

# 基于模糊逻辑推理的精馏分离序列优化综合

董宏光, 秦立民, 王涛, 邵其红, 姚平经

(大连理工大学化工学院过程系统工程研究所, 辽宁 大连 116012)

摘要: 模糊逻辑推理能够反映自然语言要素信息传递特性. 通过抽象有效重组参数提炼 if-then 模糊逻辑推理规则、根据精馏分离序列综合问题数字特征创建 Sugeno 模糊逻辑推理模型, 系统化地提出了基于模糊逻辑推理的精馏分离序列优化综合方法.

关键词: 模糊逻辑推理; 模糊规则库; 隶属函数库; 精馏分离序列综合

中图分类号: TQ021.8; TP18 文献标识码: A 文章编号: 1009-606X(2004)02-0173-05

## 1 前言

分离序列综合问题在数学上可以归结为混合整数非线性规划(MINLP, mixed integer nonlinear programming), 文献[1]给出了精馏分离序列综合问题的可行分离序列数闭合计算公式. 其方案数随问题规模呈某种规律性关系, 即著名的 Catalan 数序列<sup>[2]</sup>, 符合一阶线性齐次递推关系  $C_n/C_{n-1} = (4n-6)/n$ .

针对分离序列综合问题的组合爆炸特征, 已经提出并广泛采用的方法都是从某种意义上尽量缩小问题的搜索空间, 迅速找到最优或近优的精馏分离序列, 文献[3]系统总结了直观推断、渐进调优和数学规划等经典方法. 在具体使用直观推断规则时有时会出现相互冲突的情况. 文献[4]提出了有序直观推断, 文献[5-9]根据模糊关系进行综合评判, 均在某种程度上避免或克服了应用规则之间相互矛盾的问题.

模糊推理能够恰当反映人类思维过程. 本文通过抽象有效重组参数提炼 if-then 模糊规则, 并根据精馏分离序列综合问题数字特征创建了 Sugeno<sup>[10]</sup>模糊模型, 从而开辟了解决精馏分离序列综合问题的有效途径.

## 2 基于模糊规则库的模糊逻辑推理系统

### 2.1 模糊逻辑推理

模糊逻辑推理是将一个给定的输入空间通过模糊逻辑方法映射到一个特定输出空间的运算过程. 模糊规则的推理逻辑反映了语言变量之间的相互关系, 将其称为模糊蕴含(implication)关系. 由于模糊蕴含和模糊关系复合运算存在多种算子, 因此模糊推理结果是否合理取决于模糊蕴含和模糊关系复合算子选择是否恰当. 多数情况下, 选择最大-最小模糊关系复合算子:

$$\mu_B(y) = \max_{x \in X} \min[\mu_A(x), \mu_R(x, y)] = \bigvee_{x \in X} [\mu_A(x) \wedge \mu_R(x, y)].$$

复杂模糊推理系统涉及连词运算, 其中 and 和 or 用来连接同一规则的两个输入或输出, also 规则库用来连接多条不同的模糊规则. 实验表明, and 和 or 及 also 分别采用如下运算效果较好.

And: (min 算法)  $\mu_{A \times B}(x, y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$ , (prod 算法)  $\mu_{A \times B}(x, y) = \mu_A(x)\mu_B(y)$ ,

Or: (max 算法)  $\mu_{A \times B}(x, y) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$ , (probor 算法)  $\mu_{A \times B}(x, y) = \mu_A(x) + \mu_B(y) - \mu_A(x)\mu_B(y)$ ,

Also(Aggregation): (max 算法)  $\mu_{A \times B}(x, y) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$ , (probor 算法)  $\mu_{A \times B}(x, y) = \mu_A(x) + \mu_B(y) - \mu_A(x)\mu_B(y)$ ,

(sum 算法)  $\mu_{A \times B}(x, y) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(y)\}$ .

