

测量环形加速器中束流真实发散度的一个可能的方法

徐建铭 刘世耀

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

分析了周期聚焦系统中不匹配的束流的包络,给出了束流截面的表示式,并证明利用目前通用的测量发散度的方法,并不能测得束流的真实发散度,而只是相应于被测束流所填充的最大孔径的加速器的接收度。

本文提出用闪烁丝测量束流包络,从而求出粒子流真实发散度的方法。利用这一测量方法,同时还能测得粒子的横向振荡频率、粒子流相干运动的振幅和频率及闭轨畸变。

一、物理依据

周期聚焦系统的横向接收度椭圆的方程是

$$\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 = A^2. \quad (1)$$

式中 $x' = \frac{dx}{ds}$, s 是沿聚焦系统轴线的坐标。 α 、 β 、 γ 是周期聚焦系统中通用的三个参量,它们都是 s 的周期函数,周期长度是聚焦周期长度 s_0 。接收度椭圆的面积是 πA^2 。在接收度椭圆边缘上的粒子的运动轨迹是

$$x(s) = A\beta^{1/2}(s) \cos[\phi(s) + \delta]. \quad (2)$$

式中 $\phi(s) = \int_0^s \frac{1}{\beta(s')} ds'$, $\beta(s)$ 是粒子横向振荡幅值函数, δ 是初始相角。这种粒子的最大偏离是

$$x(s)_{\max} = A\beta^{1/2}(s). \quad (3)$$

因此,如果粒子流充满聚焦系统的接收度,其最大偏离为 $x(s)_{\max}$, 则粒子流的发散度亦即所填充的聚焦系统的接收度,其面积为

$$\pi A^2 = \pi \frac{x^2(s)_{\max}}{\beta(s)}, \quad (4)$$

这种粒子流的发散度和系统的接收度完全相同,称为匹配的粒子流。这种粒子流的包络(最大半宽度或半高度)为,

对一
粒
发
散

这一

凡 σ_1
流
时,半
于这

在不
也就
发
散

s 的
方便
任一
 $\sigma_{11}(0)$

式中

把式

从上

$$x_{\text{包,匹}}(s) = x_{\text{max}}(s) = A\beta^{1/2}(s). \quad (5)$$

对一定聚焦系统,在任一点 s 处, $\beta(s)$ 为一定值. 因此,环形加速器中,在任一点上,匹配的粒子流的包络 $x_{\text{包,匹}}(s)$ 也为一定值,如式(5)所示.

可是,实际运动着的粒子流的发散度并不一定和聚焦系统的接收度相同. 粒子流的发散度椭圆通常表示为,

$$\sigma_{11}(s)x'^2 - 2\sigma_{21}(s)xx' + \sigma_{22}(s)x^2 = \sigma^2 = \sigma_{11}(s)\sigma_{22}(s) - \sigma_{21}^2(s). \quad (6)$$

这一发散度椭圆的面积是 $\pi\sigma$. 如果粒子流是匹配的,则

$$\frac{\sigma_{22}(s)}{\gamma(s)} = \frac{-\sigma_{21}(s)}{\alpha(s)} = \frac{\sigma_{11}(s)}{\beta(s)}. \quad (7)$$

凡 $\sigma_{11}(s)$ 、 $\sigma_{21}(s)$ 、 $\sigma_{22}(s)$ 不满足上式的粒子流,称为不匹配的粒子流. 式(6)描述的粒子流的半宽度¹⁾为 $\sqrt{\sigma_{11}(s)}$. 下面将证明,在环形加速器里,不匹配的粒子流每次通过 s 点时,半宽度 $\sqrt{\sigma_{11}(s)}$ 不是固定值. 在 s 点粒子流半宽度有一极大值 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_{\text{max}}}$, 而外切于这一发散度椭圆的聚焦系统的接收度面积是,

$$\pi A^2 = \pi \frac{\sigma_{11}(s)_{\text{max}}}{\beta(s)}. \quad (8)$$

在不匹配的情况下,式(8)所表示的接收度椭圆面积大于粒子流的真实发散度面积 $\pi\sigma$. 也就是说系统的接收度没有被充分利用.

