基于遗传－组合核函数高斯过程回归算法的边坡非线性变形时序分析智能模型

刘开云，刘保国，徐 冲
(北京交通大学 土木工程学院，北京 100044)

摘要：与支持向量机相比，高斯过程有着容易实现、灵活的非参数推断及预测输出具有概率意义等优点。将高斯过程回归引入边坡非线性变形时序分析，采用单一核函数之和作为高斯过程回归的组合核函数以提高其泛化性能。目前通常采用共轭梯度法求取训练样本对数似然函数的极大值以自适应地获得最优超参数，但共轭梯度法存在优化效果初值依赖性强、迭代次数难以确定、易陷入局部最优解的缺陷。改用十进制遗传算法在训练过程中搜索最优超参数，形成遗传－组合核函数高斯过程回归算法，并编制了相应的计算程序。卧龙寺新滑坡变形时序分析结果表明，与遗传－单一核函数高斯过程回归算法和遗传－支持向量回归算法相比，所提出的遗传－组合核函数高斯过程回归算法显著提高预测精度，可以应用于边坡变形的时序分析，并为类似工程提供借鉴。

关键词：边坡工程；变形预测；高斯过程；组合核函数；遗传算法
中图分类号：P 642.2 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－6915(2009)10－2128－07

INTELLIGENT ANALYSIS MODEL OF SLOPE NONLINEAR DISPLACEMENT TIME SERIES BASED ON GENETIC-GAUSSIAN PROCESS REGRESSION ALGORITHM OF COMBINED KERNEL FUNCTION

LIU Kaiyun，LIU Baoguo，XU Chong
(*School of Civil Engineering*，*Beijing Jiaotong University*，*Beijing* 100044，*China*)

Abstract：Compared with support vector machines(SVM)，Gaussian process(GP) holds many advantages such as easy coding，self-adaptive acquisition of hyper-parameters and prediction with probability interpretation. Herein，the Gaussian process regression(GPR) is adopted to analyze the slope displacement time series. A combined kernel function of GPR(CKGPR) obtained by additive single standard covariance functions is putted forward to overcome poor generalization ability of single kernel function. At present，the hyper-parameters of GPR are achieved by maximizing likelihood function of training samples based on conjugate gradient algorithm. However，the conjugate gradient algorithm has the shortcomings of too strong dependence on initial value in optimization effect，showing the difficultly in determination of iteration steps and easily falling into local optimum. On the basis of above-mentioned results，genetic algorithm(GA) coded in decimal system is used to optimize the hyper-parameters of GPR with the combined kernel function，and then the GA-CKGPR algorithm can be formed；and the corresponding code is programmed in Matlab. From the analytical results of Wolongsi slope displacement time series，it can be concluded that the GA-CKGPR algorithm can obviously improve the prediction precision than those of GA-SVR and standard GA-GPR algorithms，so it can be utilized in slope displacement analysis and meanwhile can be served as a reference for similar projects.

收稿日期：2008－11－10；**修回日期：**2009－07－08
基金项目：国家重点基础研究发展计划(863)项目(2007AA11Z109)；北京交通大学科技基金项目(2006XM025)
作者简介：刘开云(1971－)，男，博士，1995 年毕业于山东矿业学院采矿工程专业，现任讲师，主要从事岩土工程中的智能方法与数值分析方面的教学与研究工作。E-mail：kyliu316@tom.com

Key words：slope engineering；deformation prediction；Gaussian process(GP)；combined kernel function；time series analysis

1　引　言

中国是一个地质灾害多发国家，尤其在西部和西南地区更为突出。2000～2004 年仅自然滑坡等地质灾害造成的直接经济损失就高达人民币 30～50 亿元[1]。随着国家西部大开发和经济持续发展战略的贯彻实施，大规模的交通、水电、能源等基础设施建设日趋增多，这些工程一方面对加快国民经济建设、提升当地群众生活水平起到了积极作用，另一方面由这些大型工程建设而诱发的滑坡地质灾害也给当地群众生命财产带来了巨大威胁。因此对边坡进行变形监测数据分析，掌握边坡变形发展演化的规律，科学预测边坡失稳滑动，做到防患于未然，无疑具有重大的现实意义。

