文章编号:1671-8585(2009)05-0309-06

反 Q 滤波方法研究综述

余 振[1],王彦春[1],何 静[1],杨 锐[2]

(1. 中国地质大学地下信息探测技术与仪器教育部重点实验室,北京 100083;2. 中国石油集团川庆钻探工程有限公司地质勘探开发研究院,四川成都 610051)

摘要:地震波在地下介质中传播会产生吸收衰减现象,从而降低地震资料的信噪比和分辨率。补偿这种吸收衰减最常用的方法是反 Q 滤波,因此,国内外专家、学者对反 Q 滤波方法进行了大量研究。反 Q 滤波方法可以分成用级数展开作近似高频补偿的反 Q 滤波方法、基于波场延拓的反 Q 滤波方法和其他反 Q 滤波方法三大类,对各种反 Q 滤波方法进行了综述,分析了方法的效率和稳定性,指出了目前反 Q 滤波方法还存在的一些尚待解决的问题。

关键词:反 Q 滤波;级数展开;波场延拓;稳定性

中图分类号:P631.4 **文献标识码**:A

当今石油勘探的主要地质目标已经从简单构造油气藏变成了隐蔽性油气藏和复杂构造油气藏,这对勘探的精度提出了更高的要求。然而,由于实际地层并不是理想的完全弹性介质,地震波在传播过程中总有部分弹性位能转换为热能而耗散,造成了地震波能量的衰减,且频率越高,衰减越快。这不仅使地震波的振幅减小,而且使地震波的波形发生畸变,反映在地震记录中则是信号主频降低,波长和周期加长,导致地震资料的信噪比和分辨率降低,难以满足复杂油气藏勘探精度要求。

反 Q 滤波是一种补偿大地吸收衰减效应的技术,它不仅可以补偿振幅衰减和频率损失,而且还可以改善记录的相位特性,从而改善同相轴的连续性,提高弱反射波的能量和地震资料的信噪比、分辨率。目前,国内外反 Q 滤波方法主要有三类:用级数展开作近似高频补偿的反 Q 滤波方法、基于波场延拓的反 Q 滤波方法和其他的反 Q 滤波方法。

1 用级数展开作近似高频补偿的反 Q 滤波方法

1.1 Hale 基于 Futterman 数学模型的反 Q 滤波[1,2]

最早的反 Q 滤波方法是由 Hale 在 1982 年依据 Futterman 数学模型提出的用级数展开作近似高频补偿的反 Q 滤波。

根据 Futterman 模型[3],大地滤波因子为

$$S(f)=\exp\left\{-\frac{\pi t}{Q}[f+\mathrm{i}H(f)]\right\} \tag{1}$$

式中:f 是频率;t 是旅行时;Q 是介质的品质因子,假设是常数且与频率无关;H 表示希尔伯特变换。

令 $G(f)=f+\mathrm{i}H(f)$,则

$$S(f)=\exp\left[-\frac{\pi t}{Q}G(f)\right] \tag{2}$$

大地滤波的正过程如下:

$$X(f)=Y(f)S(f) \tag{3}$$

式中:$Y(f)$ 为无衰减或经过补偿的地震波场;$X(f)$ 为有衰减的地震波场或实际的地震波场。

反 Q 滤波的过程如下:

$$Y(f)=X(f)S(f)^{-1} \tag{4}$$

式中:$S(f)^{-1}$ 为反 Q 滤波因子。

$$S(f)^{-1}=\exp\left[\frac{\pi t}{Q}G(f)\right] \tag{5}$$

对 $Y(f)$ 进行傅里叶逆变换,得到时间域地震记录 $y(t)$,即

$$y(t)=\int \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi ft}Y(f)\mathrm{d}f=\int \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi ft}X(f)S(f)^{-1}\mathrm{d}f \tag{6}$$

将 $S(f)^{-1}$ 按级数形式展开,得

$$y(t)=\int \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi ft}X(f)\left[1+\frac{\pi t}{Q}G(f)+\frac{1}{2!}\left(\frac{\pi t}{Q}\right)^2G^2(f)+\cdots\right]\mathrm{d}f \tag{7}$$

设 $g(t)$ 和 $x(t)$ 分别为 $G(f)$ 和 $X(f)$ 的傅里叶逆变换,则

$$y(t)=x(t)+\frac{\pi t}{Q}[g(t)*x(t)]+y_1(t)$$

收稿日期:2009-06-08;**改回日期**:2009-08-06。

第一作者简介:余振(1984—),男,湖北武汉人,硕士研究生,主要从事地震波吸收衰减与补偿方法研究工作。

$$y_1(t)=\frac{1}{2!}\left(\frac{\pi t}{Q}\right)^2[g(t)*g(t)*x(t)]+\cdots$$

$$y(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(\frac{\pi t}{Q}\right)^n g^{*n}(t)*x(t) \tag{8}$$