为了简化计算公式,把 s 的起始点选在 $\alpha = 0$ 处,即 $\alpha(0) = 0$. 而在该处粒子流的发散度椭圆是,

$$\sigma_{11}(0)x'^2 - 2\sigma_{21}(0)xx' + \sigma_{22}(0)x^2 = \sigma^2 \quad (9)$$

s 的起始点作上述选择,并不影响结果的普遍性. 因为,从任一点粒子流的发散度,总能方便地求得 $\alpha = 0$ 处的发散度式(9). 反之,从 $\alpha = 0$ 处的发散度椭圆,也能方便地求得任一点 s 处的发散度椭圆. 任一点 s 处的发散度椭圆的参数 $\sigma_{11}(s)$ 、 $\sigma_{21}(s)$ 及 $\sigma_{22}(s)$ 和 $\sigma_{11}(0)$ 、 $\sigma_{21}(0)$ 及 $\sigma_{22}(0)$ 的关系是,

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}(s) & \sigma_{21}(s) \\ \sigma_{21}(s) & \sigma_{22}(s) \end{pmatrix} = M(s) \begin{pmatrix} \sigma_{11}(0) & \sigma_{21}(0) \\ \sigma_{21}(0) & \sigma_{22}(0) \end{pmatrix} M^T(s) \quad (10)$$

式中 $M(s)$ 是聚焦系统从 0 到 s 的转换矩阵,而 $M^T(s)$ 则是它的转置矩阵.

对周期聚焦系统而言,

$$M(s) = \begin{pmatrix} \beta^{-1/2}(0)\beta^{1/2}(s)\cos\phi(s) & \beta^{1/2}(0)\beta^{1/2}(s)\sin\phi(s) \\ -\beta^{-1/2}(0)\beta^{-1/2}(s)[\sin\phi(s) + \alpha(s)\cos\phi(s)] & \beta^{1/2}(0)\beta^{-1/2}(s)[\cos\phi(s) - \alpha(s)\sin\phi(s)] \end{pmatrix}. \quad (11)$$

把式(11)代入式(10),得到

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(s) = & \frac{\beta(s)}{2\beta(0)} [\sigma_{11}(0) + \beta^2(0)\sigma_{22}(0) + 2\beta(0)\sigma_{21}(0)\sin 2\phi(s) \\ & + (\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0))\cos 2\phi(s)]. \end{aligned} \quad (12)$$

从上式可知, $\sigma_{11}(s)$ 不是以 s_0 为周期的周期函数. 如果环形周期聚焦系统每圈横向振荡

1) 当 x 代表径向坐标时, $\sqrt{\sigma_{11}(s)}$ 是半宽度;当 x 代表垂直方向坐标时, $\sqrt{\sigma_{11}(s)}$ 为半高度.

(1) 三个参
4. 在
(2) 粒子的
(3) 度亦即
(4) 流的包络

相移是 $2\pi Q$, 则粒子流首次通过 s 处时, 粒子流的半宽度 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_0}$, 和迴旋一圈以后, 再次通过该点, 以及迴旋 i 圈以后, 再次通过该点时, 粒子流的半宽度 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_1}$ 及 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_i}$ 分别是,

$$\sqrt{\sigma_{11}(s)_0} = \left[\frac{\beta(s)}{2\beta(0)} \right]^{1/2} [\sigma_{11}(0) + \beta^2(0)\sigma_{22}(0) + 2\beta(0)\sigma_{21}(0) \sin 2\phi(s) + (\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0)) \cos 2\phi(s)]^{1/2}, \quad (13)$$

$$\sqrt{\sigma_{11}(s)_1} = \left[\frac{\beta(s)}{2\beta(0)} \right]^{1/2} [\sigma_{11}(0) + \beta^2(0)\sigma_{22}(0) + 2\beta(0)\sigma_{21}(0) \sin 2(\phi(s) + 2\pi Q) + (\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0)) \cos 2(\phi(s) + 2\pi Q)]^{1/2}, \quad (14)$$

$$\sqrt{\sigma_{11}(s)_i} = \left[\frac{\beta(s)}{2\beta(0)} \right]^{1/2} [\sigma_{11}(0) + \beta^2(0)\sigma_{22}(0) + 2\beta(0)\sigma_{21}(0) \sin 2(\phi(s) + 2\pi j Q) + (\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0)) \cos 2(\phi(s) + 2\pi j Q)]^{1/2}. \quad (15)$$

$\sqrt{\sigma_{11}(s)_i}$ 除一常数项外, 还有一振荡项. 这项的振幅是

$$\sqrt{(\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0))^2 + 4\beta^2(0)\sigma_{21}^2(0)},$$

相角变化为每圈 $4\pi Q$.