由于边坡工程地质条件及岩土特性参数通常是不完全定量的，难以用确定性的数学模型描述，且模型自身参数难以识别，传统的时间序列分析方法很难用于边坡变形时序分析[2，3]。灰色系统要求累加生成的新数据列具有灰指数规律，同时灰色系统建模采用的数据序列应具有非负性，这些都限制了灰色系统在边坡工程变形预测[4，5]中的应用。

实践证明将人工神经网络应用于边坡变形预测之中可以取得优越于其他确定性方法的结果[6～8]。但神经网络基于经验风险最小化准则，存在大样本、过学习、推广能力较差和局部优化的缺点。支持向量机算法具有小样本、全局优化和推广性能好的优点，恰好弥补神经网络的不足，赵洪波等[9，10]将支持向量回归(SVR)算法引入边坡非线性变形预测，获得了较神经网络更高的预测精度。但支持向量机本身也存在着如何采取适当惩罚函数来防止过拟合、核函数类型及核参数选择的难题，且其估计输出不具有概率意义，在变型空间被拉长或不对称的情况下，其输出结果[11，12]不是很有效。

高斯过程(Gaussian process，GP)是近年来基于统计学理论发展而来的一种全新学习机，它对处理高维数、小样本、非线性等复杂分类和回归问题具有很好的适应性，且泛化能力强，在不牺牲性能的条件下，与人工神经网络和支持向量机相比有着容易实现的特点；同时，其超参数可通过求取训练样本的对数似然函数的极大值自适应获取，有着灵活的非参数推断和预测输出的概率解释，是一个具有概率意义的核学习机[12～14]。苏国韶等[15，16]将高斯过程回归算法应用于基坑位移时间序列分析和岩体爆破效应的预测研究，取得了较灰色系统及人工神经网络更优的预测效果。但以上研究都是采用共轭梯度法求取高斯过程最优超参数，共轭梯度法存在优化效果依赖于初值、迭代次数难以确定和局部优化的弊端，这使得该算法的优秀性能不能最大程度的发挥。且以往文献都采用单一核函数，C. E. Rasmussen 和 C. K. I. Williams[12]提出了组合核函数的思想，可以有效改善单一核函数的泛化能力。

本文将组合核函数引入高斯过程回归算法，采用遗传算法进行高斯过程回归模型超参数的最优化搜索，并将之应用于卧龙寺新滑坡变形时间序列的分析与预测，以验证这种遗传－组合核函数高斯过程回归模型在边坡变形预测领域应用的效果。

2　高斯过程及其回归算法

高斯过程又称正态随机过程，其任意有限变量集合都有着联合高斯分布的特性，即任意一组的随机变量 $\{\boldsymbol{x}^i \in \boldsymbol{X}，i=1，\cdots，n\}$ 与其对应的过程状态 $\{Y(x^1)，\cdots，Y(x^n)\}$ 的联合概率分布服从 n 维高斯分布。从函数空间的视角看，高斯过程[12，13]的全部统计特征完全由它的均值和协方差函数来分别确定：

$$\left.\begin{aligned}&\mu(\boldsymbol{x})=E[Y(\boldsymbol{x})]\\&C(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}')=E[(Y(\boldsymbol{x})-\mu(\boldsymbol{x}))(Y(\boldsymbol{x}')-\mu(\boldsymbol{x}'))]\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{x}' \in \boldsymbol{X}$ 均为任意随机变量，且均为 d 维输入矢量。

高斯过程可定义为 $f(\boldsymbol{x})\sim GP(\mu(\boldsymbol{x}), C(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}'))$。

2.1　高斯过程预测

将数据集 $\boldsymbol{D}=\{(\boldsymbol{x}^i，t^i)\ (i=1，\cdots，n)\}$ 作为高斯模型的训练集[12～14]，假设观察目标 t 被噪声腐蚀，它与真实输出值相差 ε，则高斯噪音模型为

$$t^i=f(\boldsymbol{x}^i)+\varepsilon^i\qquad(i=1,2,\cdots,n)\tag{2}$$

式中：t^i 为输出标量；ε^i 为独立的随机变量，其符合高斯分布，$\varepsilon\sim N(0，\sigma_n^2)$，$\sigma_n$ 为噪声的方差。在贝叶斯线性回归 $f(\boldsymbol{x})=\phi(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}$ 框架下，由式(1)观测目标值 $\boldsymbol{t}$ 的先验分布为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{C}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}\\&\boldsymbol{t}\sim N(0,\ \boldsymbol{Q})\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵。

