1998 年 6 月　　西北大学学报(自然科学版)　　Jun. 1998
第 28 卷第 3 期　　Journal of Northwest University (Natural Science Edition)　　Vol. 28 No. 3

④ 198-202

工业过程广义稳态的平均度量[†]

TP13
O231

罗旭光　万百五

(西安交通大学系统工程研究所,710049,西安;第一作者 40 岁,博士研究生)

摘　要　针对工业过程广义稳态集合的度量问题进行了深入研究,证明了非线性系统在满足较宽的条件下,其稳态集合的中心名义值唯一存在。研究表明,该中心名义值作为工业过程广义稳态集合的平均度量是正确和恰当的。

关键词　工业过程;~~动力学系统~~;混沌;广义稳态;唯一遍历性　平均度量

分类号　O231;TP13

非线性系统,~~优化控制~~

由于混沌现象普遍存在于各类非线性系统中,使得工业过程的稳态形式已不能仅仅用常值稳态简单概括,它还应当包括周期稳态、拟周期稳态和混沌稳态。文献[1]根据非线性动力学系统理论,针对工业过程中存在的上述多种稳态形式,给出了一种统一的数学描述——工业过程广义稳态。从而使得稳态涵义更加深刻,与工业过程的实际情况更加符合。文献[1]还就广义稳态的存在性问题进行了深入分析,证明了非线性系统在满足较宽的条件下,其广义稳态存在。然而,系统达到稳态时,系统稳态的广义性使得控制器设定点与系统稳态之间的关系是一种点到集合的映射。这种映射关系无法用于稳态优化控制的定量分析,而建立控制器设定点与系统广义稳态之间的一种定量关系是进行稳态优化控制的前提。为此,本文利用遍历理论的 Borel 不变测度积分定义了广义稳态集合的中心名义值,证明了非线性系统在广义稳态存在的前提下,其稳态集合的中心名义值唯一存在。从而,确定了控制器设定点与系统广义稳态之间的一种定量关系,为进一步研究工业过程的广义稳态优化控制问题奠定了基础。

1　工业过程描述

通常,实际工业过程可以表示为图 1 的形式,图中 $C(k)\in C$ 是过程控制器的设定点,$u(k)\in U$ 是过程 A 的控制向量,$x(k)\in X$ 是过程 A 的输出向量,$y(k)\in Y$ 是过程 B 的输出向量。它可以是生产过程输出产品的产量,也可以是输出产品的某个质量指标。$v(k)\in V\subseteq R^{l}$,$w(k)\in W\subseteq R^{m}$ 分别是过程 A 和过程 B 的物料输入(扰动),而过程 A 和 B 合成一个完整的工业生产过程[2]。一般来说,$u(k)$、$x(k)$ 和 $y(k)$ 均是可测量的,而 $v(k)$ 和 $w(k)$ 在一个较长的时间段内是不变的,因此,在数学模型中可以不考虑它们的影响。图 1 所示系统可由如下差分方程描述:

$$\begin{aligned}
&y(k+1)=f_1(y(k),y(k-1),\cdots,y(k-s+1),x(k),x(k-1),\cdots,x(k-r+1)),\\
&x(k+1)=f_2(x(k),x(k-1),\cdots,x(k-r+1),u(k),u(k-1),\cdots,u(k-j+1)),\qquad (1a)\\
&u(k+1)=f_3(x(k),x(k-1),\cdots,x(k-r+1),u(k),u(k-1),\cdots,u(k-j+1),\\
&\qquad\qquad c(k),c(k-1),\cdots,c(k-i+1))。
\end{aligned}$$

由于控制器设定点变量 $c(k)$ 在每一次调整间隔内保持不变,故可将(1a)式中差分方程 $u(k+2)=f_3(\cdot)$ 中的 $c(k),c(k-1),\cdots,c(k-i+1)$ 用 c 表示,即在每次调整间隔内,c 只是差分方程中的一个参

† 国家自然科学基金资助课题(No. 69374007)
收稿日期:1997-10-16

数，而非动态变量。进一步将(1a)式差分方程化成一阶差分状态方程的形式：

$$z(k+1)=F(z(k)),\qquad \forall\, k\in Z;\tag{1b}$$

式中 $z(k+1)\in Z=Y\times X\times U\subseteq R^{s+r+j}$。由文献[1]可知，描述图 1 所示非线性系统的式(1a)和(1b)具有等价性，故在研究非线性系统的稳态行为时，可不必加以区别。