粒子流在 s 处的半宽度的最大值和最小值分别是¹⁾,

$$\sqrt{\sigma_{11}(s)_{\max}} = \left[\frac{\beta(s)}{2\beta(0)} \right]^{1/2} [\sigma_{11}(0) + \beta^2(0)\sigma_{22}(0) + \sqrt{(\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0))^2 + 4\beta^2(0)\sigma_{21}^2(0)}]^{1/2}, \quad (16)$$

$$\sqrt{\sigma_{11}(s)_{\min}} = \left[\frac{\beta(s)}{2\beta(0)} \right]^{1/2} [\sigma_{11}(0) + \beta^2(0)\sigma_{22}(0) - \sqrt{(\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0))^2 + 4\beta^2(0)\sigma_{21}^2(0)}]^{1/2}. \quad (17)$$

在环形加速器里, 通常是探测粒子流截面大小, 利用式(4)来计算发散度面积的大小^[1,2]. 原理上讲, 也可以用三靶测量三点的粒子流截面, 来求得发散度椭圆^[3]. 可是, 当粒子流截面探测器反应时间比较长, 例如是粒子迴旋周期的数十倍(数十微秒)时, 所测得的粒子

1) 最大值发生在下述情况, 即

$$\cos 2\phi_{\max} = \frac{\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0)}{[(\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0))^2 + 4\beta^2(0)\sigma_{21}^2(0)]^{1/2}}$$

$$\sin 2\phi_{\max} = \frac{2\beta(0)\sigma_{21}(0)}{[(\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0))^2 + 4\beta^2(0)\sigma_{21}^2(0)]^{1/2}}$$

而最小值发生在下述情况, 即

$$\cos 2\phi_{\min} = \frac{-[\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0)]}{[(\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0))^2 + 4\beta^2(0)\sigma_{21}^2(0)]^{1/2}}$$

$$\sin 2\phi_{\min} = \frac{-2\beta(0)\sigma_{21}(0)}{[(\sigma_{11}(0) - \beta^2(0)\sigma_{22}(0))^2 + 4\beta^2(0)\sigma_{21}^2(0)]^{1/2}}$$

粒子的

$$\phi = \int_0^s \frac{ds'}{\beta(s')} + 2\pi N Q$$

N 是迴旋圈数, $N = 0, 1, 2, \dots, Q$ 不是整数或半整数. 当 Q 的尾数(非整数部分)位数较多时, ϕ 值比较容易接近 ϕ_{\max} 及 ϕ_{\min} . 使得在 s 处半宽度的最大值及最小值接近式(16)或(17). 如果可能出现的 ϕ 值与上式求得的 ϕ_{\max} 及 ϕ_{\min} 相差较大, 则可取最接近 ϕ_{\max} 及 ϕ_{\min} 的 ϕ 值, 分别代入式(12), 以求出实际可能发生的 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_{\max}}$ 及 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_{\min}}$, 并把它们代入式(18)–(21)进行计算.

流截面不是某瞬间粒子流的真实截面,而是其最大截面 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_{\max}}$. 因此,所测得的发散度并不是粒子流的真实发散度,而只是外切于粒子流发散度的聚焦系统接收度椭圆. 因此,只有当入射粒子流发散度和对应的聚焦系统的接收度完全匹配时,发散度和接收度完全重合,测得结果才是粒子流的发散度.