式中：$g^{*n}(t)$为$g(t)$的$n-1$次自褶积。

1.2 裴江云和何樵登基于Kjartansson模型的反Q滤波[4]

Kjartansson于1979年给出了粘弹性介质的频率响应公式[5]

$$B(z,\omega)=\exp\left\{-\frac{z\omega_0}{c_0}\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|^{1-\gamma}\left[\tan\left(\frac{\pi\gamma}{2}\right)+\mathrm{i}\,\mathrm{sgn}(\omega)\right]\right\} \tag{9}$$

式中：z是传播距离；ω是角频率；c_0是任意参考频率ω_0的相速度；$\gamma=\frac{1}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{1}{Q}\right)$；$Q$是介质的品质因子，假设是常数且与频率无关。令$\frac{z}{c_0}=t'$，$r(t')$是无衰减地层的震源响应，则得到在多界面情况下有衰减震源响应的表达式

$$X(\omega)=\int_0^{\infty}\exp\left\{-t'\omega\,\mathrm{sgn}(\omega)\left[\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|^{-\gamma}\tan\left(\frac{\pi\gamma}{2}\right)+\mathrm{i}\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|^{-\gamma}\mathrm{sgn}(\omega)\right]\right\}r(t')\mathrm{d}t' \tag{10}$$

将$\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|^{-\gamma}$在$\gamma=0$处展开为麦克劳林级数，并令

$$a=\frac{\pi}{2}\gamma-\frac{\pi}{2}\ln\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|\gamma^2+\frac{\pi}{2}\ln^2\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|\gamma^3+\cdots \tag{11}$$

$$b=\ln\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|\gamma+\ln^2\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|\gamma^2+\cdots \tag{12}$$

则有

$$\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|^{-\gamma}=1-b \tag{13}$$

取a，b的一阶近似得：

$$a=\frac{\pi}{2}\gamma\quad b=\ln\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|\gamma$$

当$Q^{-2}\ll 1$时，$\gamma=\frac{1}{\pi Q}$，则

$$a=\frac{1}{2Q}\quad b=\ln\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|\frac{1}{\pi Q}$$

可以证明：

$$H\left(\frac{|\omega|}{2}\right)=\frac{\omega}{\pi}\ln\frac{\omega}{\omega_0}$$

式中：H表示Hilbert变换。根据式(10)并引入$\omega=2\pi f$和$G(f)=|f|-\mathrm{i}H(|f|)$得

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)\exp\left[\frac{\pi t}{Q}G(f)\right]\exp(\mathrm{i}2\pi ft)\mathrm{d}f=\int_0^{\infty}r(t')\mathrm{d}t'\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\exp\left[\frac{\pi(t-t')}{Q}G(f)\right]\cdot\exp[\mathrm{i}2\pi f(t-t')]\mathrm{d}f\right\} \tag{14}$$

将指数函数$\exp\left[\frac{\pi t}{Q}G(f)\right]$和$\exp\left[\frac{\pi(t-t')}{Q}G(f)\right]$展开成泰勒级数，可得

$$r(t)=\sum_{K=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{K!}\right)\left(\frac{\pi t}{Q}\right)^K\cdot\left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)G^K(f)\exp(\mathrm{j}2\pi ft)\mathrm{d}f\right] \tag{15}$$

式(15)可变为

$$r(t)=\sum_{K=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{K!}\right)\left(\frac{\pi t}{Q}\right)^K[g^{*K}(t)*x(t)] \tag{16}$$

式中：$g^{*K}(t)=g(t)*\underbrace{g(t)*\cdots*g(t)}_{K-1}$。式(16)就是一阶近似的反$Q$滤波，它与Hale的反$Q$滤波公式一致。

同理，取a，b的二阶近似，即

$$a=\frac{\pi}{2}\gamma-\frac{\pi}{2}\ln\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|\gamma^2$$

$$b=\ln\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|\gamma+\ln^2\left|\frac{\omega}{\omega_0}\right|\gamma^2$$

则可得

$$r(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)\exp\left[\frac{\pi t}{Q}G(f)\right]\cdot\exp\left[\frac{\pi^2 t}{2Q^2}G_2(f)\right]\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}f \tag{17}$$