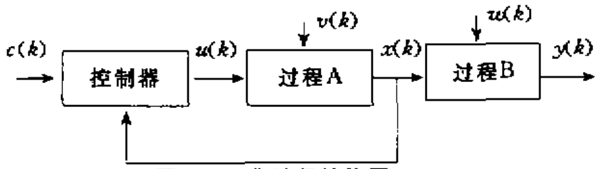

图 1　工业过程结构图

Fig. 1 Block Diagram of the Industrial Process

假设 1　① 在非线性系统(1)中，$f_1(\cdot)、f_2(\cdot)、f_3(\cdot)\in C^r$($r$ 次连续可微函数空间，$r\geq 1$)；② 在非线性系统(1) 的运动状态是闭环输入输出稳定的，即对 $\forall\, c\in C\subseteq R^t$，$|c|\leq M_c$，$0<M_c<\infty$，$k\in Z^+$，则有 $|y(k)|\leq M_y$，$|x(k)|\leq M_x$ 和 $|u(k)|\leq M_u$，其中，$0<M_y<\infty$，$0<M_x<\infty$，$0<M_u<\infty$，$k\in Z^+$。

2　广义稳态集合的平均度量

要建立控制器设定点 c_0 与系统广义稳态 $\{\tilde{Z}\}|_c$ 之间的稳态定量关系，必须首先具备一种度量稳态集合的数学工具，遍历理论为此提供了方便，它是研究定义在具有某种特别结构(如测度空间、拓扑空间、光滑流形等)空间上的群或集类的行为特性的理论。其中，测度空间中的某些不变测度可用来描述动力学系统的稳态集合在空间上的平均值或中心名义值[3]。用中心名义值作为稳态集合的一种平均度量，如果它存在并且唯一，则非线性系统(1)的设定点 c_0 与系统稳态 $\{\tilde{Z}\}|_c$ 之间的一种定量关系便由此建立。

定义 1　设 M 是紧度量空间，同胚映射 $T:M\to M$ 称为唯一遍历的，若它有唯一正规 Borel 测度 μ 关于 T 是不变的。

定义 1 引自文献[4]。

定理 1　设 T 是紧度量空间 M 上的同胚映射，μ 是一个正规 Borel 测度关于 T 是不变的，则下述 3 个命题等价：

(1)T 是唯一遍历的；

(2)对$\forall\, f\in C(M)$(M 上的复连续函数空间)，有

$$\lim_{n\to\infty}(1/n)\sum\nolimits_{k=0}^{n-1}f(T^kx)=\int_M f(x)\mathrm{d}\mu\triangleq\mu(f),\qquad \forall\, x\in M,$$

称 $\mu(f)$为 f 在 M 上的中心名义值；

(3)对$\forall\, f\in C(M)$，时间均值 $(1/n)\sum\nolimits_{k=0}^{n-1}f(T^kx)$ 一致收敛于 $\mu(f)$。

定理 1 引自文献[4]，证明略。

由定理 1 可知，如果一个离散动力学系统$\{T^k:k\in Z\}$在紧度量空间 M 上是唯一遍历的，那么，当$\forall\, x\in M$，$\forall\, f\in C(M)$时，时间序列 $f(Tx)$，$f(T^2x)$，$f(T^3x)$，…，在平均意义下将一致收敛于动力学系统$\{T^k:k\in Z\}$在集空间 M 上的平均值，或称集空间的中心名义值。该中心名义值在正规 Borel 不变测度 μ 的积分意义下存在且唯一。同理，如果非线性系统(1)的离散动力学系统$\{\varnothing^k:k\in Z\}$是唯一遍历的，它的稳态集合$\{\tilde{Z}\}|_c$ 在正规 Borel 不变测度 μ 的积分意义下将是不变的，即$\{\tilde{Z}\}|_c$ 的中心名义值是唯一不变的。那么，非线性系统(1)在什么情况下会有这样的中心名义值呢？为此，有以下一些定理。

