

文章编号:1672-3961(2009)05-0087-04

# 含球形孔洞岩盐路基临界载荷

张敦福,牛海燕

(山东大学土建与水利学院工程力学系,山东 济南 250061)

**摘要:**根据三维无网格 Galerkin 方法研究了无限大立方体中球形孔洞应力集中问题.分别采用最大拉应力准则、格里菲斯(Griffith)和摩尔-库伦准则作为稳定性判据,数值模拟了含球形孔洞岩盐路基稳定性问题,给出了不同孔洞埋深下岩盐路基的临界载荷.

**关键词:**无网格方法;球形孔洞;岩盐路基;临界载荷

**中图分类号:**TU448 **文献标志码:**A

## Critical load of rock salt roadbed with a spherical cavity

ZHANG Dun-fu, NIU Hai-yan

(Department of Engineering Mechanics, School of Civil Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

**Abstract:** The stress concentration of a spherical cavity in an infinite cube was studied by the three-dimensional element-free Galerkin method. The maximal tensile stress criterion, Griffith criterion and Moore-coulomb criterion was respectively taken as the stability criterion. The stability of a rock salt roadbed with a spherical cavity was numerically simulated. The critical load of a rock salt roadbed with different cavity depth was given.

**Key words:** element-free galerkin method; spherical cavity; rock salt roadbed; critical load

## 0 引言

在三维无网格方法及其应用的研究方面,国外进行的较早,从1997年开始就有相关的文章发表.国内起步较晚,2004年才有相关文章发表.但是,由于三维问题的复杂性和三维无网格 Galerkin 方法计算量大的原因,研究的问题和发表的文章不多. P. Krysl, T. Belytschko 等研究了内置斜置矩形裂纹的扩展、币形裂纹的 I 型强度因子和 I 型开裂问题<sup>[1]</sup>. T. Belytschko 等研究了杆的纵向碰撞问题<sup>[2]</sup>. W. Barry 和 S. Saiga 研究了矩形平板的弯曲、厚壁压力容器的变形、梁的剪切变形问题<sup>[3]</sup>. 胡云进等研究了矩形截面杆在自重作用下的变形问题<sup>[4]</sup>. 张敦福等计算了三维裂纹应力强度因子<sup>[5]</sup>.

盐湖地区的路基工程以及盐矿的开发中都会遇

到岩盐学性质及稳定性问题.岩盐殊性在于岩盐所含的可溶盐遇水溶解,当温度降低时又从盐溶液中析出,这样,岩盐的体积在水和温度等的影响下,体积会发生很大的变化.并且基底遇淡水发生盐溶后,会形成孔洞,孔洞出露地表成为明洞,否则称为暗洞.暗洞在车辆载荷的作用下,会产生突然的塌陷,增加了危险性.刘成伦等对浅埋薄层岩盐溶腔稳定性进行了数值模拟计算<sup>[6]</sup>.刘新荣等对岩盐溶腔围岩应力分布规律进行了有限元分析<sup>[7]</sup>.刘奉喜研究了车辆荷载作用下含孔洞岩盐路基的动态响应<sup>[8]</sup>.

本文首先以受远场均匀拉应力作用的无限大立方体中球形孔洞问题为算例,对三维无网格方法、位移边界条件的实施及节点影响半径的确定进行了研究.将计算结果与弹性理论解<sup>[9]</sup>进行了比较,数值解与理论解吻合很好.继而,研究了含球形孔洞岩盐路基的稳定性问题,根据最大拉应力准则得出了

收稿日期:2008-11-13

基金项目:国家杰出青年科学基金(A类)资助项目(50625927)

作者简介:张敦福(1963-),男,山东金乡人,副教授,博士,主要从事计算力学、系统动力学分析,裂隙岩体破裂及应用研究.

E-mail: zhangdf@sdu.edu.cn

不同孔洞埋深下的临界载荷曲线.