式中：$G_2(f)=\frac{H(|f|)}{\mathrm{j}2\pi f}G(f)$。式(17)可变换为

$$r(t)=x(t)*F^{-1}\left\{\exp\left[\frac{\pi t}{Q}G(f)\right]\right\}*F^{-1}\left\{\exp\left[\frac{\pi^2 t}{2Q^2}G_2(f)\right]\right\} \tag{18}$$

式中：F^{-1}表示傅里叶逆变换。式(18)就是二阶近似反Q滤波，同理可推出更高阶的结果。

2 基于波场延拓的反Q滤波方法

用级数展开作近似高频补偿的反Q滤波方法运算量大，难用于生产。而基于波场延拓的反Q滤波方法由于使用了快速傅里叶变换，计算速度较快，生产效率高。Hargreaves最早提出了基于波场延拓的反Q滤波，后来出现的类似反Q滤波都是以此为基础改进的结果。早期基于波场延拓的反Q滤波方法只补偿相位，虽然能够有效地校正由频散引起的相位畸变，而且无条件稳定，但是忽略了振幅影响，因为在反Q滤波中包含振幅补偿

因子会产生不稳定性。2002年，Wang Yanghua提出了稳定的反Q滤波方法，它能够同时稳定地补偿相位和振幅影响。

2.1 Hargreaves提出的与Stolt偏移相仿的反Q滤波[6,7]

反Q滤波以一维波动方程为基础，即

$$\frac{\partial^2 P(z,\omega)}{\partial z^2}+k^2 P(z,\omega)=0 \tag{19}$$

式中：$P(z,\omega)$是传播距离为z，角频率为ω的平面波；k是波数。假设地下介质是一个常Q模型，大地滤波的正过程是

$$P(\tau+\Delta\tau,\omega)=P(\tau,\omega)\exp\left[-\frac{\mathrm{i}\omega v(\omega_h)\Delta\tau}{v(\omega)}\right]\cdot \exp\left[-\frac{\omega v(\omega_h)\Delta\tau}{2Qv(\omega)}\right] \tag{20}$$

式中：$\Delta\tau$是旅行时间隔；$v(\omega)$是依赖于频率的相速度；$v(\omega_h)$是参考频率ω_h的相速度；Q是介质的品质因子，假设它是常数且与频率无关。反Q滤波的过程是：

$$P(\tau+\Delta\tau,\omega)=P(\tau,\omega)\exp\left[-\frac{\mathrm{i}\omega v(\omega_h)\Delta\tau}{v(\omega)}\right]\cdot \exp\left[\frac{\omega v(\omega_h)\Delta\tau}{2Qv(\omega)}\right] \tag{21}$$

式(21)中两个指数因子分别补偿相位和振幅。用式(21)对所有频率ω的波作向下延拓，并将其相加，就得到时间域的波场

$$p(\tau+\Delta\tau,t=0)=\frac{1}{2\pi}\int P(\tau+\Delta\tau,\omega)\mathrm{d}\omega \tag{22}$$

取$t=0$时刻时间域的波场值就是反Q滤波后的值。在每个时间采样间隔$\Delta\tau$重复式(21)和式(22)的过程，就能够得到反Q滤波后的时间域地震记录。

令$\omega'=\omega\dfrac{v(\omega_h)}{v(\omega)}$，并结合式(21)和式(22)可得

$$p(\tau+\Delta\tau,t=0)=\frac{1}{2\pi}\int P[\tau,\omega(\omega')]\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\omega'}\cdot \exp(-\mathrm{i}\omega'\Delta\tau)\exp\left(\frac{\omega'\Delta\tau}{2Q}\right)\mathrm{d}\omega' \tag{23}$$

如果我们忽略Q的振幅影响，式(23)就是一个关于新频率变量ω'的傅里叶逆变换，它能够通过快速傅里叶变换来求取。

一个Q值随深度变化的构造可以通过一系列常Q反滤波来补偿。在一个两层模型的情况下，有

$$\frac{\tau}{Q}=\frac{\tau_1}{Q_1}+\frac{\tau-\tau_1}{Q_2} \tag{24}$$

式中：Q_1是第1层的Q值；τ_1是到两层之间界面的旅行时($\tau_1<\tau$)；Q_2是第2层的Q值。式(24)也可写成

$$\frac{\tau}{Q}=\frac{\tau}{Q_1}+(\tau-\tau_1)\left(\frac{1}{Q_2}-\frac{1}{Q_1}\right) \tag{25}$$

τ时刻反Q滤波后的波场值可以通过两步常Q反滤波来求得：第一步从零时刻开始，Q值用Q_1；第二步从τ_1时刻开始，Q值用$\left(\dfrac{1}{Q_2}-\dfrac{1}{Q_1}\right)^{-1}$。这个两层的方法可以推广到任意层数。