由式(3)推出训练样本输出 $\boldsymbol{t}$ 和测试样本输出 $\boldsymbol{t}^*$ 所形成的联合高斯先验分布为

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{t}\\\boldsymbol{t}^*\end{Bmatrix}\sim N\left(0,\ \begin{bmatrix}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{X})+\sigma_n^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{C}(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{x}^*)\\\boldsymbol{C}(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{x}^*) & \boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}^*,\ \boldsymbol{x}^*)\end{bmatrix}\right)\tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{X})$ 为 $n\times n$ 阶对称正定的协方差矩阵，其任意项 c^{ij} 度量了 $\boldsymbol{x}^i$ 和 $\boldsymbol{x}^j$ 的相关性；$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{x}^*)$ 为测试 $\boldsymbol{x}^*$ 与训练集的所有输入点 $\boldsymbol{X}$ 的 $n\times 1$ 阶协方差矩阵；$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}^*,\ \boldsymbol{x}^*)$ 为测试点 $\boldsymbol{x}^*$ 自身的协方差。

在给定测试点 $\boldsymbol{x}^*$ 和训练集 $\boldsymbol{D}$ 的条件下，贝叶斯概率预测的目标是计算出 $\wp(\boldsymbol{t}^*\big|\boldsymbol{D},\ \boldsymbol{x}^*)$。根据贝叶斯后验概率公式得

$$\wp(\boldsymbol{t}^*|\boldsymbol{x}^*,\ \boldsymbol{D})\sim N(\mu_{\boldsymbol{t}^*},\ \sigma_{\boldsymbol{t}^*}^2)\tag{5}$$

$\boldsymbol{t}^*$ 的期望和方差分别为

$$\mu_{\boldsymbol{t}^*}=\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}^*,\ \boldsymbol{X})(\boldsymbol{C}(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{X})+\sigma_n^2\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{t}\tag{6}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\boldsymbol{t}^*}^2=&\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}^*,\ \boldsymbol{x}^*)-\\&\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}^*,\ \boldsymbol{X})[\boldsymbol{C}(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{X})+\sigma_n^2\boldsymbol{I}]^{-1}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}^*,\ \boldsymbol{X})\end{aligned}\tag{7}$$

2.2 高斯过程训练

由于 GP 方法中协方差函数在有限输入点集上要求是正定的，且是一个满足 Mercer 条件的对称函数，故协方差函数等价于核函数，式(6)可改写成如下形式：

$$\mu_{\boldsymbol{t}^*}=\sum_i^n\boldsymbol{\alpha}_i\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}^i,\ \boldsymbol{x}^*)\tag{8a}$$

其中，

$$\boldsymbol{\alpha}_i=[\boldsymbol{C}(\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{X})+\sigma_n^2\boldsymbol{I}]^{-1}\boldsymbol{t}\tag{8b}$$

预测值的均值是核函数 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}^i,\ \boldsymbol{x}^j)$ 的线性组合，可将非线性关系的数据映射到特征空间后转换为线性关系，从而使复杂非线性问题转化为线性问题。高斯过程可选择不同的协方差函数，本文采用如下两种单一协方差函数[12]，即：

(1) 平方指数协方差函数(SE)

$$C_{SE}(\boldsymbol{x}^i,\ \boldsymbol{x}^j)=\sigma_f^2\exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}^i-\boldsymbol{x}^j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}^i-\boldsymbol{x}^j)\right]+\sigma_n^2\delta^{ij}\tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{M}=\mathrm{diag}(\ell^{-2})$ 为超参数的对角矩阵，ℓ 为关联性测定超参数；δ^{ij} 为克洛内克尔(Kronecker)符号，其值越大，表示输入与输出相关性越小；σ_f^2 为参数，是核函数的信号方差，用来控制局部相关性的程度。

(2) 有理二次协方差函数(RQ)

$$C_{RQ}(\boldsymbol{x}^i,\ \boldsymbol{x}^j)=\sigma_f^2\left[1+\frac{(\boldsymbol{x}^i-\boldsymbol{x}^j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}^i-\boldsymbol{x}^j)}{2\alpha}\right]^{-\alpha}\tag{10}$$