### 2.2 模糊逻辑推理系统

事实证明，当用自然语言命题进行演绎推理时，模糊推理能够恰当表达人类思想。模糊推理系统通常包括 3 个重要部件：模糊规则库，包含若干模糊(if-then)规则；隶属函数库，定义模糊规则涉及的隶属函数；模糊推理机，根据模糊规则执行从输入到输出的推理过程。需要强调，模糊规则库是模糊推理系统的核心，模糊规则通常源于领域知识和专家经验。中间型、偏小型和偏大型是描述模糊分布常见的隶属函数类型，为了选取合适的隶属函数形式，不但需要分析模糊变量的特点，同时还要了解各种类型隶属度函数特征。

模糊推理系统广泛采用 Mamdani<sup>[11]</sup>和 Sugeno 模糊推理模型，这两种模糊推理模型主要区别在于模糊规则结论输出变量隶属函数形式不同。Mamdani 模糊推理模型推理规则后件输出是模糊集合；Sugeno 模糊推理模型推理规则后件输出是关于输入的线性函数或常数。Mamdani 模型比较直观，适合于人类认知信息的表达，Sugeno 模型计算效率高，适合于基于样本的自适应建模。

典型模糊推理过程可分为 5 个步骤：

- (1) 输入模糊化. 根据隶属函数确定输入对应隶属度，从而生成相应输入模糊集。
- (2) 输入模糊集的合成运算. 对各个规则的输入模糊集进行模糊合成的运算过程。
- (3) 模糊蕴含方法. 对各个规则的合成模糊集采用模糊蕴含得到输出模糊集的运算过程。在进行模糊蕴含前，需考虑各模糊规则的权重问题。
- (4) 输出模糊集的合成运算. 对所有模糊规则的输出模糊集进行合成的运算过程。
- (5) 输出去模糊。根据某种方法对输出合成模糊集去模糊，而获得相应的非模糊精确输出。

需要提及，基本模糊推理系统既可以有模糊输入也可以有精确(单点)输入，然而经过输入模

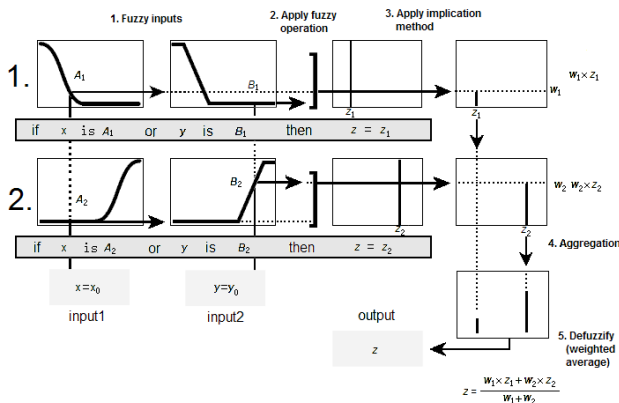


图 1 Sugeno 模糊逻辑推理系统  
Fig.1 Sugeno-type fuzzy logic inference system

糊化均得到模糊集。值得注意的是，工程应用常需要得到非模糊精确输出。对 Sugeno 模型，由于输出为线性函数或常数，输出一般采用加权平均得到整体输出。典型 Sugeno 模糊推理过程如图 1。

模糊系统建模通常包括交替进行的两个阶段：结构辨识和参数估计。结构辨识就是决定输入空间的划分和模糊规则，而输入空间的划分是由输入变量所对应的隶属函数来决定的；参数估计就是根据某种准则(如最小二乘准则)来决定隶属函数中的所有参数。

## 3 基于模糊逻辑推理的精馏分离序列综合

### 3.1 提炼 if-then 模糊逻辑推理规则

已经提出和派生的直观推断规则大多含有一定的理论依据。来自领域专家的有序直观推断规

则非常奏效,从中筛选模糊规则应该是合理思路.有序直观推断具体包括四类规则:方法(M)规则、设计(D)规则、成份(S)规则和组成(C)规则.然而需要指出,精馏分离序列综合问题的结论方案显然应该来自所有规则共同作用的结果.

组织模糊推理系统需要逻辑结构精炼的规则,分析有序直观推断各规则的含义拟用 S2、C1 和 C2 规则.经过推敲选择两个可量化操作的关键因素:挥发度和组份分数.经验表明,在合理组织的直观推断规则体系中,挥发度或组份分数经过重组而形成的判据参数,有助于揭示精馏分离过程系统的内在规律.需要指出,对于特定组份子群具体切分位置,相邻组份相对挥发度、相邻关键组份浓度变化和等摩尔切分,经过热力学理论分析,均可作为断定切分方案优劣的测度.

