

柔软物体物理自由变形仿真

夏开建, 王士同

XIA Kai-jian, WANG Shi-tong

江南大学 信息工程学院, 江苏 无锡 214122

Information Engineering of Technology, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China

XIA Kai-jian, WANG Shi-tong. Simulation based on physically soft-object free-form deformation. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(29): 177-179.

Abstract: In the computer animation and virtual reality applications, both geometric and physical modeling based methods have been widely studied. In this paper, a mass-spring Bezier volume space is constructed through attaching a basic mass-spring lattice to the bounding box of the object. This method is simpler and faster than that utilizes the common mass-spring model which connects the mass points and springs on the object itself, and it is easier to achieve the global deformation. The mass movement meets Lagrange's dynamics equation. This paper adopts a differential equation to express the movement of particles, and uses numerical solution of the system of real time computation, which increases efficiency. At the same time this paper applies a simple soft-objects collision approach on mass-spring model. The experiment shows that the method is simple and effective.

Key words: soft-object; free-form deformation; mass-spring model; collision handling

摘要: 在虚拟现实和计算机动画技术中, 基于几何模型和基于物理模型的方法已经得到广泛的研究。利用几何模型和物理模型相结合的方法, 将质点弹簧模型加到 Bezier 网格上, 通过控制 Bezier 网格上的控制点来达到物体的变形, 该方法与直接在物体上建立质点弹簧模型的方法相比更加简单、快速, 且更加容易达到物体的全局变形。质点的运动满足拉格朗日运动方程, 采用了微分方程组来表示质点的运动规律, 并给出了用数值求解法对系统进行了的实时计算的求解过程; 同时还将一个简单的柔软物体碰撞处理方法应用在质点-弹簧模型中, 实验表明该方法简单有效。

关键词: 柔性物体; 自由变形; 质点-弹簧模型; 碰撞处理

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.29.052 **文章编号:** 1002-8331(2009)29-0177-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP391.9

在虚拟现实和计算机动画技术中, 物体变形技术已经得到广泛的应用和研究。模拟物体变形主要有两个方法, 一是基于几何模型法, 其中运用最广的是自由变形技术(FFD)^[1], 该技术主要是将物体嵌入到变形控制网格中, 物体可以为任意形状。其主要是基于 3D 张量积 Bezier 网格^[2]、B 样条网格^[3]或者 NURBS 网格等技术。该方法简单, 计算快速, 但是真实感不强。另一个是基于物理模型法, 模拟物体受力变形时, 基于物理的建模方法是基于纯几何的建模方法的重要补充, 几何建模方法难以模拟较为复杂的物理系统变形, 基于物理的建模方法是高真实感地模拟物体受力变形和运动的有效途径, 目前应用于连续体的物理模型方法主要有弹簧-质点模型、有限单元模型和边界元模型三大类。

运用几何模型和物理模型相结合方法, 通过将质点弹簧模型加载到 Bezier 网格体上, 通过控制 Bezier 网格上的节点来达到物体的全局变形。也给出了求解质点弹簧模型动力学方程的求解过程, 同时, 将有限元模型下的一个简单的柔软物体碰撞处理方法应用在质点-弹簧模型系统中, 该方法避免了传统的方法增加额外的人造的弹簧强度到系统中。方法简单有效, 并

适合一般的碰撞处理。

1 柔软物体变形建模

首先选用 Bezier 网格体来作为柔软物体的变形空间, 然后再将质点-弹簧模型加载到 Bezier 网格体上。由于质点-弹簧模型以简单易行, 计算量较小等优点, 故选质点弹簧模型作为物理模型。其主要思想是把网格体上的两质点之间用符合线性弹性模型(“胡克定律”)的弹簧连接而成, 质点除了受弹簧的弹力作用外, 同时还受与速度成正比的阻尼力的约束。当一个质点在外力的作用下发生运动时, 产生的应力作用在其他相邻质点, 这样把力向周围传递, 带动相邻的质点运动。

1.1 边界贝塞尔网格

几何张量积三角 Bezier 多项式函数:

$$Q(u, v, w) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=0}^3 p_{ijk} B_i^3(u) B_j^3(v) B_k^3(w) \quad (1)$$

$(u, v, w) \in [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$

在这里, (u, v, w) 表示的是 Bezier 网格体的三维方向, p_{ijk} 是网格控制顶点, $B_i^3(u)$ 、 $B_j^3(v)$ 和 $B_k^3(w)$ 是贝恩斯坦多项式基

作者简介: 夏开建(1983-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为计算机动画和仿真技术; 王士同(1964-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为人工智能、模式识别、图像处理以及生物信息学。

