

基于加权变尺度法的无线传感器网络定位

孔 军, 季海波

(中国科学技术大学信息科学技术学院自动化系, 合肥 230027)

摘要: 针对传统最小二乘法定位精度的不足, 将工程控制优化中常用的变尺度法(DFP 算法)应用到无线传感器网络定位问题中。该算法避免了计算二阶导数矩阵及其求逆计算, 特别是对高维问题具有一定的优越性, 从而实现对节点定位的优化计算。仿真实验结果表明, 该算法能有效提高节点定位精度。

关键词: 无线传感器网络; 节点定位; 变尺度法

Wireless Sensor Networks Localization Based on Weighted DFP Algorithm

KONG Jun, JI Hai-bo

(Department of Automation, School of Information Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

【Abstract】 Aiming at the lack of accuracy in the traditional localization method of least-square, the DFP algorithm is adopted in this paper to solve the Wireless Sensor Networks(WSN) localization problem. The algorithm avoids the calculation of a second derivative matrix and its inverse, especially for high-dimensional problems and achieves the optimization result of nodes localization. Simulation experimental result shows the algorithm can effectively increase the node positioning accuracy.

【Key words】 Wireless Sensor Networks(WSN); node localization; DFP algorithm

1 概述

无线传感器网络(Wireless Sensor Network, WSN)由部署在监测区域内的大量微型传感器节点组成, 通过无线通信方式形成的一个多跳的自组织的网络系统。许多无线传感器网络的应用都依赖于节点的位置信息, 如环境监测、交通工具的跟踪、灾难救援等^[1], 都需要对节点的位置信息进行高精度的定位, 因此, 节点定位问题是无线传感器网络的热门研究课题之一。

目前科研人员已经提出了很多传感器网络节点自身定位的方法。文献[2-4]针对移动无线传感器网络的节点定位。文献[2]提出一种利用邻居间距和若干信标节点的定位算法, 它采用一种优化的三边定位法逐步完成对整个网络的定位; 文献[3]在文献[2]的基础上对算法进行改进, 分析了无线信标节点网络中的 Cramer-Rao 下限(CRLB), 并将其用于向量加法从而对节点定位做出最优路径选择; 文献[4]将自主机器人定位和无线传感器网络节点定位结合, 利用移动机器人的反馈信息, 通过基于贝叶斯滤波的粒子滤波法对节点的位置做出估计, 从而达到联合定位减少定位误差的目的。

文献[5-6]主要利用加权最小二乘法研究节点定位问题。文献[5]利用观测数据中的距离信息及其构造的伪距观测, 从理论上分析了加权最小二乘法的定位精度下限。此外, 观测数据分组也是该方法的研究重点^[6]。

可以看出, 上述定位算法都是从减少定位误差提高定位精度上进行研究。而对于无线网络来说, 不同环境下, 距离相同的节点对的接收信号强度(RSSI)值不同。基于这 2 种考虑, 本文的算法首先利用接收信号强度的信息进行定位, 根据信标节点之间的距离和 RSSI 值引入加权系数进行修正,

考虑测距误差后, 通过工程优化中常用的变尺度法(DFP)求出使系统定位误差最小时的未知节点定位估计。仿真结果表明, 与传统的三边测量和最小二乘法相比, 本文算法能有效提高定位精度。

2 算法分析

2.1 最小二乘法

在基于测距的定位算法中, 最常用的是基于最小二乘估计的算法^[7]。

当未知节点通过测量 RSSI 值获得与 3 个或 3 个以上信标节点的位置信息后, 就可以执行 3 边测量定位(trilateration)或多边测量定位(multilateration)。设未知节点的坐标为 (x, y) , 信标节点的坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 未知节点到信标节点的距离分别为 d_1, d_2, \dots, d_n , 则有:

$$\begin{cases} (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 = d_1^2 \\ (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 = d_2^2 \\ \vdots \\ (x_n - x)^2 + (y_n - y)^2 = d_n^2 \end{cases} \quad (1)$$

从第一个方程开始分别减去最后一个方程, 即可得到线性方程组:

$$AX = b \quad (2)$$

其中,

基金项目: 安徽省科技攻关计划重大科技专项基金资助项目“可调谐红外激光汽车尾气在线监测控制分析软件 V2.0”(08010202038)

作者简介: 孔 军(1983 -), 男, 硕士研究生, 主研方向: 无线传感器网络; 季海波, 教授、博士生导师

收稿日期: 2009-03-04 **E-mail:** kongjun@ustc.edu

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2(x_1 - x_n) & 2(y_1 - y_n) \\ \vdots & \vdots \\ 2(x_{n-1} - x_n) & 2(y_{n-1} - y_n) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} x_1^2 - x_n^2 + y_1^2 - y_n^2 + d_n^2 - d_1^2 \\ \vdots \\ x_{n-1}^2 - x_n^2 + y_{n-1}^2 - y_n^2 + d_n^2 - d_{n-1}^2 \end{pmatrix}$$