式中：α 为核函数的形状参数。

令 $\boldsymbol{\theta}=\{\boldsymbol{M},\ \sigma_f^2,\ \sigma_n^2\}$，$\boldsymbol{\theta}$ 这样就包含所有超参数的向量。通过对训练样本的对数似然函数的极大化[11～16]获得最优超参数 $\boldsymbol{\theta}$，具体如下：

$$L=\lg[\wp(\boldsymbol{t}\,|\,\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{\theta})]=-\frac{1}{2}\boldsymbol{t}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{t}-\frac{1}{2}\lg|\boldsymbol{Q}|-\frac{n}{2}\lg(2\pi)\tag{11}$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta_i}\lg[\wp(\boldsymbol{t}\,|\,\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{\theta})]=\frac{1}{2}\mathrm{tr}\left[(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{Q}^{-1})\frac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial\theta_i}\right]\tag{12}$$

3 基于组合核函数的高斯过程回归算法

传统方法中采用式(9)，(10)所示的稳态协方差函数作为高斯过程的核函数，本文基于统计学理论对上述基本核函数进行改进构造新的核函数[12]。考虑到当 $f_1(x)$，$f_2(x)$，…，$f_n(x)$ 都是相互独立的高斯随机过程时，随机过程 $f(x)=\sum\limits_{i=1}^n f_i(x)$ 也为一个高斯过程，故采用的核函数建立高斯过程回归模型[12]为

$$K(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{x}')=\sum_{i=1}^n\boldsymbol{C}_i(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{x}')\tag{13}$$

$$f(\boldsymbol{x}^*)=\sum_i^n\boldsymbol{\alpha}_iK(\boldsymbol{x}^i,\ \boldsymbol{x}^*)\tag{14}$$

式中：$K(\cdot)$ 为组合核函数。

本文提出的组合核函数，由式(9)，(10)组合而成，即

$$C_{CK}(\boldsymbol{x}^i,\ \boldsymbol{x}^j)=C_{SE}+C_{RQ}\tag{15}$$

4 基于遗传–组合核函数高斯过程回归算法的边坡变形时序分析智能模型

4.1 遗传–组合核函数高斯过程回归算法

现有高斯过程回归研究文献在确定最优超参数时，均采用共轭梯度法求取训练样本的对数似然的极大值获得，但共轭梯度法实际应用效果通常并

不理想。遗传算法作为一种仿生最优化算法具有目标函数不必可微、优化结果不依赖于初始值、全局优化和隐含并行搜索的特点，已被广泛地应用于求解带有多参数、多变量、多目标和在多区域但连通性较差的 NP-Hard 优化问题并取得了良好的应用效果，为了克服共轭梯度法的缺陷，在此引入十进制遗传算法在样本训练过程中自动搜索最优超参数，形成遗传－组合核函数高斯过程回归(GA-CKGPR)算法。该算法步骤如下：

(1) 将训练样本分为两部分，一部分作为 GA-CKGPR 模型的学习样本，另一部分作为检验 GA-CKGPR 模型泛化能力的测试样本。

(2) 遗传算法初始化，随机生成种群规模为 N_p 的 CKGPR 模型超参数初始群体，计数器记 $g = 0$。

(3) CKGPR 算法读入学习样本和测试样本，同时读入初始群体中的各个体模型超参数，进行模型训练和预测。

(4) 各个体的预测结果传给遗传算法，由遗传算法的适应函数计算每个个体的适应度，进行适应度评价。

(5) 判断是否达到预先指定的进化代数，如达到，算法结束，返回当前适应度最高的个体，解码得到最优超参数；如未达到进化代数，进入下一步。

(6) 选择算子选择初始群体中适应度较高的个体，进行复制，杂交和变异操作，生成个体数为 N_p 的 CKGPR 模型超参数的子代群体，计数器记 $g = g+1$；计算转入步骤(3)。

(7) 重复步骤(3)～(6)，直到达到指定的进化代数，算法结束，返回最优 CKGPR 模型超参数。

十进制遗传算法采用排队选择算子、算术杂交和非均匀变异，具体的遗传操作算子介绍详见刘开云等[17]的研究结果。遗传算法的种群规模为 20，杂交概率 0.9，变异概率 0.05，进化 100 代，适应度函数如下：

$$g(x) = \exp\left[-0.05\max\left(\frac{|f(\boldsymbol{x}_i) - y_i|}{y_i}\times 100\%\right)\right] \tag{16}$$