收稿日期: 2008-05-29 **修回日期:** 2008-11-05

本函数,形式如下:

$$B_i^3(u) = \frac{3!}{i!(3-i)!} u^i (1-u)^{3-i} \quad (2)$$

在变形模型中,设置初始 Bezier 网格体结构为一个 $4 \times 4 \times 4$ 规则的网格体,如图 1 所示,为了使一个 Bezier 网格体更好地匹配待变形物体,所以 Bezier 网格体必须满足物体的边界盒,定义物体的边界盒范围从 $(x_{\min}, y_{\min}, z_{\min})$ 到 $(x_{\max}, y_{\max}, z_{\max})$,一旦 Bezier 网格体被定义在物体的周围时,物体上的每个顶点当前的坐标 (x, y, z) 将被转换成网格坐标 (u, v, w) 。

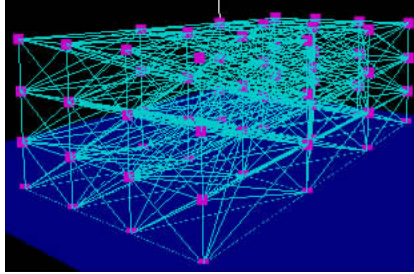


图 1 基于物理的 Bezier 网格

依据物体上的质量分布来分配网格上每个控制点(如图 1 红色的点)的质量,连接两质点之间的是弹簧(如图 1 蓝色的线),该网格体总共有 27 个小长方体,504 条弹簧连接各个质点,其中包括 180 条边弹簧,216 条面对角线弹簧和 106 条体对角线弹簧。

1.2 质点弹簧 Bezier 网格物理变形方程

由牛顿力学定律可知,Bezier 网格体每个控制点满足动力学方程^[4]为:

$$m_i \ddot{x}_i + d_i \dot{x}_i + g_{ij} = F_i \quad (3)$$

$$\text{其中, } \dot{x}_i = \frac{\partial x_i}{\partial t} = v_i \quad (4)$$

$$\ddot{x}_i = \frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} = a_i \quad (5)$$

m_i 为质点 i 的质量, d_i 为粘性系数, \dot{x}_i 和 \ddot{x}_i 分别是向量位移 x 的一阶和二阶导数, F_i 是所有外力之和(例如重力和其他的作用力), g_{ij} 是相邻质点 i 和质点 j 之间的弹簧作用于质点 i 的弹力,且

$$g_{ij} = \frac{k_{ij}(|r_{ij}| - l_{ij})}{|r_{ij}|} r_{ij} \quad (6)$$

其中, r_{ij} 质点 i 到质点 j 之间的位移向量, k_{ij} 是连接两质点之间弹簧的强度系数, l_{ij} 连接两质点间弹簧的原始长度。

设整个质点弹簧系统是由 N 个节点所组成的运动质点系统,每一个运动质点都必须满足拉格朗日运动方程,则整个系统满足微分方程组:

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + KU = F \quad (7)$$

$$M \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + D \frac{\partial X}{\partial t} + KX = F \quad (8)$$

其中, M, D, K 分别是 $N \times N$ 系统质量矩阵, 阻尼矩阵和系统刚度矩阵, 其中 M 和 D 是对角矩阵, 向量 F 是代表所有外部的合力的 N 维向量。

2 质点-弹簧模型的动力学方程的求解过程

在上一节中看到了方程(8)是一个二阶偏微分方程组,要

求解这个非线性偏微分方程,最好将其转化为线性方程组来求解。在这里,采用基于时间的中心差分法^[5]和增量法来将偏微分方程组转化为线性代数方程,然后在使用迭代法解基于时间的线性代数方程组。在求解中,将整个质点-弹簧系统的平衡计算转化为独立的支点平衡计算,在每一个时间步长中,利用基于时间的有限差分方法,方程中前两项可以简化为:

$$m \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = m \frac{1}{2\Delta t} (X_{t+\Delta t} - 2X_t + X_{t-\Delta t}) \quad (9)$$

$$d \frac{\partial X}{\partial t} = d \frac{1}{2\Delta t} (X_{t+\Delta t} - X_{t-\Delta t}) \quad (10)$$

由于方程(7)是关于时间的二阶偏微分方程,所以在求解前必须增加边界条件,

$$X|_{t=0} = X_0, \quad \frac{\partial X}{\partial t}|_{t=0} = V_0, \quad \frac{\partial^2 X}{\partial t^2}|_{t=0} = a_0 \quad (11)$$