从式 (16) 和 (17) 得到,

$$\begin{aligned}\sigma_{11}(s)_{\max}\sigma_{11}(s)_{\min} &= \frac{\beta^2(s)}{4\beta^2(0)} [4\beta^2(0)\sigma_{11}(0)\sigma_{22}(0) - 4\beta^2(0)\sigma_{21}^2(0)] \\ &= \beta^2(s)e^2.\end{aligned}\quad (18)$$

因此,粒子流的发散度面积 πe 等于,

$$\pi e = \pi \frac{[\sigma_{11}(s)_{\max}\sigma_{11}(s)_{\min}]^{1/2}}{\beta(s)}.\quad (19)$$

而相应于半孔径宽度为 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_{\max}}$ 的聚焦系统的接收度面积 πA^2 为,

$$\pi A^2 = \pi \frac{\sigma_{11}(s)_{\max}}{\beta(s)}.\quad (20)$$

所以,粒子流真实发散度和所占用的聚焦系统的接收度面积之比为,

$$\frac{e}{A^2} = \left[\frac{\sigma_{11}(s)_{\min}}{\sigma_{11}(s)_{\max}} \right]^{\frac{1}{2}}.\quad (21)$$

只要测得 $\sigma_{11}(s)_{\max}$ 和 $\sigma_{11}(s)_{\min}$, 代入式 (19) 和式 (21), 便能求得粒子流的真实发散度面积 πe 和发散度与所占用的接收度面积之比.

如果能测量粒子流三次通过 s 点时, 粒子流的半宽度 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_j}$, $\sqrt{\sigma_{11}(s)_{j+1}}$, $\sqrt{\sigma_{11}(s)_{j+2}}$, 通过解联立方程, 便能求出粒子流真实发散度的三个参数, $\sigma_{11}(0)$, $\sigma_{21}(0)$ 和 $\sigma_{22}(0)$. 它们分别是,

$$L(0) = \frac{\frac{2\beta(0)}{\beta(s)} \begin{vmatrix} \sigma_{11}(s)_j \sin 2[\psi(s) + 2\pi j Q] & 1 - \cos 2[\psi(s) + 2\pi j Q] \\ \sigma_{11}(s)_{j+1} \sin 2[\psi(s) + 2\pi(j+1) Q] & 1 - \cos 2[\psi(s) + 2\pi(j+1) Q] \\ \sigma_{11}(s)_{j+2} \sin 2[\psi(s) + 2\pi(j+2) Q] & 1 - \cos 2[\psi(s) + 2\pi(j+2) Q] \end{vmatrix}}{L(s)},\quad (22)$$

$$L(0) = \frac{\frac{2\beta(0)}{\beta(s)} \begin{vmatrix} 1 + \cos 2[\psi(s) + 2\pi j Q] & \sigma_{11}(s)_j & 1 - \cos 2[\psi(s) + 2\pi j Q] \\ 1 + \cos 2[\psi(s) + 2\pi(j+1) Q] & \sigma_{11}(s)_{j+1} & 1 - \cos 2[\psi(s) + 2\pi(j+1) Q] \\ 1 + \cos 2[\psi(s) + 2\pi(j+2) Q] & \sigma_{11}(s)_{j+2} & 1 - \cos 2[\psi(s) + 2\pi(j+2) Q] \end{vmatrix}}{2\beta(0)L(s)},\quad (23)$$

$$L(0) = \frac{\frac{2\beta(0)}{\beta(s)} \begin{vmatrix} 1 + \cos 2[\psi(s) + 2\pi j Q] & \sin 2[\psi(s) + 2\pi j Q] & \sigma_{11}(s)_j \\ 1 + \cos 2[\psi(s) + 2\pi(j+1) Q] & \sin 2[\psi(s) + 2\pi(j+1) Q] & \sigma_{11}(s)_{j+1} \\ 1 + \cos 2[\psi(s) + 2\pi(j+2) Q] & \sin 2[\psi(s) + 2\pi(j+2) Q] & \sigma_{11}(s)_{j+2} \end{vmatrix}}{\beta^2(0)L(s)}.\quad (24)$$