2.2 Bano提出的只有相位补偿的反Q滤波[8]

考虑一个从地表到时间深度τ的常Q模型。由于$\omega'=\omega\dfrac{v(\omega_h)}{v(\omega)}$，其中$v(\omega)=v(\omega_h)\left|\dfrac{\omega}{\omega_h}\right|^{\gamma}$，$\gamma=\dfrac{1}{\pi}\cdot\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{Q}\right)\approx\dfrac{1}{\pi Q}$，所以

$$\omega'=\omega\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma} \tag{26}$$

从式(26)得到

$$\omega=\omega_h\left|\frac{\omega'}{\omega_h}\right|^{\frac{1}{1-\gamma}} \tag{27}$$

从式(27)得到

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\omega'}=\frac{1}{1-\gamma}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{\gamma} \tag{28}$$

将式(27)和式(28)代入式(23)并忽略振幅补偿因子得

$$p(\tau+\Delta\tau,t=0)=\frac{1}{2\pi}\int P[\tau,\omega(\omega')]\frac{1}{1-\gamma}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{\gamma}\cdot \exp(-\mathrm{i}\omega'\Delta\tau)\mathrm{d}\omega' \tag{29}$$

式(29)是一个新频率变量ω'的一维傅里叶逆变换，只补偿相位。

品质因子Q通常是随深度变化的，这样变化的构造可以通过式(29)和对一系列常Q层内的波场向下延拓来补偿相位。假设有一个3层模型，每层的品质因子分别为Q_1，Q_2和Q_3，相应地有γ_1，γ_2和γ_3，从地面到每层底部的双程旅行时分别为τ_1，τ_2和τ_3。首先用地面波场$P(0,\omega)$和Q_1，γ_1，通过式(29)补偿地面到τ_1之间第1层的数据，将$P(0,\omega)$乘上$\exp[-\mathrm{i}\omega'(\gamma_1)\tau_1]$，向下延拓到第2层顶部，获得波场$P(\tau_1,\omega)$；然后用$P(\tau_1,\omega)$，$Q_2$和$\gamma_2$，通过式(29)补偿$\tau_1$到$\tau_2$之间第2层的数据，再重复相同的步骤，将$P(\tau_1,\omega)$乘上$\exp[-\mathrm{i}\omega'(\gamma_2)(\tau_2-\tau_1)]$，获得向下延拓的第3层顶部的波场$P(\tau_2,\omega)$；最后用$P(\tau_2,\omega)$和$Q_3$，$\gamma_3$补偿$\tau_2$到$\tau_3$之间的数据到第3层底部。这个3层递推算法能够推广到任意层。

2.3 Wang Yanghua 提出的稳定的反 Q 滤波[9,10]

将 $v(\omega)=v(\omega_h)\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{\gamma}$，其中$\gamma=\frac{1}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{1}{Q}\right)\approx\frac{1}{\pi Q}$，代入式(20)，可得大地滤波的正过程如下：

$$P(\tau+\Delta\tau,\omega)=P(\tau,\omega)\exp\left(-\mathrm{i}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma}\omega\Delta\tau\right)\cdot\exp\left(-\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma}\frac{\omega\Delta\tau}{2Q}\right)\tag{30}$$

反 Q 滤波写成

$$P(\tau+\Delta\tau,\omega)=P(\tau,\omega)\exp\left(\mathrm{i}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma}\omega\Delta\tau\right)\cdot\exp\left(\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma}\frac{\omega\Delta\tau}{2Q}\right)\tag{31}$$

假设近地表介质是一个层状的 Q 模型，对每一个单独的常 Q 层，反 Q 滤波分两步来完成：①将地面记录的波场延拓到当前层的顶部；②在当前层内做常 Q 反滤波。

设 Q 模型分为 N 层，各界面的双程旅行时为 $\tau_n(n=1,\cdots,N-1)$。波场从地面逐层向下延拓到第 n 层顶部，即：

$$P(\tau_0,\omega)\rightarrow P(\tau_1,\omega)\rightarrow\cdots\rightarrow P(\tau_{n-1},\omega)\tag{32}$$

$P(\tau_0,\omega)=P(\tau=0,\omega)$是地面波场。每一步递推公式如下：

$$P(\tau_{n-1},\omega)=P(\tau_{n-2},\omega)\exp\left(\mathrm{i}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma_{n-1}}\omega\Delta\tau_{n-1}\right)\cdot\exp\left(\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma_{n-1}}\frac{\omega\Delta\tau_{n-1}}{2Q_{n-1}}\right)\tag{33}$$

