

文章编号: 1671-8585(2009)05-0321-05

# 基于经验模态分解的 Wigner-Ville 时频分布

沈向存<sup>1,2</sup>, 刘文奎<sup>1,2</sup>, 陈 杰<sup>3</sup>

(1. 中国石油大学(华东), 山东青岛 266555; 2. 中国石油化工股份有限公司西北油田分公司勘探开发研究院, 新疆乌鲁木齐 830011; 3. 中国石油化工股份有限公司石油勘探开发研究院南京石油物探研究所, 江苏南京 210014)

**摘要:** 针对利用 Wigner-Ville 分布进行时频分析时受交叉项干扰的缺点, 提出了基于经验模态分解的 Wigner-Ville 时频分布方法。首先通过经验模态分解使非平稳信号平稳化, 将信号分解成为多个相互独立且具有简单频率成分的内蕴模式函数, 然后对这些内蕴模式函数分别计算 Wigner-Ville 分布, 最后重构原始信号的 Wigner-Ville 分布。通过理论模型和实际地震信号分析验证了该方法在降低交叉项干扰、提高时频分析精度方面的有效性。

**关键词:** 经验模态分解; Wigner-Ville 分布; 内蕴模式函数  
**中图分类号:** P631.4      **文献标识码:** A

时频分析的思想创始于 1946 年 Gabor 提出的 Gabor 变换<sup>[1,2]</sup>。1965 年, Cooley 和 Tukey 提出了一种实用的时频分析方法——傅里叶变换方法<sup>[3]</sup>, 它是一种针对平稳信号的变换方法, 不能很好地反映非平稳信号的时频特征。

针对傅里叶变换的上述缺点, 人们对时频分析方法进行了改进<sup>[4]</sup>, 主要表现在两个方面: 一是提出并发展了一系列适应非平稳信号分析的时频分析方法; 二是提出基于分数阶傅里叶变换的广义时频分析, 即时频旋转变换与局部化分析相结合的方法。Wigner-Ville 分布就是改进的方法之一, 它具有时频分析所需要的多种良好性质<sup>[5]</sup>。然而, 交叉项的存在严重降低了 Wigner-Ville 分布的时频分辨率及分析精度, 人们围绕这个缺点进行了广泛的研究, 至 20 世纪 60 年代, 提出了许多解决方法。Cohen 用统一的形式<sup>[6,7,8]</sup>来表示 Wigner-Ville 分布及其变形, 如伪 Wigner-Ville 分布(PWD)、平滑 Wigner-Ville 分布(FWD)、平滑伪 Wigner-Ville 分布(SPWD)、Born-Jordan 分布(BJD)、Generalized rectangular 分布(GRD)、Choi-Williams 分布(CWD)及 Zhao-Atlas-Marks 分布(ZAMD)等。但是, 这些方法在降低交叉项影响的同时也弱化了局部时频聚集性等多种性质。

本文针对上述问题, 提出了基于经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)的 Wigner-Ville 时频分布方法, 通过明确定义信号内蕴模式函数(Intrinsic Mode Function, IMF)<sup>[4,6]</sup>, 寻找在 Wigner-Ville 分布中近似产生自项 Wigner-Ville 分布的简单频率信号, 降低交叉项的影响, 提高时频分析的精度。

## 1 基本原理

### 1.1 问题模型

Wigner-Ville 分布实质上是 Cohen 类双线性时频分布, 即将信号的能量分布于时频平面内<sup>[1,8]</sup>。这种分布最初是 1932 年由 Wigner 提出的。1948 年, Ville 率先将其应用于信号分析领域<sup>[6]</sup>, 提出了著名的 Wigner-Ville 分布及相应的改进分布, 它们具有很好的时频聚集性<sup>[5]</sup>, 但是存在着严重的交叉项干扰。

假设某连续非平稳信号  $x(t)$  ( $t \in \mathbf{R}$ ) 是由  $n$  个源信号  $x_i(t)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 通过简单的线性叠加而成的混合信号, 即

$$x(t) = \sum_{i=1}^n x_i(t) \quad (1)$$

若  $n=1$ ,  $x(t)=x_1(t)$ , 则信号  $x(t)$  的自项 Wigner-Ville 分布可以定义为<sup>[9,10]</sup>:

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x_1^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\tau f} d\tau \quad (2)$$