引理 1　设 M 是紧度量空间，任一连续映射 $T:M\to M$ 都有一个正规 borel 测度 μ 关于 T 是不变的。

引理 1 引自文献[4]，证明略。

定理 2　非线性系统(1)满足假设 1 的条件，并且其离散动力学系统的映射$\varnothing:Z\to Z$ 是同胚的，则

系统达到稳态$\{\tilde{Z}\}|_c$时,$\varnothing$是唯一遍历的。

证明 由假设 1②,非线性系统(1)是闭环输入输出稳定的,根据文献[1]的定理 2,系统的广义稳态$\{\tilde{Z}\}|_c$存在。由文献[1]的定义 5,其离散动力学系统$\{\varnothing^k: k\in Z\}$的$\omega$极限集是非空紧集,再由文献[1]的引理 1,$\omega$极限集是$\varnothing$的不变闭集。若在$\omega(\hat{Z})$上定义了某种度量$\rho$,则以子集$\omega(\hat{Z})$和度量$\rho$构成的空间$(\omega(\hat{Z}),\rho)$是一紧子度量空间。根据引理 1,连续映射$\varnothing:\omega(\hat{Z})\to\omega(\hat{Z})$有一个正规 Borel 测度$\mu$是关于$\varnothing$不变的,又因为$\varnothing$是同胚的,根据定义 1,$\varnothing$是唯一遍历的。

定理 3 若非线性系统(1)的离散动力学系统$\{\varnothing^k: k\in Z\}$在$Z\subseteq R^{s+r+j}$上是唯一遍历的,则非线性系统(1)的各分量$y(k)$,$x(k)$和$u(k)$在平均意义下,将分别一致收敛于动力学系统$\{\varnothing^k: k\in Z\}$在$\omega(\hat{Z})$上各自的平均值。

证明 根据文献[1]的定理 1,$z(k+1)=\varnothing z(k)=\varnothing^k z$,亦即$z(k+1)=F(\varnothing^k z)$,$z$是序列$z(k)$当$k=0$时的初值,从而有$z(k)$的分量

$$\begin{cases} y(k+1)=f_1(\varnothing^k z)=f_1(y_1(k),\cdots,y_s(k),x_r K),\cdots x_1(k))=f_1(\cdot),\\ x(k+1)=f_2(\varnothing^k z)=f_2(x_1(k),\cdots,x_r(k),u_1(k),\cdots,u_j(k))=f_2(\cdot),\\ u(k+1)=f_3(\varnothing^k z)=f_3(x_1(k),\cdots,x_r(k),u_1(k),\cdots,u_j(k),c)=f_3(\cdot)。\end{cases}$$

因为$\varnothing$在$Z\subseteq R^{s+r+j}$上是唯一遍历的,故系统满足假设 1 的条件,即$f_1(\cdot)$、$f_2(\cdot)$和$f_3(\cdot)$是连续函数,根据定理 1(2),有

$$\lim_{n\to\infty}(1/n)\sum_{k=0}^{n-1}f_i(\varphi^k z)=\int_{\omega(\hat{Z})}f_i(z)\mathrm{d}\mu=\mu(f_i),\forall z\in\omega(\hat{Z}),i=1,2,3。$$

$\mu(f_1)$,$\mu(f_2)$和$\mu(f_3)$分别称为$y(k+1)=f_1(\cdot)$,$x(k+1)=f_2(\cdot)$和$u(k+1)=f_3(\cdot)$在$\omega(\hat{Z})$上各自的中心名义值,再由定理 1(3),时间均值$(1/n)\sum_{k=0}^{n-1}f_i(\varnothing^k z)$一致收敛于$\mu(f_i)$,$i=1,2,3$。

3 仿真算例

考虑如下非线性系统:

$$\begin{cases} y(k+1)=0.8y(k)-0.4y(k-1)+0.2x(k)+0.5,\\ x(k+1)=x(k)-x^2(k)+0.2x(k-1)+0.7u(k)+0.3,\\ u(k+1)=-0.3x(k)+0.5u(k)+0.7c。\end{cases}\tag{2}$$

由于该系统满足假设 1 的条件,即$f_1(\cdot)$、$f_2(\cdot)$和$f_3(\cdot)$是其变元的连续函数以及系统是闭环输入输出稳定的,根据文献[1]的定理 2,系统由任意初始状态$\{\tilde{Z}\}|_c$出发,必然达到系统稳态$\{\tilde{Z}\}|_c$。图 2～图 7 是控制器设定点c分别取不同值时,过程 B 输出$y(k)$的响应曲线,它们说明了非线性系统在不同的参数环境下,其稳态行为亦可能是不同的。其中图 2 表明,当$c=0.7$时,过程 B 的输出$y(k)$当k充分大时达到平衡稳态。图 3～图 5 表明,当c分别为 1.2,1.4 和 1.5 时,过程 B 的输出$y(k)$处于周期稳态状况,从图中曲线可以看出,它们分别为周期 2,周期 4 和周期 8 稳态,亦称为倍周期,它是通往混沌的一条道路。图 6 和图 7 表明,当c分别为 1.65 和 1.8 时,过程 B 的输出响应是一条有界的不规则曲线,这便是混沌稳态。可以证明,非线性系统(2)的离散动力学系统还是同胚的,这只须令

$$y_1(k)=y(k-1),\qquad y_2(k)=y_1(k+1)=y(k),$$
$$x_1(k)=x(k-1),\qquad x_2(k)=x_1(k+1)=x(k),\qquad u_1(k)=u(k)。$$