式中：$\Delta\tau_{n-1}=\tau_{n-1}-\tau_{n-2}$；$Q_{n-1}$是第 $n-1$ 层的品质因子，并且是一个常数；$\gamma_{n-1}=\frac{1}{\pi Q_{n-1}}$。假设第 n 层顶部的波场是 $P(\tau_{n-1},\omega)$，则反向延拓为

$$P(\tau_{n-1},\omega)\rightarrow\cdots\rightarrow P(\tau_1,\omega)\rightarrow P(\tau_0,\omega)\tag{34}$$

令 $P(\tau_0,\omega)=\alpha(\omega)P(\tau_{n-1},\omega)$，则

$$P(\tau_{n-1},\omega)=\frac{\alpha(\omega)+\sigma^2}{\alpha(\omega)^2+\sigma^2}P(\tau_0,\omega)\tag{35}$$

式中：$\alpha(\omega)=\exp\left(-\sum_{k=1}^{n-1}\mathrm{i}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma_k}\omega\Delta\tau_k\right)\cdot\exp\left(-\sum_{k=1}^{n-1}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma_k}\frac{\omega\Delta\tau_k}{2Q_k}\right)$，$\sigma^2$ 是与信噪比有关的稳定因子。σ^2 与信噪比的关系是：

$$\sigma^2=\exp[-(0.23G_{\lim}+1.63)]\tag{36}$$

式中：$G_{\lim}$是给定的限幅增益值。

第 n 层顶部的波场 $P(\tau_{n-1},\omega)$被用来作为第 n 层内反 Q 滤波的输入。令 $U(t=0,\omega)=P(\tau_{n-1},\omega)$，结合式(22)和式(31)，可得到在常 Q 层内的反 Q 滤波公式。

$$u(t)=\frac{1}{2\pi}\int U(t=0,\omega)\cdot\exp\left(\mathrm{i}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma}\omega t\right)\Lambda(t,\omega)\mathrm{d}\omega\tag{37}$$

式中：$u(t)$是当前层反 Q 滤波后的时间域地震记录，$\Lambda(t,\omega)=\exp\left(\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma}\frac{\omega t}{2Q}\right)$是振幅补偿因子。在当前层内，为了补偿吸收衰减且不放大噪声，对振幅补偿因子进行增益限制。通过对当前层信号的 Gabor 谱分析，拾取时变的限幅频率 $f_c(t)$（其中 $t\in[0,\Delta\tau_n]$），确定相应于该频率值的限幅增益值

$$G(t)=27.29\times\frac{tf_c(t)}{Q}\tag{38}$$

则振幅补偿因子变为

$$\Lambda(t,\omega)=\begin{cases}\exp\left(\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma}\frac{\omega t}{2Q}\right) & \omega\leqslant\omega_c(t)\\ \exp\left[\frac{G(t)}{20}\right]W(t) & \omega>\omega_c(t)\end{cases}\tag{39}$$

式中：$\omega_c(t)=2\pi f_c(t)$；$W(t)$是一个给定衰减坡度的窗函数。当前层反 Q 滤波的输出波场为

$$p(\tau_{n-1}+t)=u(t)\quad t\in[0,\Delta\tau_n]\tag{40}$$

2006 年，Wang Yanghua[11] 又将这种稳定算法推广到 Q 随时间或深度连续变化的情况。考虑到大地 Q 模型是一个随旅行时 τ 变化的一维函数 $Q(\tau)$（假设与频率无关），用式(31)将波场向下延拓，从地面 $\tau_0=0$ 到深度时间 τ，波场 $P(\tau,\omega)$可表示为

$$P(\tau,\omega)=P(0,\omega)\exp\left[\int_0^{\tau}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma(\tau')}\frac{\omega}{2Q(\tau')}\mathrm{d}\tau'\right]\cdot\exp\left[\mathrm{i}\int_0^{\tau}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma(\tau')}\omega\mathrm{d}\tau'\right]\tag{41}$$

其中 $\gamma(\tau)=\frac{1}{\pi Q(\tau)}$。振幅补偿因子是频率和旅行时的指数函数，包含振幅补偿的完全的反 Q 滤波会产生不稳定，在地震数据上产生人为干扰。为了稳定地执行反 Q 滤波，将式(41)写成

$$\beta(\tau,\omega)P(\tau,\omega)=P(0,\omega)\exp\left[\mathrm{i}\int_0^{\tau}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma(\tau')}\omega\mathrm{d}\tau'\right]\tag{42}$$