$L(s)$ 为下述矩阵,

$$L(s) = \begin{vmatrix} 1 + \cos 2[\phi(s) + 2\pi j Q] & \sin 2[\phi(s) + 2\pi j Q] & 1 - \cos 2[\phi(s) + 2\pi j Q] \\ 1 + \cos 2[\phi(s) + 2\pi(j+1)Q] & \sin 2[\phi(s) + 2\pi(j+1)Q] & 1 - \cos 2[\phi(s) + 2\pi(j+1)Q] \\ 1 + \cos 2[\phi(s) + 2\pi(j+2)Q] & \sin 2[\phi(s) + 2\pi(j+2)Q] & 1 - \cos 2[\phi(s) + 2\pi(j+2)Q] \end{vmatrix}. \quad (25)$$

而从 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_j}$ 随 j 的分布曲线的周期, 则能确定 Q 的尾数. 设 $Q = m + \eta$ 或 $Q = m + \frac{1}{2} + \eta$, 其中 m 为整数, 而 $0 < \eta < \frac{1}{2}$. 如果每经过 n 圈 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_j}$ 重复一次, 那么,

$$4\pi n \eta = 2\pi, \quad (26)$$

所以,

$$\eta = \frac{1}{2n}. \quad (27)$$

进行测量时, 我们先要测出粒子流每次通过 s 处时, 在中心轨道两侧, 以中心轨道为原点粒子流边缘的坐标, 即粒子流包络的坐标 $x_{\text{包}+}(s)$ 及 $x_{\text{包}-}(s)$. 当没有闭轨畸变也没有相干运动时, $x_{\text{包}+}(s)$ 和 $x_{\text{包}-}(s)$ 分别等于 $\sqrt{\sigma_{11}(s)}$ 和 $-\sqrt{\sigma_{11}(s)}$. 当有闭轨畸变 $x_{co}(s)$ 和相干运动时, 它们分别等于,

$$x_{\text{包}+}(s) = \sqrt{\sigma_{11}(s)} + x_{co}(s) + c\beta^{1/2}(s) \cos(\phi(s) + \theta), \quad (28)$$

$$x_{\text{包}-}(s) = -\sqrt{\sigma_{11}(s)} + x_{co}(s) + c\beta^{1/2}(s) \cos(\phi(s) + \theta). \quad (29)$$

式中最后一项是粒子流的相干运动, $c\beta^{1/2}(s)$ 是相干运动的振荡振幅, $\phi(s)$ 是相干运动相角, θ 是初始相角. 设每圈 $\phi(s)$ 改变 $2\pi\xi$. 那么, 粒子流首次通过 s 点和回旋 j 圈以后, 再次通过 s 点, 粒子流在中心轨道两侧的边缘的坐标分别是,

$$x_{\text{包}+}(s)_0 = \sqrt{\sigma_{11}(s)_0} + x_{co}(s) + c\beta^{1/2}(s) \cos(\phi_0 + \theta), \quad (30)$$

$$x_{\text{包}-}(s)_0 = -\sqrt{\sigma_{11}(s)_0} + x_{co}(s) + c\beta^{1/2}(s) \cos(\phi_0 + \theta), \quad (31)$$

$$x_{\text{包}+}(s)_j = \sqrt{\sigma_{11}(s)_j} + x_{co}(s) + c\beta^{1/2}(s) \cos(\phi_0 + \theta + 2\pi j \xi), \quad (32)$$

$$x_{\text{包}-}(s)_j = -\sqrt{\sigma_{11}(s)_j} + x_{co}(s) + c\beta^{1/2}(s) \cos(\phi_0 + \theta + 2\pi j \xi). \quad (33)$$

显然,

$$x_{\text{包}+}(s)_j + x_{\text{包}-}(s)_j = 2x_{co}(s) + 2c\beta^{1/2}(s) \cos(\phi_0 + \theta + 2\pi j \xi), \quad (34)$$

$$x_{\text{包}+}(s)_j - x_{\text{包}-}(s)_j = 2\sqrt{\sigma_{11}(s)_j}. \quad (35)$$

所以, 只要测得 $x_{\text{包}+}(s)_j$ 和 $x_{\text{包}-}(s)_j$, 利用式(35)便能求得 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_j}$. 再利用式(22)—(25), 便求得粒子流的真实发散度, 从式(27)求出横向振荡频率的尾数 η . 另外, 利用式(34), 还能求得闭轨畸变和粒子流的相干运动.