式中：$f(\boldsymbol{x}_i)$ 为训练时第 i 个测试样本的预测值，y_i 为训练时第 i 个测试样本的实测值。

为了直观比较不同方法预测效果，定义平均相对误差和平均方差 2 个指标，分别如下：

$$pjxdwc = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{y_i' - y_i}{y_i}\right|\times 100\% \tag{17}$$

$$pjfc = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i' - y_i)^2 \tag{18}$$

式中：n 为预测样本的个数，y_i' 为预测时第 i 个预测样本的预测值，y_i 为预测时第 i 个预测样本的实测值。

4.2 基于遗传－组合核函数高斯过程回归算法的边坡变形时序分析

4.2.1 滚动预测方法

采用滚动预测法进行变形预测，过程如下：假设已经获得前 k 天的变形时间序列 $\{x_i, y_i\}$ $(i = 1, 2, \cdots, k)$，取其中前 p 天的变形时间序列作为初次模型训练的学习样本，剩下的 $(k-p)$ 天变形时间序列 $\{x_i, y_i\}(i = p+1, \cdots, k)$ 作为初次模型训练的测试样本，初次训练完成后，对其后 t 天的变形进行一次预测。然后将变形时间序列 $\{x_i, y_i\}$ $(i = p+1, \cdots, k)$ 和这 t 天的实测变形时间序列 $\{x_i, y_i\}(i = k+1, \cdots, k+t)$ 中的前 $(t+p-k)$ 天的变形时间序列 $\{x_i, y_i\}$ $(i = k+1, \cdots, p+t)$ 加入初次训练的学习样本，并将原学习样本前 t 天的变形时间序列去掉，即第 2 次模型训练的学习样本为 $\{x_i, y_i\}(i = t+1, \cdots, p+t)$，将变形时间序列 $\{x_i, y_i\}$ $(i = k+1, \cdots, k+t)$ 中剩下的 $(k-p)$ 天的变形时间序列 $\{x_i, y_i\}(i = p+t+1, \cdots, k+t)$ 作为第 2 次模型训练的测试样本，然后再进行 t 天变形的一次预测，待这 t 天的实测变形获得后，按照以上步骤组成第 3 次模型训练的学习样本和测试样本，但保持每次模型训练的学习样本和测试样本数不变，而用最新采集得来的变形数据更新训练样本集，以使 CKGPR 模型能够学习到最近的变形发展规律。

4.2.2 基于遗传－组合核函数高斯过程回归算法的边坡非线性变形智能预测

选取卧龙寺新滑坡变形监测数据作为工程算例。该滑坡的变形实测数据如表 1 所示。在此取 $k = 15$，$p = 12$，$t = 3$，采用平方指数协方差函数高斯过程回归(SEGPR)、有理二次协方差函数高斯过程回归(RQGPR)和本文提出的组合核函数高斯过程回归(CKGPR)算法分别对卧龙寺新滑坡变形进行了预测分析，为了形成对比，采用 GA-SVR 算法也进行了完全一样的预测分析，预测结果如表 2 所示。

CKGPR 的超参数搜索范围依次为{0，100；0，10；0，10；0，10；0，10；0，0.05}，在历次模型训练过程中，GA 搜索到的 CKGPR 最优超参数如表 3 所示。4 种不同算法得到的平均相对误差和平均方差见表 4。

表 1　卧龙寺新滑坡变形实测数据

Table 1　Measured displacements of Wolongsi slope

监测天数/d	变形/mm	监测天数/d	变形/mm	监测天数/d	变形/mm	监测天数/d	变形/mm
15	1.0	28	8.2	41	12.0	54	23.0
16	1.5	29	8.4	42	13.0	55	24.0
17	1.7	30	8.7	43	13.4	56	25.2
18	2.5	31	9.0	44	14.0	57	26.0
19	3.2	32	9.2	45	15.0	58	27.0
20	4.0	33	9.4	46	16.1	59	28.2
21	4.4	34	10.0	47	16.4	60	30.0
22	5.1	35	10.1	48	17.2	61	31.0
23	5.9	36	10.3	49	17.6	62	32.0
24	6.3	37	10.4	50	18.2	63	33.0
25	7.0	38	10.5	51	19.0	64	42.0
26	7.3	39	10.8	52	19.2	65	47.0
27	7.8	40	11.1	53	20.0	66	61.0