### 1 离散模型

采用移动最小二乘方法,根据最小势能原理  $\delta\Pi=0$ ,得到三维弹性力学问题的三维无网格方法的离散数学模型式:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U}^* = \mathbf{F}, \tag{1}$$

其中,  $\mathbf{K} = \iiint_{\Omega} \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{C} d\Omega + \beta_0 \cdot \iint_{\Gamma_u} \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{N} d\Gamma_u$ ,

$$\mathbf{F} = \iiint_{\Omega} \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{f} d\Omega + \iint_{\Gamma_\sigma} \mathbf{N}^T \cdot \bar{\mathbf{f}} d\Gamma_\sigma +$$

$$\beta_0 \cdot \iint_{\Gamma_u} \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{q}_e \cdot \bar{\mathbf{u}}_e d\Gamma_u,$$

式中,  $\mathbf{C}$  为形函数导数矩阵,  $\mathbf{D}$  为弹性矩阵,  $\mathbf{N}$  为形函数矩阵,  $\mathbf{f}$  为体力列阵,  $\bar{\mathbf{f}}$  为面力列阵,  $\bar{\mathbf{u}}_e$  为已知位移,  $\mathbf{q}_e = [\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma]^T$  为已知位移的方向余弦, 式中  $\alpha, \beta, \gamma$  分别为已知位移方向与  $x, y, z$  轴正方向的夹角.  $\beta_0$  为引入位移边界条件的罚参数,  $\mathbf{R} = \mathbf{q}_e \mathbf{q}_e^T$ .

### 2 无限大立方体中的球形孔洞问题

如图1所示,无限大立方体中有一个小的球形孔洞. 计算模型采用半长为6倍孔半径的有限大立方体代替无限大立方体不会显著误差. 在铅直方向( $z$ 轴方向)受单位远场轴向拉应力  $q = 1 \text{ Pa}$ . 材料常数为: 弹性模量  $E = 9 \times 10^7 \text{ Pa}$ , 泊松比  $\mu = 0.25$ . 几何常数为正方体的边长为  $0.6 \text{ m}$ , 球形孔洞的半径  $r = 0.05 \text{ m}$ . 由于对称性,取第一卦限  $1/8$  立方体计算域.

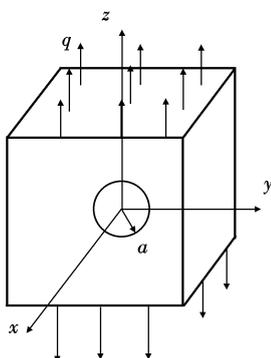


图1 含球形孔洞的立方体受轴向拉力

Fig.1 A cube with a spherical cavity loaded uniaxial tension

Timoshenko 和 Goodier 给出了这一问题的精确解<sup>[9]</sup>. 在  $z=0$  的平面上,  $z$  方向的正应力为

$$\sigma_z = q \left[ 1 + \frac{4-5\mu}{2(7-5\mu)} \left(\frac{r}{R}\right)^3 + \frac{9}{2(7-5\mu)} \left(\frac{r}{R}\right)^5 \right], \tag{2}$$

其中,  $r$  为球形孔洞的半径,  $R$  为几何点到球形孔洞中心的距离.

从图2~图5的计算结果可以看出,在  $z=0$  的平面上,  $z$  方向的正应力沿孔边分布的最大误差不超过5%, 沿径向分布的最大误差不超过9%.