同样, 若  $n>1$ , 为了研究方便, 设  $n=2$ , 则有

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$x(t)$  的 Wigner-Ville 分布可以定义为<sup>[9,10]</sup>:

$$W_{x_1, x_2}(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x_2^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\tau f} d\tau \quad (3)$$

收稿日期: 2009-04-28; 改回日期: 2009-05-31。

第一作者简介: 沈向存(1979—), 男, 工程师, 主要从事储层地球物理方面的研究工作。

从式(2)和式(3)可以看出,信号的 Wigner-Ville 分布是一种双线性时频分布,两个连续信号和的 Wigner-Ville 分布不等于每个信号的 Wigner-Ville 分布之和<sup>[11]</sup>,存在“交叉项”干扰,极大地影响了时频分布的准确度。

如果我们将由  $n$  个不同简单频率信号组成的信号  $x(t)$  分解成  $m$  个相互独立且具有简单频率成分的分量  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$ , 就可以近似地用式(2)分别求这些分量的自项 Wigner-Ville 分布,从而尽可能地避免“交叉项”的出现。

上面的假设可以用经验模态分解的方法来实现<sup>[12~14]</sup>,得到的  $m$  阶相互独立且具有简单频率成分的分量称为内蕴模式函数(基本模式函数),其最大特色是使非平稳信号平稳化,适合于非线性、非平稳过程的分析。

经过经验模态分解后,信号  $x(t) (t \in \mathbf{R})$  可以表述为

$$x(t) = \sum_{i=1}^{m-1} \text{IMF}_i(t) + r_m(t) \quad (4)$$

式中:  $r_m(t)$  为剩余分量,  $\text{IMF}_i(t) (i=1, 2, \dots, m)$  为内蕴模式函数。因此,信号  $x(t) (t \in \mathbf{R})$  的 Wigner-Ville 分布可以理解为依据式(2)分别求  $m$  阶相互独立且具有简单频率成分的内蕴模式函数  $\text{IMF}_i(t) (i=1, 2, \dots, m)$  的自项 Wigner-Ville 分布,进而通过线性叠加达到降低交叉项干扰的目的(式(5))。

$$\text{WVD}_x(t, f) = \sum_{i=1}^{m-1} \text{WVD}_{\text{IMF}_i}(t, f) + \text{WVD}_r(t, f) \quad (5)$$

## 1.2 连续非平稳信号的经验模态分解<sup>[4,15]</sup>

信号的经验模态分解是 1998 年由 Huang 等提出的,它满足两个条件<sup>[4,12]</sup>:

1) 信号极值点的数量与过零点的数量必须相等,或最多相差一个;

2) 在任一时间点上,信号的局部最大值和局部最小值定义的包络的均值为 0。

经验模态分解的思路是利用时间序列上下包络的平均值确定“瞬时平衡位置”,进而提取内蕴模式函数<sup>[12~14,16]</sup>。

设信号为  $x(t) (t \in \mathbf{R})$ , 根据内蕴模式函数的定义,取信号局部最大值与局部最小值定义的包络的均值  $m_1$ , 则有

$$x(t) - m_1 = h_1 \quad (6)$$

一般情况下,由于非平稳信号包络的均值可能不同于真实的局部均值<sup>[16]</sup>,所以在叠加结果中仍然存在一些非对称信号。为了消除这些非对称叠加信号,使波形更加对称,将  $h_1$  作为处理对象,重复上面的工作  $k$  次,直到  $h_k$  满足经验模态分解的两个条件为止。此时得到第一个内蕴模式函数  $\text{IMF}_1 = h_k$ , 且有

$$x(t) - \text{IMF}_1 = r_1 \quad (7)$$

从原始信号中分离出  $\text{IMF}_1$ , 将得到的  $r_1$  作为新的  $x(t)$ , 按照上面的步骤重新处理,得到如下结果:

$$\begin{cases} r_1 - \text{IMF}_2 = r_2 \\ r_2 - \text{IMF}_3 = r_3 \\ \vdots \\ r_{m-1} - \text{IMF}_m = r_m \end{cases} \quad (8)$$

由式(7)和式(8)相加得到式(4),即将信号  $x(t)$  分解成为具有简单频率成分的内蕴模式函数  $\text{IMF}_i(t) (i=1, 2, \dots, m)$ 。

