制图的平均链长随着样本容量的增加而减少的速度越平缓. 从而在较大的飘移量下,尽管  $n_u=9$  的使用增加了控制图的效率,但小样本容量  $n_L=1$  的使用相对于  $n_L=5$  却使得控制图的效率损失更多,故此时非对称样本容量控制图效率不好. 所以文中只列出  $\delta \leq 1.5$  的情况.

## 2 加警戒限的非对称样本容量(WASS) $\bar{X}$ 图

### 2.1 加警戒限的非对称样本容量(WASS) $\bar{X}$ 图的描述

为了提高控制图发现向上飘移的能力,在中心限 0 与上行动限  $\gamma$  之间增加一条警戒限  $k$ , 这里  $0 < k < \gamma$ . 于是整个控制区域被分成 3 个区域:

上警戒域  $I_1 = [k, \gamma)$ , 上中心域  $I_2 = (0, k)$ , 下控制域  $I_3 = (-\gamma, 0]$ .

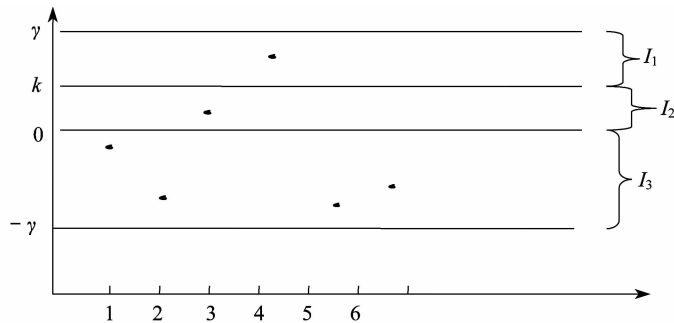


图 1 带警戒限的非对称样本容量均值图

Fig. 1 An asymmetric sample size  $\bar{X}$  chart with a single warning limit

此控制图的决策规则为:如果当前的样本点落在上警戒域  $I_1 = [k, \gamma)$ ,那么下一个样本容量  $n_1$  应该是大的;如果当前的样本点落在上中心域  $I_2 = (0, k)$ ,那么下一个样本容量取为  $n_2$ ;如果样本点落在区域  $I_3 = (-\gamma, 0]$ ,那么下一个样本容量取为  $n_3$ ;如果当前的样本点落在控制区域  $(-\gamma, \gamma)$  的外面时,控制图发出报警信号.

2.2 WASS  $\bar{X}$  图的平均链长

仍通过马氏链方法来计算  $E(N_1)$  和  $E(M_1)$ .

状态 1: 样本均值落在区域  $I_1$ ;

状态 2: 样本均值落在区域  $I_2$ ;

状态 3: 样本均值落在区域  $I_3$ ;

状态 4: 样本均值落在控制区域之外,显然状态 4 为吸收态.

从而瞬时态之间的转移概率矩阵为

$$Q = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}.$$

$$p_{i1} = \Phi(\gamma - \delta \sqrt{n_i}) - \Phi(k - \delta \sqrt{n_i});$$

$$p_{i2} = \Phi(k - \delta \sqrt{n_i}) - \Phi(-\delta \sqrt{n_i});$$

$$p_{i3} = \Phi(-\delta \sqrt{n_i}) - \Phi(-\gamma - \delta \sqrt{n_i}), \quad i = 1, 2, 3.$$

因为状态 4 为吸收态,从而有

$$E(N_1) = \mathbf{B}^T (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{1}, \tag{5}$$

$$E(M_1) = \mathbf{B}^T (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{S}. \tag{6}$$

这里  $\mathbf{B}$  为初始概率向量,  $\mathbf{B}^T = (a, b, c)$ ,  $a + b + c = 1$ .  $\mathbf{I}$  为 3 阶单位阵,  $\mathbf{1} = (1, 1, 1)^T$ ,  $\mathbf{S}' = (n_1, n_2, n_3)$ .

过程受控时,式(5)退化为

$$E(N_0) = 1/q_0, \tag{7}$$

这里  $q_0 = \Pr(|Z| \geq \gamma | Z \sim N(0, 1))$ .

