

预针刺机的动力学分析

郭瑞江 杨海兴

(上海交通大学)

【提要】 本文直接应用达伦贝尔原理和虚位移原理对预针刺机进行动力学分析,并计算飞轮转动惯量。本方法与常用的等效构件方法相比,具有简洁、明瞭、通用性强等优点。

研究机械的真实运动,调节其稳态运动时速度周期性波动,以及确定其过渡过程中产生的动载荷等问题都需要对机械系统进行动力学分析。一般的方法是将整个机构简化为等效构件来处理,利用功或功率相等及动

能相等分别引进等效力(矩)及等效转动惯量(质量),根据它们与位移、速度的不同函数关系给出等效构件运动微分方程的不同解法^[3,4]。资料[5]给出的预针刺机是一种运动部件众多且构成多闭环的较为复杂的机

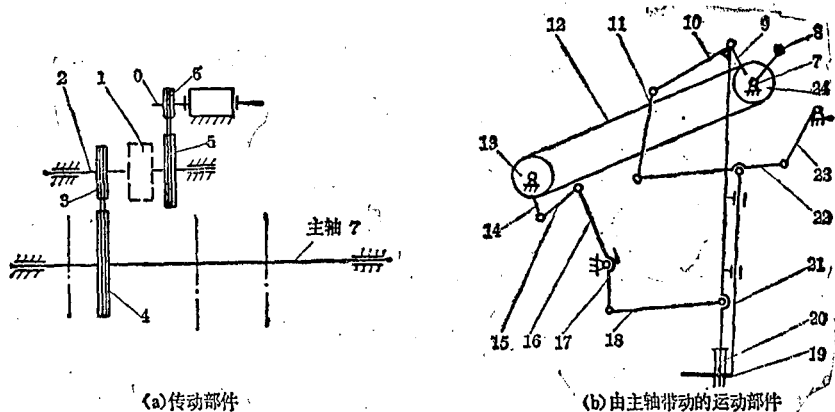


图1 预针刺机运动部件

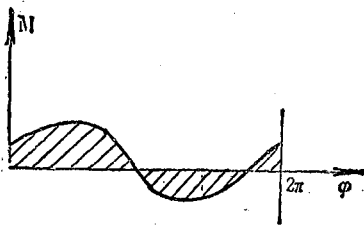
0—电机轴; 1—飞轮; 2—传动轴; 3、4、5、6—皮带轮; 7—主轴; 8—平衡块; 9—偏心轮; 10—主连杆; 12—链; 13、24—链轮; 19—剥网板; 20—针板; 21—滑杆; 11、14、15、16、17、18、22、23、24—连杆。

器, 采用上述等效构件方法并不方便。本文直接对预针刺机整机应用达伦贝尔原理和虚位移原理, 建立系统的运动微分方程, 给出用差分法迭代求解的一般方法。由此确定机器负载并计算飞轮的转动惯量。在分析过程中, 为便于计算, 对工作阻力和有害阻力作了简化处理。与等效构件方法相比, 本文所用的方法具有简洁、明瞭、通用性强等优点, 并适用于任何复杂的单自由度机器。

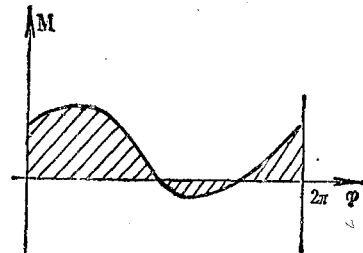
一、预针刺机的运动微分方程

将资料[5]给出的预针刺机的所有运动部件编号, 见图1。设各部件的转角、角速度和角加速度分别用 φ_i 、 ω_i 和 ε_i 表示, 质心的位置、速度和加速度分别用 r_i 、 v_i 和 a_i 表示。选择主轴转角值 φ 为独立的广义坐标, 其角速度和角加速度值记为 ω 和 ε , 则有:

$$\varphi_i = \varphi_i(\varphi), \quad \omega_i = \omega_i(\varphi, \omega), \quad \varepsilon_i = \varepsilon_i(\varphi, \omega, \varepsilon)$$



(a) 空载



(b) 有载

图2 传动轴扭矩实测曲线

有害阻力是除工作阻力之外机器内部所有耗散力之和, 变化规律复杂, 不可能精确表示。为此, 用有害阻力的功率 P_{fr} 表示, 它可由机器的效率 η 得到:

$$P_{fr} = -(1 - \eta) |M \cdot \omega_0| \quad (4)$$

根据达伦贝尔原理和虚位移原理, 机器的惯性力和真实力组成的平衡力系, 在虚位移上所作的虚功之和等于零, 或者虚功率之和等于零。考虑到传动部件(见图1(a))质心速度恒等于零, 令 v 为工作阻力作用点处的速度, 则有:

$$r_i = r_i(\varphi) \quad v_i = v_i(\varphi, \omega), \quad a_i = a_i(\varphi, \omega, \varepsilon) \quad (i=0, 1, \dots, 24) \quad (1)$$