将方程(9)(10)(11)代入方程(8)中,并把质点弹簧的应力当成外力移到方程的右边,可得:

$$m \frac{1}{\Delta t} (X_{t+\Delta t} - 2X_t + X_{t-\Delta t}) + d \frac{1}{2\Delta t} (X_{t+\Delta t} - X_{t-\Delta t}) = f_k(X_{t+\Delta t}) + f_c(X_{t+\Delta t}) \quad (12)$$

当时间步长 Δt 足够小时,可以采用增量法进一步简化方程(12)

$$\left(m \frac{1}{\Delta t} + d \frac{1}{2\Delta t}\right) X_{t+\Delta t} = -\left(m \frac{1}{\Delta t} - d \frac{1}{2\Delta t}\right) X_{t-\Delta t} + m \frac{2}{\Delta t} X_t + f_k(X_t) + f_c(X_t) \quad (13)$$

通过运用反复迭代法求解线性方程(13),及时更新质点的坐标位置,就可以得到任意时刻的所有质点的空间位置坐标。

3 基于质点弹簧模型的碰撞处理方法

碰撞问题是计算机图形学、虚拟现实等领域中的基本研究问题,如何能较快地检测碰撞的发生和处理碰撞仍然是众多学者研究关注的热点,下面就将有限元模型下的一个简单的柔软物体碰撞处理方法应用在质点-弹簧模型系统中。该方法简单有效。

对于柔软物体碰撞来说,不像刚体的瞬时碰撞,假设碰撞的时间是有限的。这个需要更大的时间步长。目前,比较流行的碰撞处理方法主要是惩罚法^[6],这种惩罚法主要是通过碰撞点增加一个强度比较大的人造弹簧。这个刚度弹簧要求很小的时间步长来稳定地模拟一个碰撞。现在找一个新的碰撞处理方法,即在系统中不需要增加额外的人造弹簧。

首先用一个特殊的事例来说明碰撞处理方法,之后将把这种方法扩展到一般的物体碰撞当中。该碰撞是由一个运动的变形的软物体和一个固定的刚体组成,如图 2 所示:

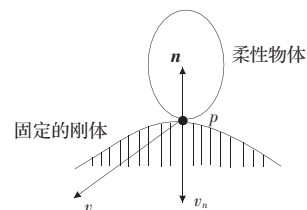


图 2 软物体和固定的刚体的碰撞

假设在 t_n 时刻,节点 p 以速度 v_n 撞向一刚体,该刚体表面的法向量为 n ,非贯穿约束条件要求在碰撞状态时刻,质点 p 的法向速度等于零。这并不像刚体碰撞,软物体在碰撞时将可能

会粘在刚体上, 有一定的接触时间。为了在节点 p 加强非贯穿的约束条件, 把节点 p 的 v_{n+1} 的法向速度设为零, 方程如下

$$v_{n+1} = v_n + (v_n \cdot n)n \quad (14)$$

每一个柔软物体在其所有的方向上都是有强度的, 所以, 为了能够获得更大的时间步长, 选用显式时间积分法, 运用该方法更加有助于系统的实时模拟。基于方程(6)可以得到:

$$\dot{x}_{n+1} = \dot{x}_n + \frac{1}{2}(\ddot{x}_n + \ddot{x}_{n+1})\Delta t_n \quad (15)$$

$$x_{n+1} = x_n + \dot{x}_n \Delta t_n + \frac{1}{2}\ddot{x}_n \Delta t_n^2 \quad (16)$$

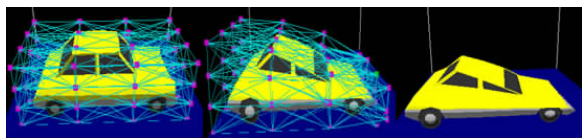
在这里假设令 $\Delta t_n^2 = \Delta t_{n+1}^2$, 于是可得:

$$x_{n+2} \cdot n = x_n \cdot n \quad (17)$$

式(17)表明了非贯穿约束在每隔两个时间步长后被加强一次, 这种碰撞积分法是一种碰撞的特殊事例, 对于无摩擦碰撞, 该方法并没有显式的计算。可以通过库仑定理很容易地计算碰撞中的摩擦力, 将方程(14)代入方程(15)计算出在节点 p 的加速度, 通过求得的加速度, 就可以很容易地计算出库仑摩擦力和实时模拟摩擦碰撞。把这种碰撞积分法应用到一般的碰撞中, 一般的碰撞通常包含着许多点的碰撞接触, 是一系列相同的独立的单个的点的碰撞。柔软物体无论是运动的还是变形的, 都很容易地把碰撞点的相对法向速度设为零。运用这种方法处理碰撞问题时候, 事先就并不需要来区分碰撞是碰撞接触还是支撑接触了, 这样就避免了额外的计算消耗, 减小了计算量, 更有利于物体变形的实时仿真。