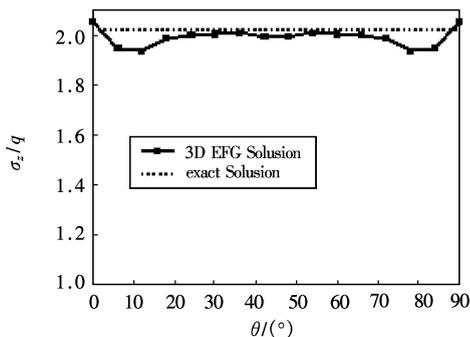


图2  $\sigma_z(z=0)$ 沿孔洞边缘的分布

Fig.2 Distribution of  $\sigma_z(z=0)$  along side-cavity

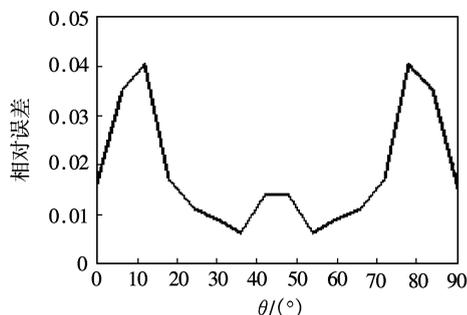


图3 孔洞边缘  $\sigma_z(z=0)$ 的相对误差

Fig.3 Relative errors of  $\sigma_z(z=0)$  along side-cavity

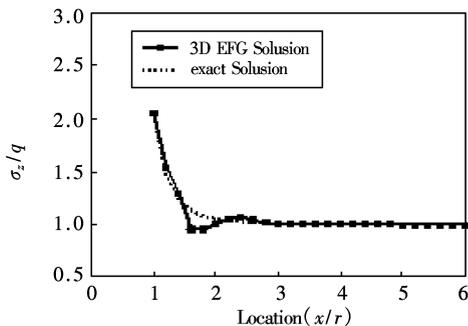


图4  $\sigma_z(z=0)$ 沿  $x$  轴的分布

Fig.4 Distribution of  $\sigma_z(z=0)$  along the  $x$ -axis

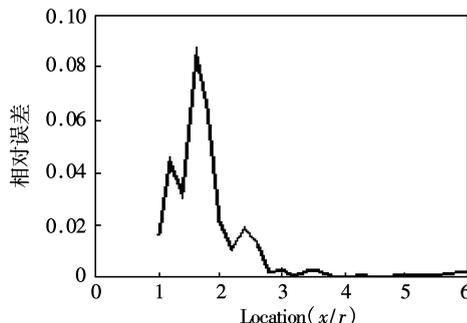


图5 沿  $x$  轴的  $\sigma_z(z=0)$ 的相对误差

Fig.5 Relative errors of  $\sigma_z(z=0)$  along the  $x$ -axis

### 3 含球形孔洞岩盐路基临界载荷

#### 3.1 力学模型

国道 215 线 K563—K596 路段为岩盐公路,位于青藏高原北端,青海柴达木盆地中南部,盐桥公路跨越察尔汗盐湖中部,将盐湖从中间劈成两半,总长 33 km,折合市制可达万丈,即“万丈盐桥”。察尔汗盐湖是一个大型氯化物型的干盐湖,盐溶的形成多由于盐层下部的低矿化度承压水透过隔水顶板中不规则的毛细孔道渗入岩盐层发生强烈溶蚀的结果。盐湖表面为岩盐层,潜水型晶卤水埋深为地表下 0.3~0.5 m,盐层底部为砂粘土弱隔水层,弱隔水层以下为粉砂承压含水层,含低矿化度承压水,承压水位高出晶间卤水水位 0.5~0.8 m,水位使低矿化度承压水弱隔水层中的毛细孔道渗入上部盐层,使岩盐发生溶蚀,当溶蚀贯通整个岩盐层,洞口埋裸露于地表时,形成明洞。当溶蚀未贯通整个岩盐层时,溶洞埋藏于盐层内,形成盐溶暗洞。岩盐路基中的溶腔常被等效为球形孔洞<sup>[6-8]</sup>。由于盐溶暗洞埋藏于盐层内,常规检查难以发现而且岩盐未经地质成岩作用,晶间联结较弱,当洞顶盐层减小到一定厚度时,在汽车荷载作用下将产生突然塌陷,直接危及行车安全。所以暗洞具有更大的危险性。因此采用含球形孔洞的半空间体表面作用法向集中力问题作为含有球形岩盐溶腔的岩盐路基稳定性问题的力学模型。

取含半径为 0.25 m 的球形孔洞的 3 m × 3 m × 3 m (半长为 6 倍孔径) 的三维立方体作为含单个球形孔洞的路基稳定性问题的计算模型,如图 6 所示,图 6 中  $P$  为车辆载荷。这样的计算模型不会引起显著误差。试验测得的岩盐路基材料的力学参数<sup>[8]</sup>为:弹性  $E = 124.804 \text{ MPa}$ ,泊松比  $\mu = 0.255$ ,抗拉强度  $\sigma_b = 1.67 \times 10^5 \text{ Pa}$ , $\sigma_c = 12\sigma_b$  为抗压强度,内聚力为  $C_f = 0.224 \text{ MPa}$ ,内摩擦角为  $\phi_f = 26.539^\circ$ 。

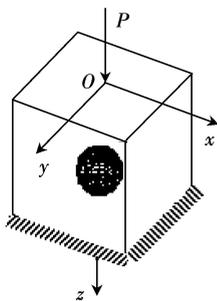


图 6 含球形孔洞的立方体表面作用法向集中力

Fig.6 A cube with a spherical cavity loaded a normal concentrated compression force on surface