目前,EMD 分解<sup>[12~14,17]</sup>的主要实现算法有 3 种:经验模态分解算法(EMD)、自适应时变滤波分解算法(ATVFD)和极值域均值模态分解算法(EMMD)。

## 2 基于 EMD 分解的 Wigner-Ville 分布

人们常用的非平稳信号往往可以理解成多个分量叠加的结果。从式(3)可知,当信号的分量多于两个时会产生交叉项,所以,根据式(4)选择一种 EMD 算法将多个分量叠加而成的非平稳信号分解成内蕴模式函数  $\text{IMF}_i(t) (i=1, 2, \dots, m)$ , 然后根据式(5)求取原始信号的 Wigner-Ville 分布。图 1 为基于 EMD 分解求取原始信号 Wigner-Ville 分布的流程示意图。



图 1 基于 EMD 分解的 Wigner-Ville 分布流程

图 2a 是用主频为 10 Hz(红色)、30 Hz(蓝色)和 70 Hz(绿色),相位为  $90^\circ$  的 Morlet 子波合成的

地震记录(黑色),图 2b 是经过 EMD 分解重构后的信号(蓝色)与原始信号(红色)对比图,可见两者

吻合的程度相当高。根据式(4),采用自适应时变滤波分解算法对图 2a 中的合成信号进行经验模态

分解,得到 6 阶内蕴模式函数,再对每个内蕴模式函数分别求 Wigner-Ville 分布,如图 3 所示。

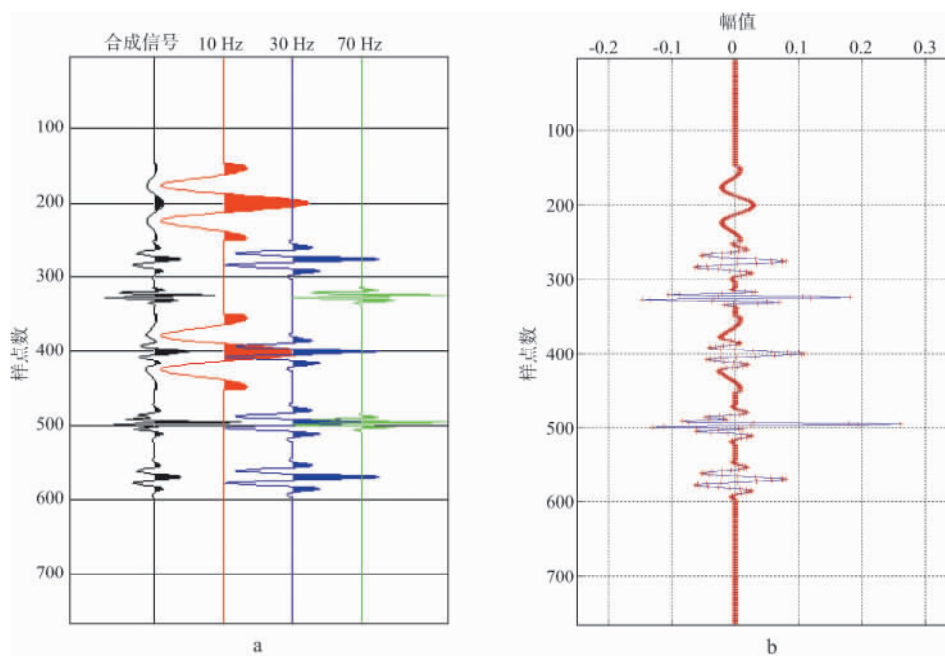


图 2 合成信号(黑色)(a)和 EMD 分解后的重构信号(蓝色)与原始信号(红色)对比(b)