2.3 WASS  $\bar{X}$  图的设计及结果

同样设计 WASS  $\bar{X}$  图使得期望样本容量  $E(n)$  在  $\mu = \mu_0$  时等于固定样本容量  $n_0$ .

采用三个样本容量,在  $\mu = \mu_0$  时要求  $E(n) = n_0$ ,意味着

$$n_1 \frac{p_{01}}{1 - q_0} + n_2 \frac{p_{02}}{1 - q_0} + n_3 \frac{p_{03}}{1 - q_0} = n_0, \tag{8}$$

这里  $p_{0i} = \Pr(Z \in I_i | Z \sim N(0, 1)), i = 1, 2, 3$ .

对于固定的  $\gamma$ ,指定  $n_1, n_2$  和  $n_3$ ,通过式(8)可求得

$$k = \Phi^{-1} \left( \frac{(1 - q_0)n_0 + 0.5n_2 + 0.5n_3 - n_1\Phi(\gamma) - n_3\Phi(\gamma)}{n_2 - n_1} \right), \tag{9}$$

从而三个区域  $I_1, I_2$  和  $I_3$  就确定.

本小节仍然讨论常见的情况,即假设过程开始受控,在将来的某个时间失控.从而,初始概率向量中的各元素便为受控下过程花费在各个状态上的时间比例.即

$$a = \frac{p_{01}}{1 - q_0}, \quad b = \frac{p_{02}}{1 - q_0}, \quad c = \frac{p_{03}}{1 - q_0} = 0.5.$$

假定在上控制域  $[0, \gamma)$  使用的平均样本容量为  $\bar{n}_u$ ,由式(8)知受控下有  $n_3 + \bar{n}_u = 2n_0$ ,从而  $n_1 \geq 2n_0 - n_3, n_2 \leq 2n_0 - n_3$ . 对应于表 1 中的 4 种样本容量组合,表 4—7 给出加入警戒限后的相应值,即不同样本容量组合  $(n_1, n_2, n_3)$  和  $\delta$  值下的  $E(N_1)$  值.

表 4 在  $n_3=1$  下 WASS  $\bar{X}$  图的结果 ( $\gamma=3, n_0=5$ )

Tab. 4  $E(N_1)$  of  $\bar{X}$  charts with asymmetric sample sizes

$n_2$	$n_1$	$k$	$\delta$										
			0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.5	-0.25	-0.5	-0.75	-1.0	-1.5
1	15	0.56	370.4	79.75	9.56	3.41	2.28	1.81	147.78	40.64	17.28	11.86	8.74
2	15	0.61	370.4	80.00	9.54	3.37	2.23	1.76	149.97	42.87	18.61	12.56	8.32
5	15	0.84	370.4	82.60	9.78	3.35	2.19	1.65	154.03	47.07	20.15	11.99	6.25

表 5 在  $n_3=2$  下 WASS  $\bar{X}$  图的结果 ( $\gamma=3, n_0=5$ )

Tab. 5  $E(N_1)$  of  $\bar{X}$  charts with asymmetric sample sizes

$n_2$	$n_1$	$k$	$\delta$										
			0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.5	-0.25	-0.5	-0.75	-1.0	-1.5
1	9	0.16	370.4	103.56	17.25	5.13	2.57	1.54	151.98	47.97	19.80	10.13	3.46
1	15	0.67	370.4	82.80	9.83	3.40	2.36	1.73	149.57	45.46	20.46	11.82	4.35
2	9	0.18	370.4	103.62	17.26	5.13	2.57	1.54	152.37	48.47	20.12	10.28	3.46
2	15	0.73	370.4	83.41	9.86	3.37	2.19	1.68	151.71	47.88	21.74	12.17	4.25
5	9	0.32	370.4	104.09	17.37	5.14	2.58	1.52	153.11	49.45	20.61	10.38	3.36
5	15	1.03	370.4	88.05	10.42	3.39	2.15	1.56	154.86	51.25	22.40	11.52	3.67

表 6 在  $n_3=3$  下 WASS  $\bar{X}$  图的结果 ( $\gamma=3, n_0=5$ )