由于存在测距误差，合理的线性模型应为

$$\mathbf{AX} + \mathbf{N} = \mathbf{b} \quad (3)$$

其中 \mathbf{N} 为 $n-1$ 维随机误差向量； \mathbf{X} 的值应使误差 $\mathbf{N} = \mathbf{b} - \mathbf{AX}$ 达到最小，因此，整个系统的定位问题就简化成了用最小化 $Q(x) = \|\mathbf{N}\|^2 = \|\mathbf{b} - \mathbf{AX}\|^2$ 求对 \mathbf{X} 的估计问题。 $Q(x)$ 关于 x 求导并令其等于 0，就可以求解得到未知节点的最小二乘估计：

$$\hat{x}_{ls} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (4)$$

2.2 变尺度法(DFP 算法)

变尺度法又称 DFP 算法^[8]，这是因为该算法是由 Davidon 提出，之后 Fletcher 和 Powell 对其进行改进，形成了 Davidon-Fletcher-Powell 算法，简称 DFP 算法。该算法属于拟牛顿法的一种，是求解无约束极值问题的一种有效方法。它避免了计算二阶导数矩阵及其求逆计算，又比梯度法的收敛速度快，特别是对高维问题具有显著的优越性。本文对该算法改进后，再进行编程和仿真。

2.2.1 算法原理

假设无约束极值问题的目标函数 $f(x)$ 二次连续可微， $x^{(k)}$ 为其极小点的某一近似，在这个点附近取 $f(x)$ 的二阶 Taylor 多项式逼近：

$$f(x) = f(x^{(k)}) + \nabla f(x^{(k)})^T \Delta x + \frac{1}{2} \Delta x^T \nabla^2 f(x^{(k)}) \Delta x \quad (5)$$

令 $\nabla^2 f(x^{(k)}) = \mathbf{H}(x^{(k)})$ ，则式(5)近似梯度可取为

$$\nabla f(x) \approx \nabla f(x^{(k)}) + \mathbf{H}(x^{(k)}) \Delta x$$

该近似函数的极小点满足：

$$\nabla f(x^{(k)}) + \mathbf{H}(x^{(k)})(x - x^{(k)}) = 0$$

$$\mathbf{x} = x^{(k)} - \mathbf{H}(x^{(k)})^{-1} \nabla f(x^{(k)}) \quad (6)$$

如果 $f(x)$ 是二次函数，则 $\mathbf{H}(x)$ 为常数阵，这时逼近式(5)是准确的，在这种情况下，从任一点 $x^{(k)}$ 出发，用式(6)只要一步即可求出 $f(x)$ 的极小值。

当 $f(x)$ 不是二次函数时，式(5)仅是在点 x^k 附近的近似表达式。这时按式(5)求得的最小点，只是 $f(x)$ 的极小点的近似。在这种情况下，常取 $-\mathbf{H}(x^{(k)})^{-1} \nabla f(x^{(k)})$ 为搜索方向，即

$$\begin{cases} \mathbf{S}(x^{(k)}) = -\mathbf{H}(x^{(k)}) \nabla f(x^{(k)}) \\ x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k)} \mathbf{S}^{(k)} \\ \alpha^{(k)} : \min_{\alpha} f(x^{(k)} + \alpha \mathbf{S}^{(k)}) \end{cases} \quad (7)$$

按式(7)求函数 $f(x)$ 的极小点的方法，称为牛顿法，这里所确定的搜索方向 $\mathbf{S}^{(k)}$ 为 $f(x)$ 在 $x^{(k)}$ 点的牛顿方向。牛顿法的收敛速度很快，当 $f(x)$ 的二阶导数及其逆矩阵便于计算时，使用这种方法非常有效。但对于实际问题来说，目标函数往往比较复杂，甚至不能用解析式来表示，计算二阶导数的工作或计算量太大，或根本不可解，而且在 x 的维数很高的时候，求逆计算也比较困难。因此，设法构造另一个矩阵 $\overline{\mathbf{H}}^{(k)}$ ，用它来直接逼近二阶导数矩阵的逆矩阵 $\mathbf{H}(x^{(k)})^{-1}$ ，称为拟牛

顿法。

2.2.2 算法步骤

(1) 给定初始点 $x^{(0)}$ (取所有节点位置的均值)，以及梯度允许误差 $\varepsilon > 0$ 。

(2) 若 $\|\nabla f(x^{(0)})\| \leq \varepsilon$ ，则 $x^{(0)}$ 即为近似最小点，迭代停止，否则继续进行迭代转向步骤(3)。