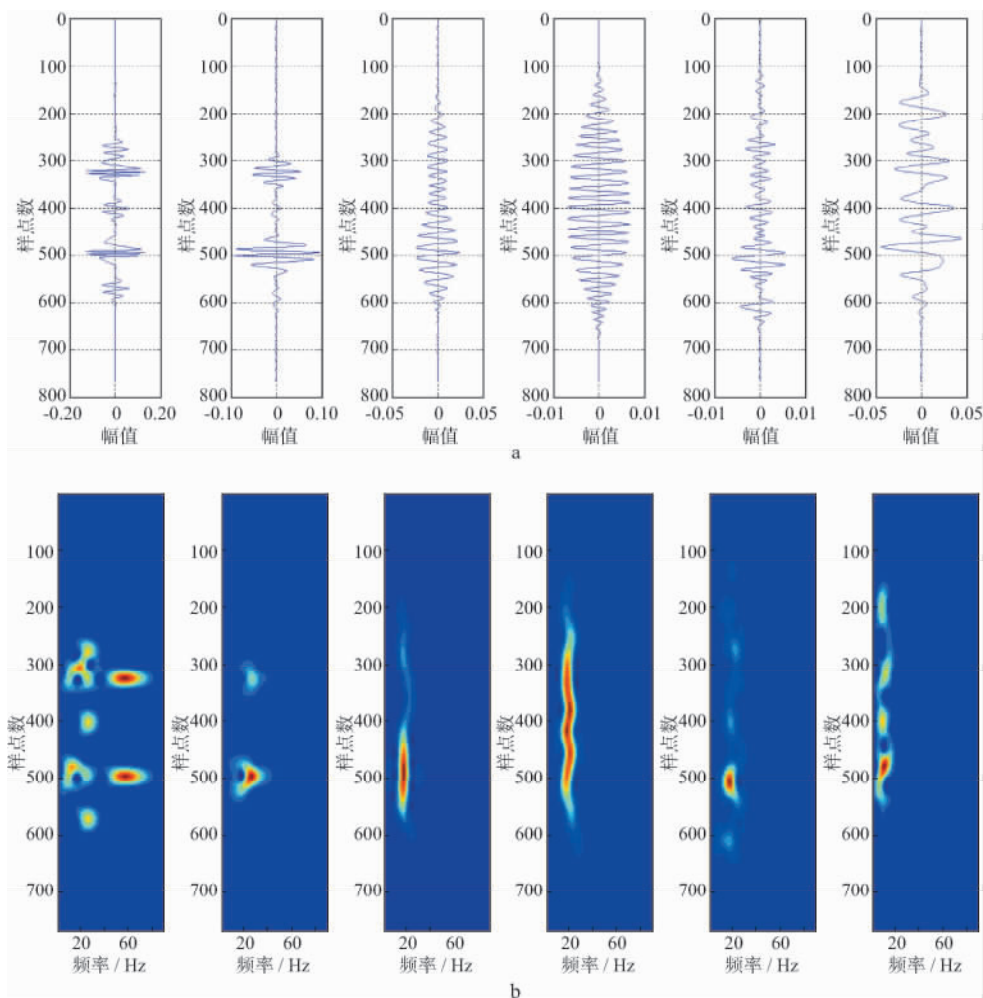


图 3 由 EMD 分解得到的 6 阶 IMF 分量(a)和每个分量的 Wigner-Ville 分布(b)

根据式(5)重构原始信号的 Wigner-Ville 分布,结果如图 4 所示。与图 4a 所示的原始信号的 Wigner-Ville 分布相比,经过经验模态分解重构后的 Wigner-Ville 分布有更好的时频聚集性,能够更准确地反映出信号的时频属性分布规律。由此可见,上述方法可以有效地消除 Wigner-Ville 分布交叉项影响,保留 Wigner-Ville 分布的所有优良特性。与其他抑制 Wigner-Ville 分布交叉项影响的方法相比,该方法简单且容易实现。

图 5a 是准噶尔盆地 MXZ 地区主要目的层段的实际地震记录道,图 5b 是对该信号直接进行 Wigner-Ville 分布计算得到的结果,图 5c 则是基于 EMD 的 Wigner-Ville 时频分布结果。从实际地震道应用结果中我们可以清楚地看出,基于 EMD 的 Wigner-Ville 时频分布结果在保证一定的时频聚集性的同时,也保留了地震记录中更多频率成分的分布特征,有力地提高了时频分析的准确性和精确性。