则式(2)可以化成一阶差分状态方程的形式,即

$$\begin{cases} y_1(k+1)=y_2(k),\\ y_2(k+1)=-0.4y_1(k)+0.8y_2(k)+0.2x_2(k)+0.5,\\ x_1(k+1)=x_2(k),\\ x_2(k+1)=0.2x_1(k)+x_2(k)-x_2^2(k)+0.7u_1(k)+0.3,\\ u_1(k+1)=-0.3x_2(k)+0.5u_1(k)+0.7c。\end{cases}\tag{3}$$

设由式(3)定义的离散动力系统为

$$\{\varnothing^k : k \in z\}, \varnothing : Z \to Z, \qquad z(k+1) = [y_1(k+1), y_2(k+1), x_1(k+1), u_1(k+1)]^T \in Z。$$

显然，它是一一映射，并且$\varnothing$是连续的；又因(3)式的逆为

$$\begin{cases} y_1(k+1) = 2.0y_1(k) - 2.5y_2(k) + 0.5x_1(k) + 1.25, \\ y_2(k+1) = y_1(k), \\ x_1(k+1) = 5.0x_1^2(k) - 7.1x_1(k) + 5.0x_2(k) - 7.0u_1(k) + 4.9c + 1.5, \\ x_2(k+1) = x_1(k), \\ u_1(k+1) = 0.6x_1(k) + 2.0u_1(k) - 1.4c。 \end{cases} \tag{4}$$

所以$\varnothing$的逆存在并且连续。根据定理 2，非线性系统(2)在达到系统稳态时，$\varnothing$是唯一遍历的，再由定理 1，当 k 充分大时，过程输出 $y(k)$和 $x(k)$在平均意义下将分别一致收敛于其中心名义值。定理 1 的意义在于，当某系统若是唯一遍历的，其稳态集合的中心名义值可由其时间序列的平均值进行计算，这大大降低了计算集合中心名义值的复杂性。更重要的是，定理 1 为广义稳态优化理论用于实际工业过程提供了可能，否则，完全按照动力学系统的不变测度进行积分来计算稳态集合的中心名义值是非常困难的，有时甚至是不可能的。

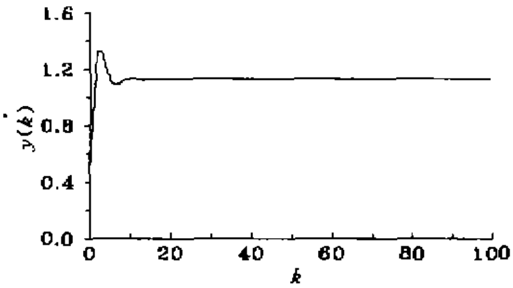

图 2　过程常值稳态($c=0.7$)

Fig. 2　Constant Steady State($c=0.7$)

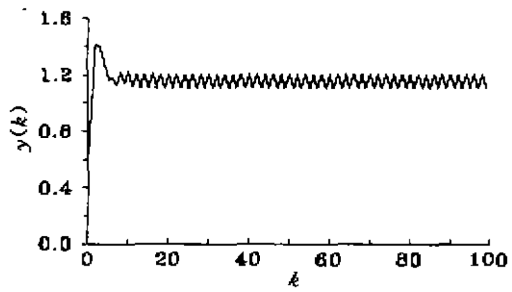

图 3　过程周期 2 稳态($c=1.2$)

Fig. 3　Steady State of the Period Two($c=1.2$)

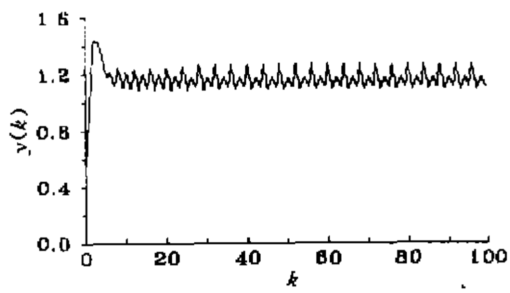

图 4　过程周期稳态($c=1.4$)