(3) 令 $\overline{\mathbf{H}}^{(0)} = \mathbf{I}$ ， $\mathbf{S}^{(0)} = -\overline{\mathbf{H}}^{(0)} \nabla f(x^{(0)})$ ，在 $\mathbf{S}^{(0)}$ 方向进行一维搜索，确定最佳步长 $\alpha^{(0)}$ ：

$$\min_{\alpha} f(x^{(0)} + \alpha \mathbf{S}^{(0)}) = f(x^{(0)} + \alpha^{(0)} \mathbf{S}^{(0)})$$

如此得到下一个近似点：

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \alpha^{(0)} \mathbf{S}^{(0)}$$

(4) 一般的，假如已经得到近似点 $x^{(k)}$ ，即可计算出 $\nabla f(x^{(k)})$ ，若 $\|\nabla f(x^{(k)})\| \leq \varepsilon$ ，则 $x^{(k)}$ 就是所求的近似解，否则令 $\Delta \mathbf{g}^{(k)} = \nabla f(x^{(k+1)}) - \nabla f(x^{(k)})$ ，根据 DFP 修正公式：

$$\overline{\mathbf{H}}^{(k+1)} = \overline{\mathbf{H}}^{(k)} + \frac{\Delta \mathbf{x}^{(k)} (\Delta \mathbf{x}^{(k)})^T}{(\Delta \mathbf{g}^{(k)})^T \Delta \mathbf{x}^{(k)}} - \frac{\overline{\mathbf{H}}^{(k)} \Delta \mathbf{g}^{(k)} (\Delta \mathbf{g}^{(k)})^T \overline{\mathbf{H}}^{(k)}}{(\Delta \mathbf{g}^{(k)})^T \overline{\mathbf{H}}^{(k)} \Delta \mathbf{g}^{(k)}}$$

计算 $\overline{\mathbf{H}}^{(k)}$ ，令

$$\mathbf{S}^{(k)} = -\overline{\mathbf{H}}^{(k)} \nabla f(x^{(k)})$$

在 $\mathbf{S}^{(k)}$ 方向进行一维搜索，确定最佳步长 $\alpha^{(k)}$ ：

$$\min_{\alpha} f(x^{(k)} + \alpha \mathbf{S}^{(k)}) = f(x^{(k)} + \alpha^{(k)} \mathbf{S}^{(k)})$$

其下一个近似点为

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k)} \mathbf{S}^{(k)}$$

(5) 若 $x^{(k+1)}$ 点满足精度要求，则 $x^{(k+1)}$ 就是所求的近似解。否则，转回步骤(4)，令 $k = k+1$ (k 为迭代次数，可以预先设定， k 越大精度越高不过算法消耗的时间也越长)，直到求出满足精度的点为止，退出循环，打印输出最后结果。

2.2.3 改进的加权算法

无线电传播路径损耗对于 RSSI 定位算法的定位精度有很大的影响，在实际环境中，由于多径、绕射、障碍物等原因，无线电传播的路径损耗对测距误差有着不小的影响。通常的三边定位法没有反映出信标节点对未知节点位置的影响力大小，影响了定位精度。因此，本文引入加权系数，通过加权系数来体现信标节点对未知节点决定权的大小，利用加权系数体现各信标节点对未知节点的影响程度，反映它们之间的内在联系。

从式(3)出发：

$$Q(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{d_i} f(x_i) \quad (8)$$

其中，

$$f(x_i) = \left| x_i^2 - x_n^2 + y_i^2 - y_n^2 + d_n^2 - d_i^2 - 2x(x_i - x_n) - 2y(y_i - y_n) \right| ;$$

d_i 为第 i 个信标节点和未知节点间的距离，因子 $\frac{1}{d_i}$ 体现了距离未知节点越近的信标节点对其坐标位置的影响力越大，且目标函数 $Q(x)$ 为二次函数可以通过一次逼近求得最小估计值，从而达到既减少计算复杂度又提高定位精度的目的。

3 仿真结果

考虑到 Matlab 在矩阵运算中的强大功能，本文采用 Matlab 对算法在二维空间内的无线网络节点定位进行仿真，并用平均误差和最大误差 2 个量来衡量算法的性能。平均误

差定义为

$$error = \frac{\sum_{i=p+1}^n ((x_{est_i} - x_{real_i})^2 + (y_{est_i} - y_{real_i})^2)}{n-p}$$

最大误差定义为

$$\max error = \max((x_{est_i} - x_{real_i})^2 + (y_{est_i} - y_{real_i})^2)$$

同时有以下几点假设：

- (1)所有节点(除去信标节点)具有相同的功能和性能，没有影响通信干扰的存在；
- (2)测试区域为一个 200 m×200 m 的平面区域，整个区域内是各向同性的；
- (3)信标节点在区域内是均匀分布的，整个区域内不存在无法覆盖的盲区。