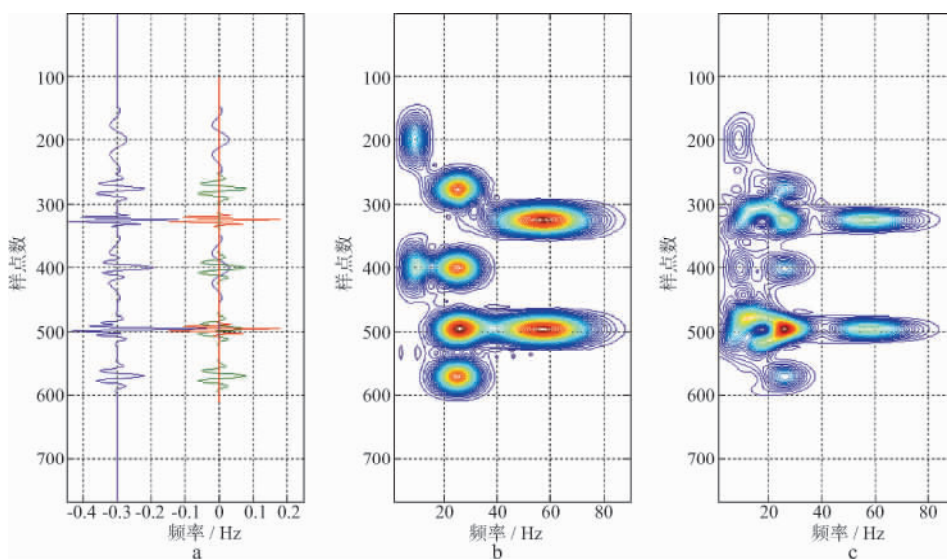


图 4 原始信号(a)的 Wigner-Ville 分布(b)及其 Wigner-Ville 分布重构(c)

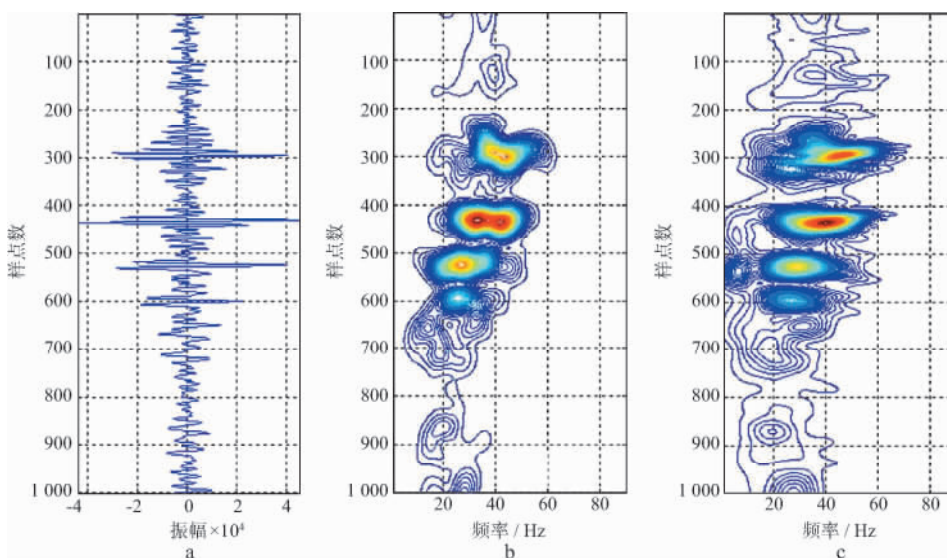


图 5 实际信号(a)及其 Wigner-Ville 分布(b)和 EMD 后的 Wigner-Ville 分布(c)

### 3 结论

1) 在生产实践中,被分析的信号往往含有多种尺度且差别很大的成分,其 Wigner-Ville 时频分

布结果存在严重的“交叉项”干扰。

2) 基于 EMD 的 Wigner-Ville 时频分布结果有效地降低了 Wigner-Ville 分布中“交叉项”的干扰,保留了 Wigner-Ville 分布的优良特性,提高了分析结果的精度。本文方法简单且容易实现,在信