以上表达式可由资料[5]给出的约束方程及传动比得到。设各部件的质量及相对质心轴的转动惯量为 m_i 和 J_i , 则各部件惯性力主矢 Q_i 和相对质心的主矩 T_i 分别为:

$$Q_i = -m_i a_i, \quad T_i = -J_i \varepsilon_i \quad (i=0, 1, \dots, 24) \quad (2)$$

电机转矩 M 、各部件重力 G_i 、工作阻力 F 和有害阻力构成作用于机器的主动力。工作阻力 F 是几千根刺针刺入纤维网后受到的摩擦阻力的总和, 难于直接测定, 可根据机器在一个周期内有载和空载时电机输出功率之差 ΔA 进行估算。设图2(a)和(b)分别为实际测得的空载和有载时传动轴扭矩图, 两图阴影部分面积之差即为 ΔA 。假定刺针刺入纤维网后的最大深度为 l , 工作阻力的大小简化为常值 F , 则有:

$$F = \Delta A / 2l \quad (3)$$

$$M \cdot \omega_0 + F \cdot v + T_1 \cdot \omega_1 + \sum_{i=2}^6 T_i \cdot \omega_i + \sum_{j=7}^{24} (T_j \cdot \omega_j + Q_j \cdot v_j + G_j \cdot v_j) - (1 - \eta) |M \cdot \omega_0| = 0 \quad (5)$$

上式即为预针刺机的运动微分方程。容易看到, 这里避免了所谓等效力(矩)和等效质量(转动惯量)的计算, 给复杂机构的计算带来了方便。

二、确定电机机械特性曲线

在具体求解方程(5)之前, 必须确定电

机的机械特性曲线。稳态运动时，直流电机的输出转矩是其角速度的函数。由于电机轴和主轴有恒定的传动比9，可以写成：

$$M = M(\omega) \quad (6)$$

又由于所设计的主轴最高转速 Ω 为300 转/分，因此选用额定转速为3000转/分的 Z₃ 直流电机。为了具体给出式(6) 并确定电机额定功率，将 Ω 代入式(5)，估算机器近似负载转矩 $\langle M \rangle$ ：

$$\langle M \rangle = -A/9\Omega[1 - \eta + \text{sgn}(A)] \quad (7)$$

$$\text{式中： } A = F \cdot v + \sum_{j=7}^{24} (T_j \cdot \omega_j + Q_j \cdot v_j + G_j \cdot v_j) \quad (8a)$$

$$\text{sgn}(A) = 1(A > 0) \text{ 或 } -1(A < 0) \quad (8b)$$

图3 给出 $\eta = 75\%$ 时 $\langle M \rangle$ 随 φ 变化的曲线图。根据该图易求得机器的等值负载转矩 M_e ：

$$M_e = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} \langle M \rangle d\varphi$$

实际计算的 M_e 接近30牛顿·米。

由此决定选用额定功率 P_N 为10千瓦的 Z₃

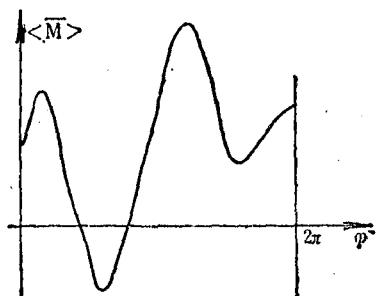


图3 近似负载转矩

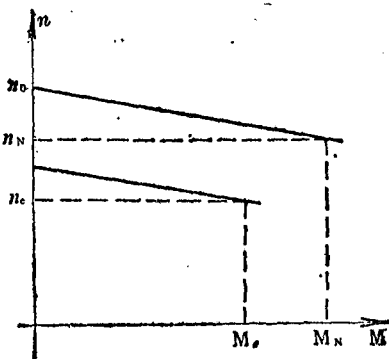


图4 电机机械特性曲线

51型直流电机，该电机额定转速 n_N 为50转/秒，最高转速 n_0 为60转/秒，额定转矩 $M_N = P_N/2\pi n_N = 31.83$ 牛顿·米。根据资料[1、2]，电机机械特性曲线如图4所示，其中等值转速 $n_e = 9\Omega/60 = 30$ 转/秒。由此得到式(6)的具体表达式如下：