为了涵盖对应模糊规则,定义重组判据参数:归一化相邻组份相对挥发度  $a$ 、相对相邻关键组份浓度变化  $r$  和组份子群摩尔分配比  $f$ .

$a_{i,i+1} = \alpha_{i,i+1} / \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_{i,i+1}$ , 其中  $\alpha_{i,i+1}$  为相邻组份相对挥发度.  $r_{i,i+1} = |x_i - x_{i+1}| / (x^{\max} - x^{\min})$ , 其中  $x^{\max}$  和  $x^{\min}$  为在组份分数分布中的最大和最小值.  $f_{i,i+1} = \min(D/W, W/D)$ , 其中  $D$  和  $W$  为塔顶和塔底产生组份子群摩尔流量.

显然,判据参数  $a$ ,  $r$  和  $f$  反映了切分点的特质,并且能够采用自然语言合理描述,将其作为前件积极匹配,同时考虑对应后件响应情况,即归纳出完备模糊规则.考虑  $a$ ,  $r$  和  $f$  的重要程度以及各模糊规则地位的区别,在等权重情况下相应采取重要性顺序产生模糊规则库.由于期望输出为特定数字序列,显然采用 Sugeno 推理模型符合特征要求,具体如下:

- (1) if ( $a$  is large) and ( $r$  is large) and ( $f$  is superior) then (order is 0.00)[1].
- (2) if ( $a$  is large) and ( $r$  is large) and ( $f$  is inferior) then (order is 0.25)[1].
- (3) if ( $a$  is large) and ( $r$  is small) and ( $f$  is superior) then (order is 0.50)[1].
- (4) if ( $a$  is small) and ( $r$  is large) and ( $f$  is superior) then (order is 0.75)[1].
- (5) if ( $a$  is large) and ( $r$  is small) and ( $f$  is inferior) then (order is 1.00)[1].
- (6) if ( $a$  is small) and ( $r$  is large) and ( $f$  is inferior) then (order is 1.25)[1].
- (7) if ( $a$  is small) and ( $r$  is small) and ( $f$  is superior) then (order is 1.50)[1].
- (8) if ( $a$  is small) and ( $r$  is small) and ( $f$  is inferior) then (order is 1.75)[1].

### 3.2 创建 Sugeno 模糊逻辑推理模型

运用模糊推理不但可以定量描述直观推断中出现的模糊概念,而且能够反映直观推断的逻辑过程,模糊推理得到的方案是所有模糊规则综合作用的结果.深入探讨如何应用模糊推理解决分离序列综合问题是十分必要的.

各切分点历经分离步骤中先后次序的不同编排可以形成各种不同的分离序列.应用模糊逻辑推理系统获得初始组份子群及相应后续组份子群的最佳切分方案,进而形成优化的有序切分序列.在每个切分方案的决策步骤中,均需对所有规则的前件和后件进行信息整合,从而可以通过输出比较断定组份子群具体切分位置.特定层次中各切分方案的判据参数  $a$ ,  $r$  和  $f$  的量化输入,经过模糊逻辑推理系统,最终得到反映切分优劣程度的量化输出,通过比较便可确定最佳切分方案.

对各输入变量选用具有优良数学属性的 Gauss 型隶属函数,并根据实践经验调整参数(方差  $\sigma$ 、数学期望  $\delta$ ),于是得到合适隶属函数曲线:

$$\mu(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\delta)^2}{\sigma^2}}.$$

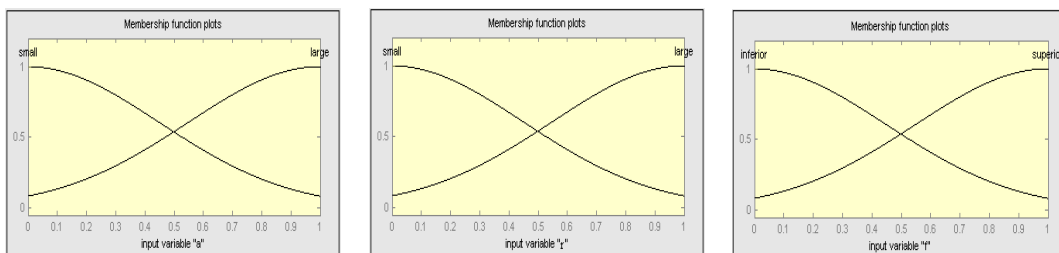


图 2 Sugeno 模糊推理系统输入隶属函数曲线形式

Fig 2 Curve forms of input membership functions of Sugeno-type fuzzy logic inference system