表 2　4 种不同算法的预测结果

Table 2　Comparison between predicted results by four different methods

监测天数/d	实测变形/mm	预测变形/mm				预测相对误差/%			
		RQGPR	SEGPR	CKGPR	SVR	RQGPR	SEGPR	CKGPR	SVR
30	8.7	8.60	8.62	8.65	9.09	1.15	0.92	0.57	4.48
31	9.0	8.67	8.71	8.78	9.55	3.67	3.22	2.44	6.11
32	9.2	8.63	8.72	8.85	10.00	6.20	5.22	3.80	8.70
33	9.4	9.25	9.25	9.26	9.71	1.60	1.60	1.49	3.30
34	10.0	9.31	9.30	9.31	10.09	6.90	7.00	6.90	0.90
35	10.1	9.30	9.29	9.32	10.47	7.92	8.02	7.72	3.66
36	10.3	10.56	10.56	10.22	10.54	2.52	2.52	0.78	2.33
37	10.4	10.90	10.91	10.51	10.87	4.81	4.90	1.06	4.52
38	10.5	11.25	11.25	10.77	11.21	7.14	7.14	2.57	6.76
39	10.8	10.72	10.65	10.66	10.95	0.74	1.39	1.30	1.39
40	11.1	10.84	10.72	10.73	11.22	2.34	3.42	3.33	1.08
41	12.0	10.93	10.76	10.78	11.50	8.92	10.33	10.17	4.17
42	13.0	11.76	11.76	12.76	11.76	9.54	9.54	1.85	9.54
43	13.4	12.01	12.01	13.61	12.00	10.37	10.37	1.57	10.45
44	14.0	12.27	12.27	14.27	12.25	12.36	12.36	1.93	12.50
45	15.0	14.92	15.89	15.57	14.26	0.53	5.93	3.80	4.93
46	16.1	15.82	17.55	16.74	13.83	1.74	9.01	3.98	14.10
47	16.4	16.80	19.54	17.95	12.85	2.44	19.15	9.45	21.65
48	17.2	17.77	17.40	17.28	17.24	3.31	1.16	0.47	0.23
49	17.6	18.87	18.04	17.72	17.72	7.22	2.50	0.68	0.68
50	18.2	20.04	18.55	17.89	18.05	10.11	1.92	1.70	0.82
51	19.0	18.31	18.32	18.31	18.47	3.63	3.58	3.63	2.79
52	19.2	18.34	18.36	18.33	19.06	4.48	4.38	4.53	0.73
53	20.0	18.14	18.18	18.13	19.64	9.30	9.10	9.35	1.80
54	23.0	20.72	20.72	20.26	20.69	9.91	9.91	11.91	10.04
55	24.0	21.37	21.37	20.62	21.32	10.96	10.96	14.08	11.17
56	25.2	22.01	22.02	20.93	21.96	12.66	12.62	16.94	12.86
57	26.0	26.91	26.93	28.92	22.60	3.50	3.58	11.23	13.08
58	27.0	30.38	30.42	29.65	23.20	12.52	12.67	9.81	14.07
59	28.2	34.83	34.92	28.92	23.79	23.51	23.83	2.55	15.64
60	30.0	29.82	29.85	29.82	29.11	0.60	0.50	0.60	2.97
61	31.0	31.28	31.32	31.28	29.87	0.90	1.03	0.90	3.65
62	32.0	32.80	32.84	32.80	30.42	2.50	2.63	2.50	4.94
63	33.0	33.76	33.80	33.80	32.23	2.30	2.42	2.42	2.33
64	42.0	35.18	35.27	35.26	33.25	16.24	16.02	16.05	20.83
65	47.0	36.63	36.77	36.76	34.25	22.06	21.77	21.79	27.13
66	61.0	47.33	67.39	61.15	36.68	22.41	10.48	0.25	39.87