其中 $\beta(\tau,\omega)=\exp\left[-\int_0^{\tau}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma(\tau')}\frac{\omega}{2Q(\tau')}\mathrm{d}\tau'\right]$。由此得到稳定的反 Q 滤波公式

$$P(\tau,\omega)=P(0,\omega)\Lambda(\tau,\omega)\exp\left[\mathrm{i}\int_0^{\tau}\left|\frac{\omega}{\omega_h}\right|^{-\gamma(\tau')}\omega\mathrm{d}\tau'\right]\tag{43}$$

其中 $\Lambda(\tau,\omega)=\dfrac{\beta(\tau,\omega)+\sigma^2}{\beta^2(\tau,\omega)+\sigma^2}$，$\sigma^2$ 是稳定因子。用式(43)对所有不同频率进行计算，将结果相加，就得到时间域的地震记录

$$p(\tau)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}P(0,\omega)\Lambda(\tau,\omega)\cdot \exp\left[\mathrm{i}\int_0^{\tau}\left|\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{h}}}\right|^{-\gamma(\tau')}\omega\mathrm{d}\tau'\right]\mathrm{d}\omega \tag{44}$$

这就是稳定的完全反 Q 滤波。虽然 Q 随时间或深度连续变化的情况与实际地下介质的情况比较接近，反 Q 滤波更准确，但是由于用到积分，计算效率很低。

3　其他反 Q 滤波方法

3.1　Bickel 和 Natarajan 提出的依据积分法的反 Q 滤波[12]

一个沿 x 轴传播的平面波的标量波动方程的一维解表示为

$$U(x,t)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-kx)} \tag{45}$$

式中：x 是传播距离；t 是旅行时；ω 是角频率；k 是复波数。

$$k=\beta\left(1-\frac{\mathrm{i}}{2Q}\right) \tag{46}$$

式中：$\beta=\dfrac{\omega}{c}$，c 是相速度；Q 是介质的品质因子，假设是常数且与频率无关。

将任意波源 $s(t)$ 的子波 $\psi(x,t)$ 表示成波的叠加

$$\psi(x,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-kx)}\mathrm{d}\omega \tag{47}$$

式中：$S(\omega)$是与检波器距离为 x 的波源 $s(t)$ 的傅里叶变换。将道记录表示为

$$g(t)=\int_0^{\infty}r(x)\psi(x,t)\mathrm{d}x \tag{48}$$

式中：$r(x)$是深度为 x 的反射振幅。将式(47)代入式(48)得

$$g(t)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}R(\omega,x)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-kx)}\mathrm{d}\omega\mathrm{d}x \tag{49}$$

式中：$R(\omega,x)=S(\omega)r(x)$。反褶积的过程就是利用已知的 Q 值和 $S(\omega)$，通过式(49)从地震道 $g(t)$ 中估计 $r(x)$。

从式(47)可以看出，大地滤波的影响被认为是一个波源和 $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}$ 的单独的褶积，其中传播距离 x 已知。因此，反滤波因子为

$$H(x,\omega)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t_0)} \tag{50}$$

式中：t_0 是传播时间$\dfrac{x}{c_0}$。式(50)是式(45)用 $-Q$ 替换 Q，时间相反的形式。$g(t)$和式(50)褶积得到被估计的反射系数函数

$$\hat{r}(t)=\frac{\mathrm{Re}}{\pi}\int_a^b\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(t-t_0)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}G(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{51}$$

式中：$G(\omega)$是 $g(t)$的傅里叶变换，$a<\omega<b$。

当 x 已知时，反滤波与传播距离为 x，用 $-Q$ 替换 Q 的正滤波有关。扩展反向传播的平面波的用法，反褶积一个包含一个或多个传播距离未知的同相轴的记录道，道记录是随着传播的距离和时间改变的，因此，反滤波必定是时变的。为了获得这个反滤波的公式，考虑一个衰减系数和相速度不随频率改变的简单情况。因此

$$k=\frac{\omega}{c_0}-\mathrm{i}\alpha \tag{52}$$

式中：c_0 和 α 是与频率无关的常数。将式(52)代入式(49)得道记录

$$g(t)=c_0r(c_0t)\mathrm{e}^{-\alpha c_0t} \tag{53}$$

通过式(53)可见，对 $\hat{r}(x)$的估计可由 $g(t)$乘上一个时变的增益函数来获得，即

$$\hat{r}(c_0t)=\frac{1}{c_0}g(t)\mathrm{e}^{\alpha c_0t} \tag{54}$$

通过设 $x=c_0t$ 将时间域换算到空间域。式(54)也可以通过将式(53)代入式(49)获得，其中 t 和 x 交换，c_0 用$\dfrac{1}{c_0}$代替，式(49)中用 $-Q$ 替换 Q，使波逆向传播。换句话说，时变反滤波就是逆向传播的平面波的叠加。

$$\hat{r}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}g(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega x-\hat{k}t)}\mathrm{d}t\mathrm{d}\omega \tag{55}$$