4 仿真实验结果

在 PC P4 T2310 1.86 G, 2GRAM, Inte182865 G 图形卡的计算机上, 以 OpenGL 图形库为基础, 用 VC++ 作为开发环境, 实现了提出的动态简化质点弹簧建模方法。由于质点弹簧建模是对实际物理模型的一种离散简化, 所以变形仿真的效果也只能是某种程度的近似。实验中, 对一个柔软物体进行了变形仿真(图 3)。从变形过程的仿真结果来看, 计算的实时性也达到了预期的效果。



(a) 网格中汽车原始形状 (b) 汽车前端受压变形形状 (c) 去除网格后汽车前端变形形状

图 3 汽车变形过程

5 结论以及将来工作

利用几何模型和物理模型相结合的方法, 通过把质点-弹簧模型加载到 Bezier 网格上, 每个控制点之间由弹簧连接, 质点除了受弹簧的弹力作用外, 同时还受与速度成正比的阻尼力的约束。当一个质点在外力的作用下发生运动时, 产生的应力作用在其他相邻质点, 这样把力向周围传递, 带动相邻的质点运动。从而构造内部物理 Bezier 网格体空间, 将变形物体嵌入 Bezier 网格体中, 通过控制物理 Bezier 网格体上控制点来使物体发生变形, 该模型比直接在物体上建模更加简单、方便, 更容易达到全局变形。质点的运动规律满足拉格朗日运动方程, 在引入时间变量后, 有效地描述动态变形过程, 动态运动规律采用微分方程组的形式表达, 运用中心差分法和增殖法求解了微分方程, 将非线性微分方程转变为线性方程, 大大地减小了求解的计算量。同时将一个有限元模型下的简单的柔软物体碰撞处理方法应用到质点-弹簧模型中, 该碰撞处理方法简单有效, 运用显式时间积分法, 更加有助于实时地模拟物体变形。该方法和一般的碰撞处理方法相比, 它并不需要很大的计算量, 避免了额外的计算消耗。但是由于弹簧质点模型虽然简单, 但是精度却不高, 将来的工作, 主要是在如何提高柔性物体变形仿真的精度上, 把这种物理建模思想和精度比较高的有限元模型^[7-8]结合起来, 提高变形仿真的精度, 增强变形模拟的实时性。

参考文献:

- [1] 鲍虎军, 金小刚, 彭群生. 计算机动画的算法基础[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2000: 314-421.
- [2] 白宝钢, 金小刚, 冯结青. 三次 Bezier 曲线的自适应降阶[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004(11).
- [3] 周延方, 冯结青, 肖春霞, 等. 基于层次 B 样条的网络模型变形技术[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2006(3).
- [4] 鲍春波, 王博亮, 刘卓, 等. 一种用于软组织变形仿真的动态质点弹簧模型[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(4): 847-852.
- [5] Ji Feng. Research on simulation of soft tissue deformation in virtual orthodontics[C]//16th International Conference on Artificial Reality and Telexistence Workshops, 2006: 318-322.
- [6] Baraff D, Witkin A. Dynamic simulation of non-penetrating flexible bodies[C]//Computer Graphics: Proceedings of SIGGRAPH, ACM, 1992: 303-308.
- [7] DeBunne G, Desbrun M, Cani M P, et al. Dynamic real-time deformations using space & time adaptive sampling [C]//International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, 2001: 31-36.
- [8] 吴鹏, 赵龙, 王勇军, 等. 一种基于有限元的形变模型算法[J]. 系统仿真学报, 2001, 13(5): 674-677.

(上接 127 页)

- [22] Dahl T. Textual metadiscourse in research articles: A marker of national culture or of academic discipline[J]. Journal of Pragmatics, 2004, 36: 1807-1825.
- [23] 钱锋, 陈光磊. 关于发展汉语计算风格学的献议[M]. 胡裕树, 宗廷虎. 修辞学发凡与中国修辞学. 上海: 复旦大学出版社, 1983.
- [24] Du J L, Yu P F, Zhao H Y, et al. Study on controllability of se-

mantic accessibility scale from the Internet-based system of automatic text summarization and evaluation[J]. Journal of Communication and Computer(USA), 2008, 5(9): 54-60.

- [25] 杜家利, 于屏方. 英日语料库语义接受度对比研究[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(24): 146-149.
- [26] 杜家利, 于屏方. 日语文本语义接受度评价研究[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(23): 137-139.