号分析中值得进一步推广和研究。

### 参 考 文 献

- 1 邹红星,周小波,李衍达. 时频分析:回溯与前瞻[J]. 电子学报,2000,28(9):78~84
  - 2 Gabor D. Theory of communication[J]. Journal of the Institute of Electrical Engineers, 1946, 93(26):429~457
  - 3 Cooley J W, Tukey J W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series[J]. Mathematics of Computation, 1965, 19:296~301
  - 4 刘喜武,刘洪,李幼铭,等. 局域波分解及其在地震信号时频分析中的应用[J]. 地球物理学进展,2007,22(2):365~375
  - 5 吴正国,夏立,尹为民. 现代信号处理技术:高阶谱、时频分析与小波变换[M]. 湖北武汉:武汉大学出版社,2003. 122~131
  - 6 徐春光. 非平稳信号的时频分析与处理方法研究[D]. 陕西西安:西安电子科技大学,1999
  - 7 孙夕平. 非正交小波谱分解技术的研究和应用[J]. 中国石油勘探,2006,11(4):74~79
  - 8 董建华,顾汉明,张星. 几种时频分析方法的比较及应用[J]. 工程地球物理学报,2007,4(4):313~316
  - 9 胡昌华,夏启兵,周涛,等. 基于 MATLAB 的系统分析与设计:时频分析[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2002. 10~12,20~21
  - 10 胡广书. 数字信号处理:理论、算法与实现[M]. 北京:清华大学出版社,2003. 169~175
  - 11 殷晓中,于盛林. 信号的时频分析理论与应用评述[J]. 现代电子技术,2006,236(21):118~120
  - 12 盖强,马孝江,张海勇,等. 几种局域波分解方法的比较研究[J]. 系统工程与电子技术,2002,24(2):57~59
  - 13 张海勇,贾传炎,于波. 局域波分解算法[J]. 系统工程与电子技术,2005,27(4):63~65
  - 14 余志斌,金炜东,张葛祥. 基于局域波分解的雷达辐射源信号时频分析[J]. 计算机应用研究,2008,25(10):268~270,278
  - 15 Stark T J. Visualization of spectral decomposition implied bed thickness as a function of relative geologic time by utilizing age and seismic-wheeler volumes[J]. Expanded Abstracts of 76<sup>th</sup> Annual International SEG Meeting,2006,993~997
  - 16 张海勇. 瞬时频率的一种估计方法[J]. 系统工程与电子技术,2002,24(9):6~7,26
  - 17 张莉萍. 基于 Wigner 分布和经验模态分解的谐波分析方法[J]. 甘肃科技,2009,25(9):12~14
- (编辑:戴春秋)
- 
- (上接第 314 页)
- Geophysical Research,1962,67;5 279~5 291
  - 4 裴江云,何樵登. 基于 Kjartansson 模型的反 Q 滤波[J]. 地球物理学进展,1994,9(1):90~97
  - 5 Kjartansson E. Constant Q wave propagation and attenuation[J]. Journal of Geophysical Research, 1979, 84:4 737~4 748
  - 6 Hargreaves N D, Calvert A J. Inverse Q-filtering by Fourier transform [J]. Geophysics, 1991, 56 (4): 519~527
  - 7 Stolt R H. Migration by fourier transform[J]. Geophysics,1978,43(1):23~48
  - 8 Bano M. Q-phase compensation of seismic records in the frequency domain[J]. Bull Seis Soc Am, 1996, 86 (4):1 179~1 186
  - 9 Wang Yanghua. A stable and efficient approach of inverse Q filtering[J]. Geophysics,2002,67 (2):657~663
  - 10 Zhang Xianwen, Han Liguu, Zhang Fengjiao, et al. An inverse Q-filter algorithm based on stable wavefield continuation [J]. Applied Geophysics, 2007, 4 (4): 263~270
  - 11 Wang Yanghua. Inverse Q-filter for seismic resolution enhancement[J]. Geophysics,2006,71 (3):V51~V60
  - 12 Bickel S H, Natarajan R R. Plane-wave Q deconvolution[J]. Geophysics,1985,50(9):1 426~1 439
  - 13 Margrave G F. Theory of nonstationary linear filtering in the Fourier domain with application to time-variant filtering[J]. Geophysics,1998,63(1):244~259
  - 14 Montana C A, Margrave G F. Comparing three methods for inverse-Q filtering[EB/OL]. [2009-05-26]. [http://www.cseg.ca/conventions/abstracts/2005/2005abstracts/096S0131-CSEG2005\\_qfilter\\_1-1.pdf](http://www.cseg.ca/conventions/abstracts/2005/2005abstracts/096S0131-CSEG2005_qfilter_1-1.pdf)
  - 15 姚振兴,高星,李维新. 用于深度域地震剖面衰减与频散补偿的反 Q 滤波方法[J]. 地球物理学报,2003,46(2):229~233
  - 16 刘财,刘洋,王典,等. 一种频域吸收衰减补偿方法[J]. 石油物探,2005,44(2):116~118
  - 17 王珺,杨长春,乔玉雷. 用稳定高效的反 Q 滤波技术提高地震资料分辨率[J]. 地球物理学进展,2008,23(2):456~463
- (编辑:戴春秋)