在 Sugeno 模糊推理系统中，判据参数  $a$  属于 large 和 small 这两个模糊集合隶属函数曲线、判据参数  $r$  属于 large 和 small 这两个模糊集合隶属函数曲线、以及判据参数  $f$  属于 superior 和 inferior 这两个模糊集合隶属函数曲线形式如图 2 所示。

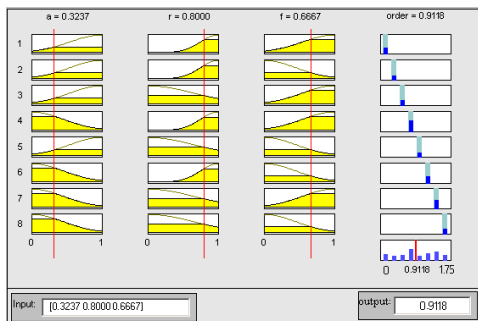


图 3 精馏分离序列综合 Sugeno 模糊推理过程  
Fig.3 Sugeno-type fuzzy logic inference process of distillation separation sequence synthesis

下面结合具体实例说明基于模糊推理的精馏分离序列综合方法，相应 Sugeno 模糊逻辑推理系统通过 Matlab 平台 Fuzzy 工具箱实现。文献 [6] 模拟计算了这些实例所有可行分离序列年度费用，模糊推理结果表明所得到的分离序列均为最优解。

实例 1: 五组份精馏分离序列综合问题基本数据见表 1 和 2。综合结果：[AB/CDE, A/B, C/DE, D/E]。精馏分离序列综合 Sugeno 模糊推理过程如图 3 所示。

表 1 五组份精馏分离序列综合问题基本数据

Table 1 The basic data of five-component distillation separation sequence synthesis problem

Sequence	Component	Mole fraction	Relative volatility
A	Ethanol	0.25	1.093
B	<i>i</i> -Propanol	0.15	1.862
C	<i>n</i> -Propanol	0.35	1.349
D	<i>i</i> -Butanol	0.10	1.449
E	<i>n</i> -Butanol	0.15	

表 2 各切分步骤结果总汇

Table 2 The result summary of every splitting step

Separation point	Input			Output
	$a$	$r$	$f$	Order
A/BCDE	0.1900	0.4000	0.3333	1.4890
AB/CDE	0.3237	0.8000	0.6667	0.9118
ABC/DE	0.2345	1.0000	0.3333	1.0413
ABCD/E	0.2519	0.2000	0.1765	1.5245
C/DE	0.4821	1.0000	0.7143	0.6367
CD/E	0.5419	0.2000	0.3333	1.2385

实例 2: 五组份精馏分离序列综合问题基本数据见表 3 和 4。综合结果：[ABC/DE, AB/C, A/B, D/E]。

表 3 五组份精馏分离序列综合问题基本数据

Table 3 The basic data of five-component distillation separation sequence synthesis problem

Sequence	Component	Mole fraction	Relative volatility
A	Propane	0.05	2.00
B	<i>i</i> -Butane	0.15	1.33
C	<i>n</i> -Butane	0.25	2.40
D	<i>i</i> -Pentane	0.20	1.52
E	<i>n</i> -Pentane	0.35	

表 4 各切分步骤结果总汇

Table 4 The result summary of every splitting step

Separation point	Input			Output
	$a$	$r$	$f$	Order
A/BCDE	0.2759	0.3333	0.0526	1.5147
AB/CDE	0.1834	0.3333	0.2500	1.5357
ABC/DE	0.3310	0.1667	0.8182	1.2507
ABCD/E	0.2097	0.5000	0.5385	1.3451
A/BC	0.6006	0.5000	0.1250	1.1291
AB/C	0.3994	0.5000	0.8000	1.0864

实例 3: 五组份精馏分离序列综合问题基本数据见表 5 和 6. 综合结果 :[AB/CDE ,A/B ,C/DE ,D/E].