Fig. 4　Steady State of the Period Four($c=1.4$)

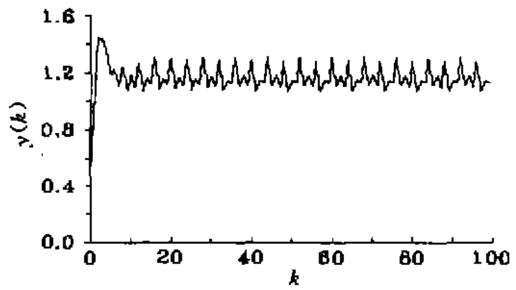

图 5　过程周期 8 稳态($c=1.5$)

Fig. 5　Steady State of the Period Eight($c=1.5$)

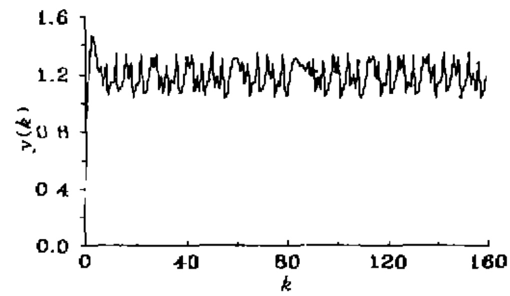

图 6　过程混沌稳态($c=1.65$)

Fig. 6　Chaotic Steady State($c=1.65$)

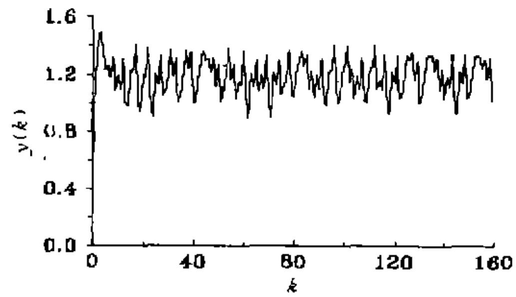

图 7　过程混沌稳态($c=1.8$)

Fig. 7　Chaotic Steady State($c=1.8$)

4 结束语

确定性系统产生混沌运动的机制来源于其内在非线性。文中采用遍历理论给出了广义稳态的平均度量,证明了非线性系统在其相应动力学系统满足唯一遍历的条件下,系统中和变量的时间均值一致收敛于它们各自的中心名义值,且该中心名义值唯一存在。从而,为进一步研究工业过程的广义稳态优化控制问题奠定了基础。

参考文献

1 罗旭光,万百五. 工业过程广义稳态研究. 西安交通大学学报,1998,32(5):1~5

2 Lin J,Qang M,Roberts P D. Improvements in the formulation and solution approach for stochastic optimixing control of steady-state industrial processes. Int. J. Control,1990,52(3):517~548

3 Petersen K. Ergodic Theory. Cambridge:Cambridge University Press,1983. 1~5

4 Comfeld I P,Fomin S V,Sinai Y G. Ergodic Theory. New York:Springer-Verlag,1982. 36~42

责任编辑 曹大刚

Research on the Mean Metric of Generalized Steady State for Industrial Processes

Luo Xuguang Wan Baiwu

(Systems Engineering Institute,Xi'an Jiaotong University,710049,Xi'an)

Abstract The problem of how to measure steady-state sets of industrial processes has been discussed,and also it is proved that the nominal central value of the generalized steady state uniquely exists when the nonlinear system satisfles some conditions. The simulation shows that the definition about the mean metric of generalized steady-state sets are correct and suitable.

Key words industrial processes;dynamic systems;chaos;generalized steady-state;unique ergodicity.

·学术动态·

国家重大基础研究规划项目建议研讨会在我校召开

1998 年 3 月 9 日~10 日,国家重大基础研究规划项目建议研讨会在我校召开,来自北京石油勘探开发研究院、中国地质科学院、中国科学院地质研究所、北京大学、南京大学等 30 余家科研单位和高等院校的近百名专家参加了研讨。会议就我校建议的国家重大基础研究规划项目"中国含油气盆地动力学与油气资源的持续发展"作了广泛深入的研究和讨论。

经过研讨,与会代表一致认为,此项目对我国 21 世纪和社会发展战略的制定具有重要意义,能形成我国未来油气资源可持续发展的重大科学基础,且体现了我国自然条件和资源特色,符合能源领域申报国家重大基础研究的条件。近期,我校将和其他发起单位根据研讨的情况向国家提交项目建议书。

(科研处)