式(55)是 t 和 x 交换，k 用 $\hat{k}$ 代替的正滤波，其中

$$\hat{k}=c_0^2k(-Q) \tag{56}$$

c_0^2 是当用 $-Q$ 替换 Q，提供波衰减的能量补偿时，从时间到空间换算单位需要的常数。虽然这种时变反 Q 滤波更准确，处理效果较好，但是由于使用积分，计算效率很低。

3.2　Margrave 提出的不稳定的反 Q 滤波[13,14]

Margrave 定义了两个新的运算——不稳定的褶积和组合，作为稳定褶积运算的不稳定扩展。这些新的运算可以用时间域、频率域和时频混合域公式表示，在时间域和频率域代表褶积定理的不稳定扩展，在时频混合域代表广义的傅里叶积分。当不稳定的褶积在时频混合域用式(57)表示时，在时间域输入$h(\tau)$，在频率域输出 $S(\omega)$；用式(58)表示时，在频率域输入 $H(\Omega)$，在时间域输出 $\tilde{s}(t)$。在两种表达式里，有一个时频函数 $\beta(\omega,\tau)$，被称为不稳定的转换函数，它包含不稳定滤波器的必要

特性。

$$S(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\beta(\omega,\tau)h(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\tau}\mathrm{d}\tau \tag{57}$$

$$\tilde{s}(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\beta(\Omega,t)H(\Omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}\mathrm{d}\Omega \tag{58}$$

式中：ω 和 Ω 是角频率；τ 和 t 是旅行时。式(57)和式(58)中定义的滤波因子属于拟微分算子，它们是对非均匀的情况进行傅里叶分析的扩展产生的，可以应用于不稳定的滤波器，尤其是正反 Q 滤波。在正 Q 滤波的情况下不稳定的转换函数等于

$$\alpha(\omega,t)=\exp\left[-\frac{\omega t}{2Q}+\mathrm{i}H\left(\frac{\omega t}{2Q}\right)\right] \tag{59}$$

式中：$\alpha(\omega,t)$是时频指数衰减函数；Q 是介质的品质因子，假设是常数且与频率无关；H 表示希尔伯特变换。对于相应的反 Q 滤波，不稳定转换函数的一个近似是 $\alpha^{-1}(\omega,t)$，即 $\alpha(\omega,t)$的反函数。这种方法的效率介于 Hale 用级数展开的反 Q 滤波和 Hargreaves 提出的与 Stolt 偏移相仿的反 Q 滤波之间。

3.3 其他方法

姚振兴根据地震波在非弹性介质中的传播规律提出了一种在深度域地震剖面上进行反 Q 滤波的新方法[15]。在深度域的 Q 滤波算子符合地震波在衰减介质中的传播规律，不仅考虑了介质吸收对地震波振幅的影响，而且还保证了所造成的波形畸变满足因果规律，即地震体波具有某种频散性质。刘财在重新建立吸收系数和 Q 值关系的基础上，提出了一种基于反 Q 补偿的分时窗频域吸收衰减补偿方法[16]。首先逐道抽取地震信号，从浅层到深层选取不同长度的时窗进行傅里叶变换；然后从非均匀粘弹性介质波动方程出发，导出更加准确的吸收系数与 Q 值的关系，并应用于频域吸收衰减补偿中；最后将处理得到的频谱进行傅里叶逆变换，回时间域重构时间域地震信号。王珺提出了一种通过直接求解时间域的 Q 模型方程进行反 Q 滤波的算法[17]，由于采用带状矩阵解算器，所以具有较高的计算效率。

4 稳定性分析

稳定性是所有反 Q 滤波方法关注的重点。地震波在传播过程中是逐步衰减的，超过某一距离后信号能量低于噪声，反 Q 滤波补偿结果会放大噪声，导致过度补偿，降低资料信噪比，从而使得反 Q 滤波不稳定，尤其是在深层。