Tab. 6  $E(N_1)$  of  $\bar{X}$  charts with asymmetric sample sizes

$n_2$	$n_1$	$k$	$\delta$										
			0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.5	-0.25	-0.5	-0.75	-1.0	-1.5
1	9	0.32	370.4	106.58	17.80	5.20	2.60	1.52	148.68	45.65	17.69	7.88	2.36
1	15	0.79	370.4	86.93	10.28	3.46	2.24	1.69	147.46	44.64	18.03	8.32	2.74
2	9	0.37	370.4	106.85	17.86	5.21	2.59	1.51	149.23	46.28	17.98	7.98	2.36
2	15	0.87	370.4	88.11	10.39	3.43	2.19	1.63	149.28	46.45	18.65	8.43	2.69
5	9	0.67	370.4	108.76	18.38	5.28	2.61	1.47	149.76	47.02	18.19	7.98	2.26
5	15	1.28	370.4	96.23	11.70	3.55	2.18	1.49	150.78	47.79	18.57	8.18	2.37

表7 在  $n_3=5$  下 WASS  $\bar{X}$  图的结果 ( $\gamma=3, n_0=5$ )Tab. 7  $E(N_1)$  of  $\bar{X}$  charts with asymmetric sample sizes

$n_2$	$n_1$	$k$	$\delta$										
			0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.5	-0.25	-0.5	-0.75	-1.0	-1.5
1	9	0.67	370.4	115.19	19.78	5.49	2.67	1.51	136.02	34.17	10.82	4.45	1.69
1	15	1.06	370.4	98.58	11.95	3.72	2.34	1.65	135.86	34.05	10.78	4.51	1.83
2	9	0.79	370.4	116.76	20.28	5.56	2.67	1.48	136.19	34.34	10.87	4.48	1.67
2	15	1.19	370.4	102.06	12.57	3.76	2.29	1.56	136.46	34.41	10.86	4.53	1.78

从表4—7可以看到:

(1)  $n_3$  固定时,  $n_1, n_2$  间隔越大, 发现向上漂移的速度越快, 这是以微小的损失发现过程均值向下漂移为代价的.

(2) 随着  $n_3 (\leq n_0)$  的增加, 控制图发现过程向上向下漂移的速度逐渐接近, 但由于警戒限的加入, 一些情况下差异还很大, 例如在  $n_3 = 5, n_2 = 1, n_1 = 15$  时, 发现  $\delta = 0.50$  的漂移平均需要 12 个样本, 而在无警戒限下发现相同漂移量却需要平均 34 个样本.

(3) 警戒限的引入增加了控制图发现过程均值向上漂移的能力. 例如在  $n_L = 2$  下, 发现  $\delta = 0.5$  平均需要 20 个样本, 而在加入警戒限后, 对应的  $n_3 = 2, n_2 = 1, n_1 = 15$  下发现相同的过

程飘移平均需要 10 个样本. 警戒限的引入也加剧了控制图发现过程不同方向飘移的速度差异. 为了便于实际应用, 本文给出在使用警戒限下不同漂移量和最优参数组合的  $E(N_1)$  值. 考虑到实际应用, 这里限制  $n_1 \leq 30$ .

表8 WASS  $\bar{X}$  图的优化结果 ( $\gamma=3, n_0=5$ )Tab. 8 Optimal  $E(N_1)$  of  $\bar{X}$  charts with asymmetric sample sizes

$\delta$	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50
$n_1$	30	30	27	18	10
$n_2$	1	3	6	5	4
$n_3$	1	1	1	2	5
$k$	1.085	1.215	1.457	1.193	1.376
$E(N_1)$	53.55	5.73	2.92	2.13	1.42

由表8的优化结果看出: 对于小的过程飘移, 应选择尽量小的  $n_2, n_3$ , 尽可能大的  $n_1$ ; 但随着飘移量的变大, 应该选择稍大一些的  $n_2, n_3$ , 小一些的  $n_1$ .

### 3 结 论

本文对控制图在非对称损失下的应用作了初步的探讨. 建立了非对称样本容量控制图, 结果显示非对称样本容量均值图在兼顾一方向飘移的同时能更加快速地发现另一方向飘移, 而警戒限的加入可以加剧控制图发现均值两方向漂移速度的差异.