二、测量方法

测量探头采用闪烁丝制的单丝靶加光电倍增管^[4]. 闪烁丝的反应时间约 5ns, 光电倍增管的反应时间约 1ns. 在环形加速器中, 粒子回旋周期一般大于微秒, 相邻粒子团间的间隔也约为数十到 100 毫微秒. 因此, 利用这种探测系统可以探测指定的粒子团每次通

过探测点时, 粒子流边缘的位置. 另外, 一般说来, 粒子团相干运动的衰减时间不小于数百微秒. 而整个探测过程不过持续十几圈, 相应时间约数十微秒. 在探测过程中, 相干运动衰减很小, 对测量结果影响不大.

利用单闪烁丝靶并不能直接探测粒子流的边缘即 $x_{\text{右}}(s)$ 和 $x_{\text{左}}(s)$. 只能把闪烁丝放在不同的位置上, 粒子流每次行经闪烁丝时, 记录闪烁丝的输出, 分析输出的记录数据, 以求出粒子流的边缘的坐标. 具体测量方法是, 把中心轨道两侧的真空室有效半宽度(或高度)等分成 N 份. 闪烁丝依次安放在这些位置 $x_N, x_{N-1}, \dots, x_i, \dots, x_1, x_0, -x_1, \dots, -x_i, \dots, -x_{N-1}, -x_N$ 上 ($x_{i+1} > x_i$). 记录指定粒子团每次通过时, 闪烁丝的输出信号. 为了求出 $x_{\text{右}}(s)_i$, 就须分析 i 圈时, 闪烁丝位于 $x_N, \dots, x_i, \dots, x_1, x_0$ 等位置上时的输出的情况. 为此, 在测量时必须先选择一束团作为同步脉冲. 然后将闪烁丝输出信号与此同步脉冲同步. 如果闪烁丝位于 x_i 位置上时, 第 i 圈有输出; 而位于 x_{i+1} 位置上时, i 圈没有输出, 就表明粒子流的正方向边缘 $x_{\text{右}}(s)_i$ 位于 x_i 和 x_{i+1} 之间, 即 $x_{i+1} > x_{\text{右}}(s)_i > x_i$. 可以认为,

$$x_{\text{右}}(s)_i = \frac{1}{2} (x_{i+1} + x_i),$$

为了求得 $x_{\text{左}}(s)_i$, 就要分析闪烁丝处在 $x_0, -x_1, \dots, -x_i$ 等位置上的输出情况. 分析的方法和寻找 $x_{\text{右}}(s)_i$ 时相同. 当相干运动或闭轨畸变比较大时, 也可能 $x_{\text{右}}(s)_i$ 为负值, 或 $x_{\text{左}}(s)_i$ 为正值, 要根据具体情况分析决定.

这样, 利用上面提出的测量方法, 从原理和所需的测量技术来说, 可以求得 $x_{\text{右}}(s)_i$ 和 $x_{\text{左}}(s)_i$. 图 1 是没有闭轨畸变和相干运动时, 闪烁丝在不同位置上输出信号的示意图. 这时粒子流相对于中心轨道是对称的. $x = x_i$ 和 $x = -x_i$ 的输出信号相同. 最下面的一条曲线是 $x_{\text{右}}(s)_i$ 或 $|x_{\text{左}}(s)_i|$ 亦即 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_i}$ 的分布曲线的示意图. 图 2 是有闭轨畸变和相干运动时的类似曲线. 这时 $x_{\text{右}}(s)_i$ 和 $|x_{\text{左}}(s)_i|$ 不相同. 利用式 (34), (35), 把 $x_{\text{右}}(s)_i$ 和 $x_{\text{左}}(s)_i$ 相加及相减, 以求得 $x_{c0}(s) + c\beta^{1/2}(s) \cos(\phi_0 + \theta + 2\pi j\xi)$ 和 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_i}$ 两条分布曲线, 如图 2 最末两条曲线所示. 必须指出的是, 图 1、2 都是示意图, 不是准确的曲线. 例如, 不同 i 值粒子流发散度椭圆形状是不同的, 由聚焦系统参数决定. 图中并未严格地画出这一变化来.