表 3　基于组合核函数高斯过程回归算法的历次网络训练最优超参数

Table 3　The optimal hyper-parameters of CKGPR during every training process

训练样本起讫天数/d	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
15～29	29.334 9	1.100 5	2.485 9	0.865 7	8.664 3	0.036 5
18～32	33.244 5	5.768 4	3.561 5	4.365 2	4.564 0	0.032 3
21～35	51.038 6	7.965 7	2.948 8	9.528 1	8.400 6	0.003 2
24～38	69.204 7	4.640 9	2.688 7	0.408 3	2.812 7	0.047 7
27～41	17.717 7	6.514 5	1.599 1	3.704 9	5.143 8	0.023 1
30～44	3.546 6	5.075 4	1.719 5	0.480 2	3.360 8	0.035 2
33～47	76.198 2	3.236 3	3.244 3	6.501 8	4.849 0	0.037 1
36～50	31.745 0	3.506 5	4.669 5	9.115 7	2.184 7	0.018 5
39～53	77.397 2	8.116 3	5.612 2	9.860 8	7.285 8	0.006 9
42～56	26.135 8	1.583 4	1.359 2	3.945 3	2.151 0	0.048 1
45～59	73.178 7	9.476 8	7.678 1	8.643 8	4.767 5	0.001 6
48～62	68.378 5	5.406 3	6.716 1	8.536 0	8.207 6	0.034 2
51～65	68.948 7	5.590 6	1.277 7	5.317 0	3.578 6	0.044 6

表 4　4 种不同算法得到的平均相对误差和平均方差

Table 4　Average relative error and average variance achieved by four different methods

算法	平均相对误差/%	平均方差
RQGPR	7.27	11.92
SEGPR	7.38	8.12
CKGPR	5.30	5.84
SVR	8.28	25.18

4.3　计算结果分析

为了直观地进行比较，不同算法的预测误差统计情况见表 5。

表 5　不同算法预测误差

Table 5　Prediction errors of different algorithms

算法	样本数/个		
	预测误差＞10%	预测误差＞15%	预测误差＞20%
RQGPR	10	4	3
SEGPR	11	4	2
CKGPR	7	3	1
SVR	13	5	4

从表 2 可知，采用 RQGPR 的最大预测相对误差为 23.51%，预测平均相对误差为 7.27%，平均方差为 11.92；采用 SEGPR 的最大预测相对误差为 23.83%，预测平均相对误差为 7.38%，平均方差为 8.12; 采用 CKGPR 的最大预测相对误差为 21.79%，预测平均相对误差为 5.3%，平均方差为 5.84；而采用 SVR 算法最大预测相对误差为 39.87%，预测平均相对误差为 8.28%，平均方差为 25.18。从表 4 可知，CKGPR 预测误差大于 10%的样本数为 7，大于 15%的样本数为 3，大于 20%的样本数仅为 1，远远低于单一核函数高斯过程回归和支持向量回归算法的预测误差，尤其是 CKGPR 对卧龙寺新滑坡最后突变破坏时的变形预测误差仅为 0.25%，较好地预测了变形时序的发展演化趋势，这是 SVR 无法做到同时也是单一核函数高斯过程回归难以企及的。

5　结　论

经过本文的对比研究，可以得出如下结论：

(1) 与单一核函数相比，组合核函数显著改善了高斯过程回归的泛化性能，提高了预测精度。

(2) 采用十进制遗传算法代替共轭梯度法搜寻高斯过程最优超参数有效避免了共轭梯度法的缺陷，可以在参数搜索区间快速找到全局最优解，从而提高高斯过程回归的泛化性能。

(3) 本文提出的遗传－组合核函数高斯过程回归(GA-CKGPR)算法经实际算例验证可以高效地应用于边坡非线性变形时序分析，并为类似工程提供了借鉴。

参考文献(References)：

[1] 中华人民共和国国家统计局. 中国统计年鉴(2005 年)[M]. 北京：中国统计出版社，2005.(National Bureau of Statistics of People′s Republic of China. China statistical yearbook in 2005[M]. Beijing：China Statistical Press，2005.(in Chinese))

[2] 张玉祥. 岩土工程时间序列预报问题初探[J]. 岩石力学与工程学报，1998，17(5)：552－558.(ZHANG Yuxiang. Primary research on forecasting problem of time sequence in geotechnical engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，1998，17(5)：552－558.(in Chinese))

[3] 尚岳全，孙红月，赵福生. 滑坡变形形态的自回归模型分析[J]. 岩土工程学报，2000，22(5)：628－629.(SHANG Yuequan，SUN Hongyue，ZHAO Fusheng. ARMA model analysis of landslide deformation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering，2000，22(5)：628－629.(in Chinese))

[4] 赵静波，李 莉，高 谦. 边坡变形预测的灰色理论研究与应用[J]. 岩石力学与工程学报，2005，24(增2)：5 799－5 802.(ZHAO Jingbo，LI Li，GAO Qian. Research and application of the grey theory to slope deformation prediction[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2005，24(Supp.2)：5 799－5 802.(in Chinese))