#### 3.2 临界载荷定义

孔洞上顶点的拉应力集中程度最高。车辆载荷越大,该处的应力集中程度越高。随着荷载增大,孔洞内缘上顶点处的拉应力最终超过岩盐的抗拉强度,孔洞内缘左右两点处的最大剪应力远远小于岩盐的抗剪强度。所以根据最大拉应力准则,当孔洞上顶点的最大主拉应力  $\sigma_1$  达到岩盐材料的抗拉强度时,此处开始损伤断裂,这时的车辆载荷认为是给定孔洞埋深(孔洞中心到路表面的距离)时含球形孔洞岩盐路基的临界载荷。

#### 3.3 强度稳定性判据

岩盐属脆性材料,抗拉强度较低。在法向集中力作用下,孔洞上顶点出现较大拉应力,孔洞上顶点为最危险点。计算出该点的主应力  $\sigma_1, \sigma_3$ 。

最大拉应力准则:

$$\sigma_1 \leq \sigma_b \quad (3)$$

格里菲斯(Griffith)准则<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{\sigma_1 + \sigma_3} = 8\sigma_b, & \sigma_1 + 3\sigma_3 \geq 0, \\ \sigma_3 = -\sigma_b, & \sigma_1 + 3\sigma_3 \leq 0, \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\sigma_1, \sigma_3$  分别为最大、最小主应力(压为正); $\sigma_b$  为岩石的单轴抗拉强度。若  $\sigma_1 + 3\sigma_3 \geq 0$ , 并且  $\left| \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{8(\sigma_1 + \sigma_3)} \right| > |\sigma_b|$ , 则发生拉裂破坏;若  $\sigma_1 + 3\sigma_3 \leq 0$ , 并且  $|\sigma_3| > \sigma_b$ , 则发生拉裂破坏。

摩尔-库伦准则<sup>[10]</sup>:

摩尔-库伦强度理论的极限平衡条件为

$$\sigma_{1f} = \sigma_3 \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi_f}{2}\right) + 2C_f \tan\left(45^\circ + \frac{\phi_f}{2}\right) \quad (5)$$

其中, $C_f$  为内聚力, $\phi_f$  为内摩擦角。

当  $\sigma_{1f} > \sigma_1$ , 则岩盐体处于稳定状态;

当  $\sigma_{1f} = \sigma_1$ , 则岩盐体处于极限平衡状态;

当  $\sigma_{1f} < \sigma_1$ , 则岩盐体已破坏。

#### 3.4 强度计算

给定不同的孔洞埋深,改变作用载荷  $P$  的大小,计算出孔洞上顶点(最危险点)的主应力,根据以上强度准则,判断孔洞上顶点岩盐体的稳定性。

给定埋深  $s = 1.00 \text{ m}$  时,逐步增加载荷  $P$ ,当  $P = 18.1 \text{ t}$  时, $\sigma_1 = 1.664 \times 10^5 \text{ Pa} < \sigma_b$ ,按最大拉应力准则,稳定。 $\sigma_1 + 3\sigma_3 < 0, \sigma_3 < \sigma_b$ ,按 Griffith 准则,稳定。 $\sigma_{1f} > \sigma_1$ ,按摩尔-库伦准则,稳定。当  $P = 18.2 \text{ t}$  时, $\sigma_1 = 1.674 \times 10^5 \text{ Pa} > \sigma_b$ ,按最大拉应力准则,破坏。 $\sigma_1 + 3\sigma_3 < 0, \sigma_3 > \sigma_b$ ,按 Griffith 准则,破坏。 $\sigma_{1f} > \sigma_1$ ,按摩尔-库伦准则,稳定。

故确定当孔洞埋深  $s = 1.00 \text{ m}$  时,孔洞上方岩

盐路基的临界载荷为  $P_{cr} = 18.1 \text{ t}$ .