从 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_i}$ 和相干运动随 i 的分布曲线, 便能求得我们所需要的数据. 首先, 从 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_i}$ 的周期圈数 n 代入式 (27), 便求得横向振荡频率 Q 的尾数 η . 另外, 从任意三圈的粒子流半宽度 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_i}, \sqrt{\sigma_{11}(s)_{i+1}}, \sqrt{\sigma_{11}(s)_{i+2}}$, 代入式 (22), (23), (24), (25), 便得粒子流发散度椭圆的三个参量 $\sigma_{11}(0), \sigma_{21}(0)$ 及 $\sigma_{22}(0)$. 从而确定了在 $s = 0$ 处, 粒流的真实发散度椭圆. 在进行这项计算时, 并没有必要选取相邻的三圈, 可选取任意三圈的半宽度. 但所选的半宽度应尽可能大些, 以保证必要的精度. 此外, 从 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_i}$ 曲线的最大值和最小值 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_{\max}}$ 和 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_{\min}}$, 代入式 (21), 便求出加速器接收度被粒流发散度填充的百分比.

另一条曲线是闭轨和相干运动随 i 的分布曲线, 即 $x_{c0}(s) + c\beta^{1/2}(s) \cos(\phi_0 + \theta + 2\pi j\xi)$. 这一曲线的常数项等于闭轨畸变 $x_{c0}(s)$, 振荡项的振幅是相干运动的振幅 $c\beta^{1/2}(s)$. 振荡项的重复周期便能决定相干运动频率 ξ 的尾数. 因为, 相干运动每圈相移 $2\pi\xi$,