[5] 何习平，华锡生，何秀凤. 加权多点灰色模型在高边坡变形预测中的应用[J]. 岩土力学，2007，28(6)：1 187－1 190.(HE Xiping，HUA Xisheng，HE Xiufeng. Weighted multi-point grey model and its application to high rock slope deformation forecast[J]. Rock and Soil Mechanics，2007，28(6)：1 187－1 190.(in Chinese))

[6] 张治强，冯夏庭，杨成祥，等. 非线性位移时间序列分析的遗传－神经网络方法[J]. 东北大学学报(自然科学版)，1999，20(4)：422－424.(ZHANG Zhiqiang，FENG Xiating，YANG Chengxiang，et al. Study on genetic-neural network for nonlinear displacement time series analysis[J]. Journal of Northeastern University(Natural Science)，1999，20(4)：422－424.(in Chinese))

[7] 冯夏庭. 智能岩石力学导论[M]. 北京：科学出版社，2000.(FENG Xiating. Introduction to intelligent rock mechanics[M]. Beijing：Science Press，2000.(in Chinese))

[8] 吕爱钟，莫晓明. 智能预测在三峡永久船闸中隔墩时效变形分析中的应用[J]. 岩土力学，2007，28(5)：1 066－1 068.(LU Aizhong，MO Xiaoming. Application of intelligent prediction to time-effect deformation analysis for the partition frusta of Three Gorges Permanent shiplock[J]. Rock and Soil Mechanics，2007，28(5)：1 066－1 068.(in Chinese))

[9] 赵洪波，冯夏庭. 非线性位移时间序列预测的进化－支持向量机方法及应用[J]. 岩土工程学报，2003，25(4)：468－471.(ZHAO Hongbo，FENG Xiating. Study and application of genetic-support vector machine for nonlinear displacement time series forecasting[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering，2003，25(4)：468－471.(in Chinese))

[10] 刘开云，乔春生，滕文彦. 边坡位移非线性时间序列采用支持向量机算法的智能建模与预测研究[J]. 岩土工程学报，2004，26(1)：57－61.(LIU Kaiyun，QIAO Chunsheng，TENG Wenyan. Research on nonlinear time sequence intelligent model construction and prediction of slope displacement by using support vector machine algorithm[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering，2004，26(1)：57－61.(in Chinese))

[11] 熊志化，张继承，邵惠鹤. 基于高斯过程的软测量建模[J]. 系统仿真学报，2005，17(4)：793－800.(XIONG Zhihua，ZHANG Jicheng，SHAO Huihe. GP-based soft sensor modeling[J]. Journal of System Simulation，2005，17(4)：793－800.(in Chinese))

[12] RASMUSSEN C E，WILLIAMS C K I. Gaussian processes for machine learning[M]. Cambridge：MIT Press，2006.

[13] WILLIAMS C K I. Prediction with Gaussian processes：from linear regression to linear prediction and beyond[R]. Birmingham：Aston University，1997.

[14] BRAHIM-BELHOUARI S，BERMAK A. Gaussian process for nonstationary time series prediction[J]. Computational Statistics and Data Analysis，2004，47(4)：705－712.

[15] 苏国韶，燕柳斌，张小飞，等. 基坑位移时间序列预测的高斯过程方法[J]. 广西大学学报(自然科学版)，2007，32(2)：223－226.(SU Guoshao，YAN Liubin，ZHANG Xiaofei，et al. Time series prediction of foundation pit displacement using Gaussian process method[J]. Journal of Guangxi University(Natural Science)，2007，32(2)：223－226.(in Chinese))

[16] 苏国韶，宋咏春，燕柳斌. 岩体爆破效应预测的一种新方法[J]. 岩石力学与工程学报，2007，26(增1)：3 509－3 513.(SU Guoshao，SONG Yongchun，YAN Liubin. A new method for forecasting of blasting effect in rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2007，26(Supp.1)：3 509－3 513.(in Chinese))

[17] 刘开云，乔春生，刘保国. 基于改进 GA-SVR 算法的隧道工程三维弹塑性模型参数的智能辨识[J]. 岩石力学与工程学报，2007，26(6)：1 164－1 172.(LIU Kaiyun，QIAO Chunsheng，LIU Baoguo. Intelligence identification of three-dimensional elastoplastic model parameters in tunnel engineering based on improved GA-SVR algorithm[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2007，26(6)：1 164－1 172.(in Chinese))