表 5 五组份精馏分离序列综合问题基本数据  
Table 5 The basic data of five-component distillation separation sequence synthesis problem

Sequence	Component	Mole fraction	Relative volatility
A	<i>n</i> -Pentane	0.15	2.462
B	<i>n</i> -Hexane	0.20	2.398
C	<i>n</i> -Heptane	0.30	2.377
D	<i>n</i> -Octane	0.20	5.558
E	<i>n</i> -Decane	0.15	

表 6 各切分步骤结果总汇  
Table 6 The result summary of every splitting step

Separation point	Input			Output order
	<i>a</i>	<i>r</i>	<i>f</i>	
A/BCDE	0.1924	0.3333	0.1765	1.5476
AB/CDE	0.1874	0.6667	0.5385	1.1975
ABC/DE	0.1858	0.6667	0.5385	1.1986
ABCD/E	0.4344	0.3333	0.1765	1.3562
C/DE	0.2995	0.6667	0.8571	1.0026
CD/E	0.7005	0.3333	0.3000	1.0653

## 4 结论

在有序直观推断的基础上, 提炼 if-then 模糊逻辑推理规则, 并创建了 Sugeno 模糊逻辑推理模型, 实现基于模糊逻辑推理的精馏分离序列优化综合. 通过在产生子群中辗转进行模糊推理, 便可得到相应的有序分割步骤. 实例推理结果表明, 运用模糊推理进行直观推断, 结果即便不是最优解通常也是满意的近优解. 由于模糊逻辑推理恰当反映了人类思维过程, 因此在解决实际工程问题时具有较高的可靠性, 为解决精馏分离序列综合问题指出了一种新方法.

参考文献:

- [1] Thompson R W, King C J. Systematic Synthesis of Separation Schemes [J]. *AIChE J.*, 1972, 8: 941-947 .
- [2] Per E W, Kristian M L. Combinatorial Aspects of Sharp Split Separation Systems Synthesis [J]. *AIChE J.*, 1990, 36: 1601-1604.
- [3] Nishida N, Stephanopoulos G, Westerberg A W. A Review of Process Synthesis [J]. *AIChE J.*, 1981, 27: 321-351.
- [4] Nadgir V M, Liu Y A. Studies in Chemical Process Design and Synthesis: Part V. A Simple Heuristic Method for Systematic Synthesis of Initial Sequence for Multicomponent Separations [J]. *AIChE J.*, 1983, 29: 926-939.
- [5] Qian Y, Lien K M. Application of a Fuzzy Match Inference Strategy in Synthesis of Separation Systems [J]. *Can. J. Chem. Eng.*, 1994, 72: 711-721.
- [6] Flowers T L, Harrison B K, Niccolai M J. Automated Synthesis of Distillation Sequence Using Fuzzy Logic and Simulation [J]. *AIChE J.*, 1994, 40: 1341-1348.
- [7] Floquet P, Pibouleau L, Aly S, et al. Fuzzy Heuristic Approach for Sharp Separation Sequence Synthesis [J]. *Comput. Chem. Eng.*, 1994, 18: 785-795.
- [8] Fan L T, Gharpuray M M, Huang Y W. Sequencing a Separation via Fuzzy Heuristics [J]. *Chem. Eng.*, 1987, 2: 57-59.
- [9] 吴以淮, 张瑞生. 多组份精馏序列的模糊合成方法 [J]. *化工学报*, 1993, 44(1): 117-121.
- [10] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control [J]. *IEEE Trans. Sys. Man and Cyber.*, 1985, 15: 116-132.
- [11] Mamdani E H, Assilian S. An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller [J]. *Int. J. Man-Mach. Studies.*, 1975, 7(1): 1-13.

## Optimization Synthesis of Distillation Separation Sequence Based on Fuzzy Logic Inference

DONG Hong-guang, QIN Li-min, WANG Tao, SHAO Qi-hong, YAO Ping-jing

(Res. Inst. Proc. Sys. Eng., Sch. Chem. Eng., Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116012, China)

**Abstract:** Fuzzy logic inference can reflect the information transmission characteristic of key elements of the natural language. Fuzzy if-then logic interface rules have been induced by the way of abstracting valid parameters, and according to the numerical characteristics of distillation separation sequence synthesis problem, Sugeno fuzzy logic inference has been established. The optimization synthesis method of distillation separation sequence based on fuzzy logic inference has been put forward.

**Key words:** fuzzy logic inference; fuzzy rule base; membership function base; distillation separation sequence