Hale 用级数展开的反 Q 滤波的滤波因子和 Wang Yanghua 提出的稳定的反 Q 滤波的振幅补偿因子都是频率和旅行时的指数函数，反 Q 滤波补偿会随着频率和旅行时的增大而呈指数增大，因此反 Q 滤波不稳定的影响也会呈指数增大。但是 Wang Yanghua 提出的稳定的反 Q 滤波是将地面记录的波场直接延拓到当前层的顶部，并且在延拓时加入了稳定因子，因此避免了反 Q 滤波误差在上覆各层的积累，当前层的反 Q 滤波输出与上覆各层的输出无关，使整个输出剖面更加稳定。这种反 Q 滤波方法能够恢复原则上可恢复的所有频率成分，并且当高频成分的振幅衰减到低于噪声水平时能够限制它的补偿，因此不会放大噪声。Hargreaves 提出的与 Stolt 偏移相仿的反 Q 滤波，则由于忽略了振幅影响，只有相位补偿，所以它是无条件稳定的。

5 结束语

反 Q 滤波可以补偿由地层吸收衰减引起的振幅衰减和频率损失，提高地震资料的信噪比和分辨率。反 Q 滤波理论经过几十年的发展，从不稳定到稳定，从只补偿相位到相位和振幅同时补偿，从低效到高效，逐步进行了完善，但还是存在一些问题。

1）反 Q 滤波需要地层的品质因子 Q 值，它的准确程度直接影响反 Q 滤波的准确程度。然而，地下构造是复杂的，影响地震波衰减的因素也非常多，所以 Q 值往往难以求准，从而导致反 Q 滤波不准确。

2）目前效率高的反 Q 滤波方法都假设地下介质是一个常 Q 或者层状 Q 模型，这并不能反映地下介质的真实情况。假设 Q 随时间或深度连续变化的反 Q 滤波方法虽然接近地下介质的真实情况，但是由于用到积分，计算效率很低。因此，如何在复杂的构造下准确高效地进行反 Q 滤波，并且真实地反映地下介质的情况，还有待于更深入地进行研究。

参 考 文 献

1 Hale D. An inverse Q-filter[EB/OL]. [2009-05-25]. http://sepwww.stanford.edu/theses/oldreports/sep26/26_22.pdf

2 Hale D. Q-adaptive deconvolution[EB/OL]. [2009-05-25]. http://sepwww.stanford.edu/oldreports/sep30/30_11.pdf

3 Futterman W I. Dispersive body waves[J]. Journal of

（下转第 325 页）

（上接第 314 页）

Geophysical Research，1962，67：5 279～5 291
4 裴江云，何樵登. 基于 Kjartansson 模型的反 Q 滤波[J]. 地球物理学进展，1994，9(1)：90～97
5 Kjartansson E. Constant Q wave propagation and attenuation[J]. Journal of Geophysical Research，1979，84：4 737～4 748
6 Hargreaves N D，Calvert A J. Inverse Q-filtering by Fourier transform [J]. Geophysics，1991，56 (4)：519～527
7 Stolt R H. Migration by fourier transform[J]. Geophysics，1978，43(1)：23～48
8 Bano M. Q-phase compensation of seismic records in the frequency domain[J]. Bull Seis Soc Am，1996，86 (4)：1 179～1 186
9 Wang Yanghua. A stable and efficient approach of inverse Q filtering[J]. Geophysics，2002，67 (2)：657～663
10 Zhang Xianwen，Han Liguo，Zhang Fengjiao，et al. An inverse Q-filter algorithm based on stable wavefield continuation [J]. Applied Geophysics，2007，4 (4)：263～270
11 Wang Yanghua. Inverse Q-filter for seismic resolution enhancement[J]. Geophysics，2006，71 (3)：V51～V60
12 Bickel S H，Natarajan R R. Plane-wave Q deconvolution[J]. Geophysics，1985，50(9)：1 426～1 439
13 Margrave G F. Theory of nonstationary linear filtering in the Fourier domain with application to time-variant filtering[J]. Geophysics，1998，63(1)：244～259
14 Montana C A，Margrave G F. Comparing three methods for inverse-Q filtering[EB/OL]. [2009－05－26]. http://www.cseg.ca/conventions/abstracts/2005/2005abstracts/096S0131-CSEG2005_qfilter_1-1.pdf
15 姚振兴，高星，李维新. 用于深度域地震剖面衰减与频散补偿的反 Q 滤波方法[J]. 地球物理学报，2003，46 (2)：229～233
16 刘财，刘洋，王典，等. 一种频域吸收衰减补偿方法[J]. 石油物探，2005，44(2)：116～118
17 王珺，杨长春，乔玉雷. 用稳定高效的反 Q 滤波技术提高地震资料分辨率[J]. 地球物理学进展，2008，23(2)：456～463

（编辑：戴春秋）