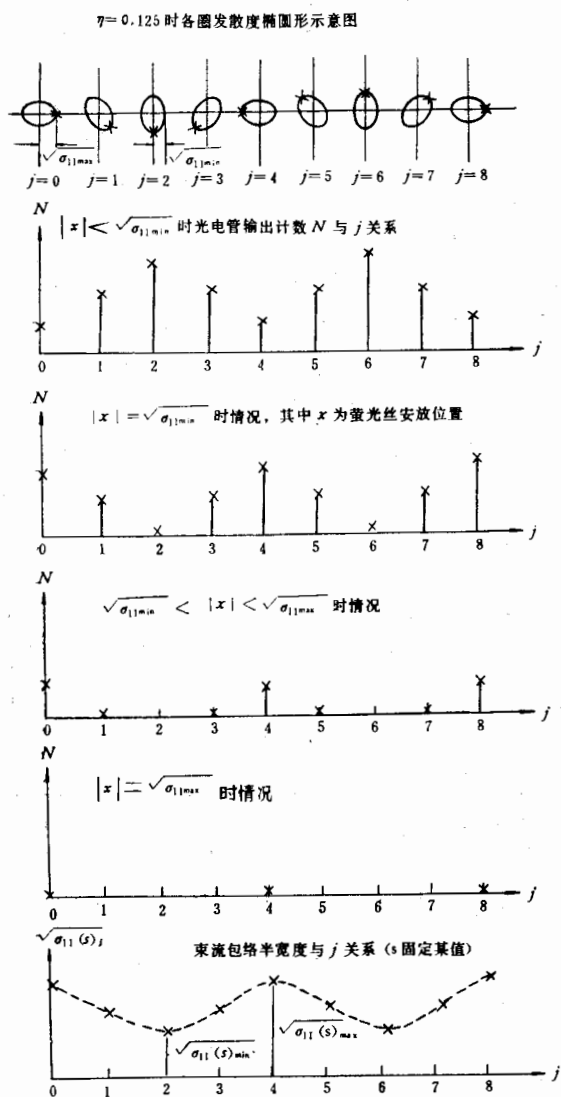


图1 没有闭轨畸变和相干运动时,闪烁丝信号输出和 $x_{包}(s)_j$ (即 $\sqrt{\sigma_{11}(s)_j}$) 分布曲线示意图

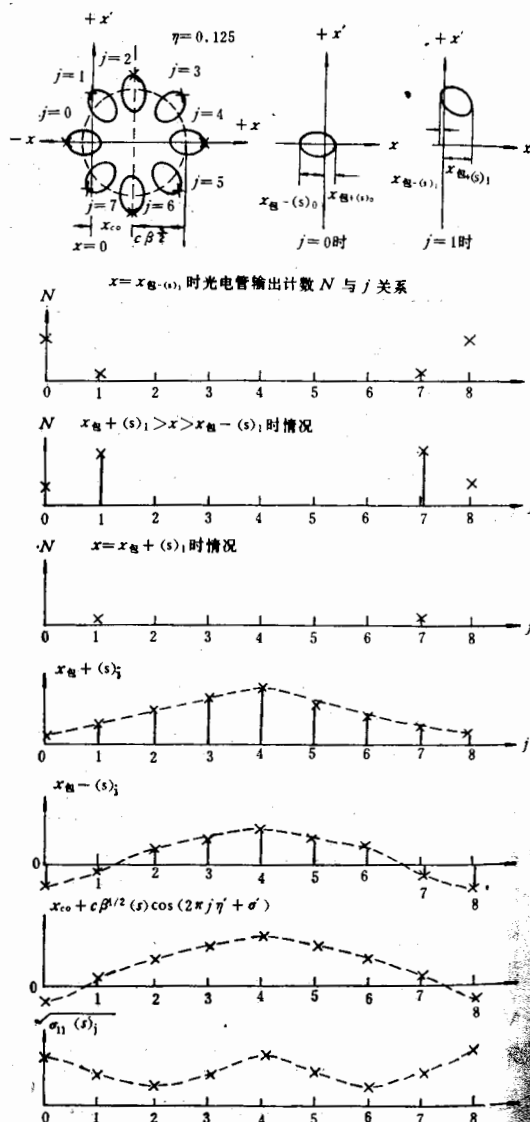


图2 有闭轨畸变和相干运动时,闪烁丝信号输出包络位置及粒子流半宽度等的分布曲线示意图

如果 $\xi = l + \eta'$, 其中 l 为整数, 而 $\eta' < 1$. 如果振荡项的周期是 n' 圈, 那么 $2\pi n'\eta' = 2\pi$, 所以 $\eta' = \frac{1}{n'}$.

当然, 在测量粒子流径向运动的参数时, 还要考虑粒子流动量散度对粒子流宽度的影响. 这就要测定采取数据的能量下, 粒子流的能散度, 在求得的 $x_{包+(s)_j}$ 和 $x_{包-(s)_j}$ 中分

ana
the
acce
max
tion
At l
its f

别减去 $\eta(s) \frac{\Delta p}{p}$ 和 $-\eta(s) \frac{\Delta p}{p}$, $\eta(s)$ 是在 s 处的色散函数. 在测量垂直方向运动的情况时, 就无须进行这项修正.

参 考 文 献

- [1] Schönauer, H., Beamscope-A novel device for measuring emittances and betatron amplitude distributions, CERN/PS/BR 79-8.
- [2] Antoniou, E., On a data reduction method for emittance measurement using the targets in the CERN PS booster rings. PS/BR Note/77-29.
- [3] 徐建铭, 用三靶测定发散度椭圆的方法的分析, 粒子加速器及其应用 (科学技术文献出版社重庆分社, 1980), 133页.
- [4] Bovet, C., Placci, A., Rabany, M., The instrumentation of the secondary beams at the CERN SPS, CERN-SPS-EBP/CB/CP 1977.

A PROPOSAL FOR THE MEASUREMENT OF THE REAL EMITTANCE OF THE BEAM IN CYCLIC ACCELERATORS

XU JIAN-MING LIU SHI-YAO

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In this paper, the envelope of unmatched beam in the periodic focusing system is analyzed and the expression of beam cross section is given. We find that, by using the commonly used methods, we can't get the real emittance of the beam in the ring accelerators, but can only get the acceptance of the accelerator corresponding to the maximum aperture filled by the beam.

In this paper, we propose to measure the beam envelope by a thin plastic scintillation filament. And from the measured data we can get the real emittance of the beam. At the same time, we can get the tune values, the coherent oscillation amplitude and frequency and the closed orbit distortion.