$$M = M_e - M_N[(9\Omega/2\pi) - n_e]/(n_0 - n_N) \quad (10)$$

三、运动微分方程的求解方法

令方程(5)的左边为 f ，对于复杂的机器，显然 f 不可能写成解析形式，只能用数值表示。由式(1)、(2)、(10)，将式(5)改写为：

$$f(\varphi, \omega, \varepsilon) = 0 \quad (11)$$

由于 $\varepsilon = d\omega/dt = \omega d\omega/d\varphi$ ，则运动微分方程(5)的求解可归结为下列微分方程初值问题的求解：

$$\begin{cases} f(\varphi, \omega, \omega d\omega/d\varphi) = 0 \\ \omega(\varphi) |_{\varphi=\varphi^0} = \omega^0 \end{cases} \quad (12)$$

取差分格式：

$$d\omega/d\varphi = (\omega^{i+1} - \omega^i)/(\varphi^{i+1} - \varphi^i) \quad (13)$$

代入式(12)得：

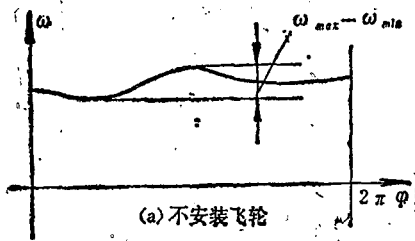
$$\begin{cases} f[\varphi^{i+1}, \omega^{i+1}, \omega^{i+1}(\omega^{i+1} - \omega^i)/(\varphi^{i+1} - \varphi^i)] = 0 \\ \omega(\varphi) |_{\varphi=\varphi^0} = \omega^0 \quad (i=0, 1, \dots) \end{cases} \quad (14)$$

若 $\varphi = \varphi^i$ 时的角速度 ω^i 已求得，取定差分步长 $\Delta\varphi = \varphi^{i+1} - \varphi^i$ ，则式(14)就变为 ω^{i+1} 的代数方程。用二分法迭代求解此代数方程，以确定 ω^{i+1} 之值。二分法迭代的关键是确定迭代区间，设为 $[\omega_0^{i+1}, \omega_1^{i+1}]$ 。

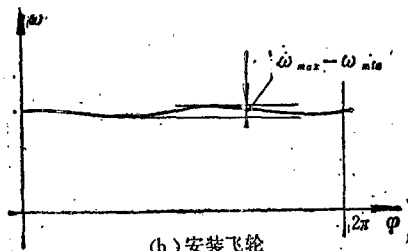
四、飞轮转动惯量的计算

建立预针刺机的运动微分方程并给出差分法之后，很容易精确计算飞轮的转动惯量。

首先给定机器所要求的不均匀系数 δ ，为避免造成不必要的浪费（转动惯量设计过大），同时给出机器不均匀系数的下限 δ_1 。接着根据图 5-(a) 和实际经验，或者根据功能原理 [18, 41]，确定飞轮转动惯量 J_1 的粗糙近似



(a) 不安装飞轮



(b) 安装飞轮

图5 主轴角速度变化曲线

值，并将它作为估计值代入方程(5)。容易看到，给定一个飞轮转动惯量值，用差分法求解运动微分方程(5)，即可得到一个循环中主轴角速度的最大值 ω_{\max} 和最小值 ω_{\min} ，从而求得机器实际的不均匀系数 δ' ：

$$\delta' = 2(\omega_{\max} - \omega_{\min}) / (\omega_{\max} + \omega_{\min}) \quad (15)$$

若 δ' 满足下式：

$$\delta_1 \leq \delta' \leq \delta$$

说明该转动惯量值已满足设计要求。若 $\delta' > \delta$ ，说明该转动惯量值偏小，需要增大重新计算。若 $\delta' < \delta_1$ ，说明该转动惯量值太大，需要减小重新计算。

图5-(b)给出飞轮转动惯量取0.6千克·

米²时，主轴角速度随 φ 变化曲线。可以清楚地看到，安装飞轮后的主轴角速度要平稳得多。

上海市纺织机械研究所杨舒庆同志为本文的数值计算提供了具体参数，谨此致谢。

参 考 资 料

- [1] 北京工业学院：《机械设计学》，1961。
- [2] 沈官秋：《直流电机》，陕西科学技术出版社，1978
- [3] 黄锡恺 郑文伟：《机械原理》，人民教育出版社，1981。
- [4] 唐锡宽 金德闻：《机械动力学》，高等教育出版社，1983。
- [5] 《纺织学报》，1986，No.4，P.27。