如果想更快地发现负向飘移, 也可类似地建立控制图. 对于一个特定的生产过程, 寻找一个合适的控制图是一个值得仔细研究的问题.

(下转第 123 页)

- [3] FREEMAN H. On the encoding of arbitrary geometric configuration [J]. IRE Trans, 1961, 10(2): 260-268.
- [4] PRIMO Z, MASSIMILIANO G, LORENZO V. Fast chain coding of region boundaries [J]. IEEE Trans PAMI, 1998, 20(4): 407-415.
- [5] BRIBIESCA E. A new chain code [J]. Pattern Recognition, 1999, 32: 235-251.
- [6] PAVLIDIS T. Algorithms for Graphics and Image Processing [M]. Rockville: Computer Science Press, 1982.
- [7] LIU Y K, ZALIK B. An efficient chain code with huffman coding [J]. Pattern Recognition, 2005, 38: 553-557.
- [8] LIU Y K, WEI W, WANG P J. Compressed vertex chain codes [J]. Pattern Recognition, 2007, 40: 2908-2913.
- [9] HERMILO S C, BRIBIESCA E, RAMON M R D. Efficiency of chain codes to represent binary objects [J]. Pattern Recognition, 2007, 40: 1660-1674.
- [10] ROSENFELD A. Algorithms for image/vector conversion [J]. Computer Graphics, 1978(12): 135-139.
- [11] MERRILL R D. Representation of contours and regions for efficient computer search [J]. Comm ACM, 1973, 16(2): 69-82.
- [12] REN M W, YANG J Y, SUN H. Tracing boundary contours in a binary image [J]. Image and Vision Computing, 2002, 20: 125-131.
- [13] 顾国庆,许彦冰. 数字图像区域标定的方法[J]. 上海理工大学学报, 2001, 23(4): 295-299.  
GU G Q, XU Y B. A method of region labeling for digital image [J]. Journal of University of Shanghai for Science and Technology, 2001, 23(4): 295-299.
- [14] KIM S D, LEE J H, KIM J K. A new chain-coding algorithm for binary images using run-length codes [J]. CV-GIP, 1988, 41: 114-128.
- [15] REN M W, YANG W K, YANG J Y. A new and fast contour-filling algorithm [J]. Pattern Recognition, 2005, 38: 2564-2577.
- [16] 王玲. 链编码的获取和文档图像的版面分析[D]. 上海:华东师范大学, 2007.  
WANG L. The study on obtaining chain code and document layout analysis [D]. Shanghai: East China Normal University, 2007.

---

(上接第 110 页)

### [参 考 文 献]

- [1] 王兆军. 关于动态质量控制图的设计理论[J]. 应用概率统计, 2002, 18(3): 316-333.  
WANG Z J. Design theory of adaptive control charts [J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 2002, 18(3): 316-333.
- [2] PRABHU S S, RUNGER G C, KEATS J B.  $\bar{X}$  chart with adaptive sample sizes [J]. International Journal of Production Research, 1993, 31(12): 2895-2909.
- [3] COSTA A F B.  $\bar{X}$ -bar chart with variable sample sizes [J]. Journal of Quality Technology, 1994, 26(3): 155-163.
- [4] ZIMMER L S, MONTGOMERY D C, RUNGER G C. Evaluation of a three state adaptive sample size  $\bar{x}$  control chart [J]. Int J Prod Res, 1998, 36: 733-743.
- [5] 张维铭. 可变样本容量的质量控制图 [J]. 应用概率统计, 2000, 16(3): 255-261.  
ZHANG W M. Quality control charts with variable sample size [J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 2000, 16(3): 255-261.
- [6] CEIANO G, COSTA A, FICHERA S. Statistical design of variable sample size and sampling interval  $\bar{x}$  control charts with run rules [J]. Int J Adv Manuf Technol, 2006, 28: 966-977.
- [7] LIN Y C, CHOU C Y. Non-normality and the variable parameters  $\bar{x}$ -bar charts [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 176: 361-373.