当区域内的节点数目从 10 依次增加到 100 时，分别采用最小二乘法和变尺度法，对随机产生的信标节点和未知节点进行定位计算，分别求出最大误差和平均误差。图 1 和图 2 是上述 2 种方法的仿真比较结果。

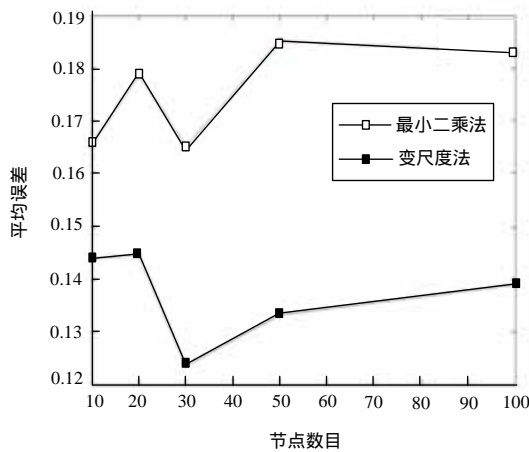


图 1 采用不同算法时平均误差和节点数目的关系

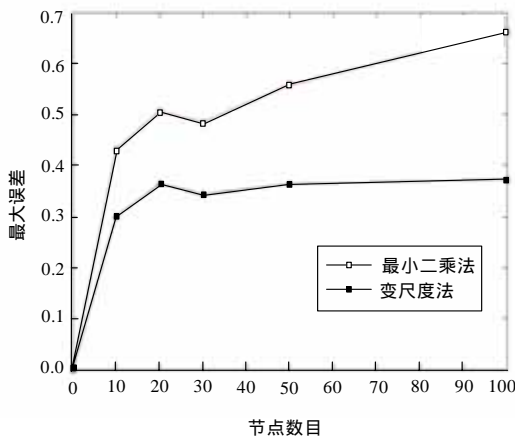


图 2 采用不同算法时最大误差和节点数目的关系

由仿真结果可知，最小二乘法的定位精度较低，但计算速度较快，适合定位精度要求低的应用领域；变尺度法定位精度较高，但是所耗费的 CPU 计算时间较多，适合于定位精度要求较高的应用领域。

信标节点在整个区域节点数目中所占比例的变化会对定位精度产生影响。信标节点为 6 且均匀分布覆盖整个区域的情况下，总的节点数目分别为 10, 20, 30, 50, 100，如图 1 和图 2 所示，分别求出平均误差和最大误差。可以看出，随着信标节点所占比例的降低，定位误差总体是增加的，而且当信标节点所占的比例降低时，起初定位误差是有所减少的，但随着节点数目的不断增多，定位过程中的累积误差不断增多，定位性能的改善就不是那么明显了。因此，在实际工作中，从系统的成本和定位精度需求亮点出发，选取合适的信标节点个数，是相当必要的。

4 结束语

本文比较了最小二乘法和加权变尺度法的定位特性，从仿真结果可以看出，最小二乘法的定位精度较低，但计算速度较快，适合定位精度要求低的应用领域；加权变尺度法定位精度较高，在信标节点均匀分布的情况下，能在一定程度上提高系统的定位精度，表现出较好的性能。下一步的研究方向是选取合适的信标节点个数，考察算法在各向异性环境中的性能表现。

参考文献

- [1] Hu Lingxuan, Evans D. Localization for Mobile Sensor Networks[C]//Proc. of the 10th International Conference on Mobile Computing and Networking. Philadelphia, Pennsylvania, USA: ACM Press, 2004.
- [2] Wang Wei, Soong B H. A Distributed Heuristics of Localization in Wireless Sensor Network[C]//Proc. of WiCOM'06. Wuhan, China: IEEE Press, 2006.
- [3] Wang Wei, Soong B H. Locating Remote Nodes in Anchor-free Wireless Sensor Network[C]//Proc. of WCNC'07. Hong Kong, China: IEEE Press, 2007.
- [4] Seovv C K, Seah W K G, Liu Z. Hybrid Mobile Wireless Sensor Network Cooperative Localization[C]//Proc. of ISIC'07. [S. l.]: IEEE Press, 2007.
- [5] Levanon N. Lowest GDOP in 2-D Scenarios[J]. IEEE Proceedings on Radar Sonar Navigation, 2000, 147(3): 149-155.
- [6] He You, Xiu Jianjuan, Wang Guohong. Theorem for the Combination of Bistatic Radar Measurement Using Least Square[J]. IEEE Trans. on AES, 2003, 39(4): 1441-1445.
- [7] 孙利民, 李建中, 陈渝, 等. 无线传感器网络[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [8] 孙德敏. 工程最优化方法及应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1997.

编辑 金胡考