逐步增加埋深,再逐步增加荷载,计算的临界载荷如表1。所示临界载荷曲线,如图7所示。

表1 不同孔洞埋深下的临界载荷

Table 1 The critical load with different depth

埋深/m	临界载荷/t	埋深/m	临界载荷/t
1.00	18.1	2.00	45.5
1.25	23.1	2.25	55.0
1.50	27.5	2.50	68.0
1.75	36.8	2.75	82.6

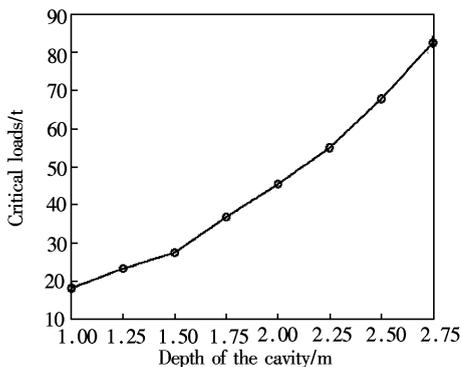


图7 不同孔洞埋深下的临界载荷

Fig.7 The critical load with different depth

研究表明,不同埋深下,最大拉应力准则与Griffith准则的结果一致。但是按摩尔-库伦准则,总有  $\sigma_{1f} > \sigma_1$ ,岩盐处于稳定状态。前两个准则实际是拉应力准则,按摩尔-库伦准则实际是剪应力强度准则。说明孔洞上方的岩盐是拉伸破坏,不会出现剪切破坏。

## 4 结语

(1) 无限大空间中球形孔洞边缘最大应力集中系数为2;三维球形孔洞的影响范围为3倍孔径之内区域。计算结果可为地下洞室、人防工程等的加固和支护提供理论参考。

(2) 孔洞上方的岩盐为拉伸破坏,不会出现剪切破坏。不同孔洞埋深下的临界载荷将对岩盐路基稳定性评价及维护、保养和加固具有参考价值。

### 参考文献:

[1] KRYSL P, BELYTSCHKO T. The element free Galerkin method for dynamic propagation of arbitrary 3-D cracks[J]. Numer Meth Eng, 1999, 44:767-800.

- [2] BELYTSCHKO T, KRYSL P, KRONGANZ Y. A 3-D explicit element free Galerkin method[J]. Numer Meth Fluids, 1997, 24:1253-1270.
- [3] BARRY W, SAIGAL S. A 3-D element free Galerkin elastic and elastoplastic formulation[J]. Numer Meth Engng, 1999, 46:671-693.
- [4] 胡云进,周维垣,寇晓东. 三维无单元法及其应用[J]. 岩石力学与工程学报,2004,23(7):1136-1140.  
HU Yunjin, ZHOU Weiyuan, KOU Xiaodong. Three dimensional element-free method and its application[J]. Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(7):1136-1140.
- [5] 张敦福,朱维申,李术才. 三维裂纹应力强度因子数值计算[J]. 岩石力学与工程学报,2006, 25(supp 2):3835-3840.  
ZHANG Dunfu, ZHU Weishen, LI Shucai. Numerical calculation of three-dimensional crack stress intensity factor[J]. Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(supp2):3835-3840.
- [6] 刘成伦,徐龙君,鲜学福. 浅埋薄层岩盐溶腔稳定性的数值模拟计算[J]. 重庆大学学报,2003,26(3):143-146.  
LIU Chenglun, XU Longjun, XIAN Xuefu. Numerical simulation research on stability of dissolving cavity for the low-depth thin-layer rock salt [J]. Journal of Chongqing University, 2003, 26(3):143-146.
- [7] 刘新荣,姜德义,许江,等. 岩盐溶腔围岩应力分布规律的有限元分析[J]. 重庆大学学报,2003,26(2):39-46.  
LIU Xinrong, JIANG Deyi, XU Jiang, et al. Effect of reinforced-concrete deterioration on structures [J]. Journal of Chongqing University, 2003, 26(2):39-46.
- [8] 刘奉喜. 车辆荷载作用下含孔洞岩盐路基的动态响应[D]. 北京:北京交通大学,2003.  
LIU Fengxi. The dynamic response of rock salt roadbed with holes under vehicle loading[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2003.
- [9] TIMOSHENKO S P, GOODIER J N. Theory of Elasticity[M]. 3ed. New York: McGraw Hill, 1976.
- [10] 蔡美峰. 岩石力学与工程[M]. 北京:科学出版社, 2002.  
CAI Meifeng. Rock mechanics and engineering[M]. Beijing: Science Press, 2002.

(编辑:孙培芹)