

# 电磁波在湍流介质中的衰减效应

李应乐<sup>1,2</sup>, 黄际英<sup>1</sup>, 罗惠霞<sup>3</sup>

(1. 西安电子科技大学理学院, 陕西 西安 710071; 2. 咸阳师范学院物理系, 陕西 咸阳 712000; 3. 咸阳广播电视大学, 陕西 咸阳 712000)

**摘要:**研究了大气湍流对电磁波的衰减, 得出了有关精确表达式, 计算结果表明自由空间的平均大气起伏常数为  $10^{-17}$ , 应用所得结果导出了闪烁指数理论公式, 数值计算与文献一致。

**关键词:**电磁波; 湍流; 闪烁

**中图分类号:** O453 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-274 X (2003)03-256-03

近年来, 电磁波(10~300 GHz)受到人们的普遍重视, 其低端(10~40 GHz)已处于较广泛的应用阶段, 而其高端仍处于开发阶段; 大气湍流对电磁波产生衰减闪烁等效应, 从而降低通讯系统的性能。因此, 研究电磁波在大气湍流中的传播特性是很有意义的, 对此一般分为弱起伏和强起伏。处理弱起伏问题的方法有 Rytov 方法、直接法及谱展开法等。处理强起伏问题的主要方法有抛物型方程法、图示法、积分方程法等。并且已经证明这些方法在一定条件下彼此等价<sup>[1]</sup>, 而且抛物型方法比其他方法更为基本。值得一提的是, 不论是弱起伏方法还是强起伏方法, 开始时都对湍流的介电常数或方程作了近似处理, 因此产生了一定的误差甚至得出不合理的解。例如文献[1]将精确的抛物型方程

$$2ik \frac{\partial u(r)}{\partial z} + \nabla^2 u(r) + k^2 \epsilon_1(r) u(r) = 0,$$

用近似方程

$$2ik \frac{\partial u(r)}{\partial z} + \nabla^2 u(r) + k^2 \epsilon_1(r) u(r) = 0$$

来代替, 由于省去  $\frac{\partial^2 u(r)}{\partial z^2}$  项, 由此得出平面波二阶矩为

$$\Gamma(z, \rho_1, \rho_2) = \exp\left\{-\frac{k^2}{4}[A(0) - A(\rho_1 - \rho_2)]z\right\}.$$

显然, 当  $\rho_1 = \rho_2$  时,  $\Gamma(z, \rho)$  就是单位平面波的总强度, 不随传播距离的变化而变化, 这是不符合实

际情况的, 目前未见这方面改进计算的工作。本文在分析上述研究方法的基础上, 对电磁波在大气湍流中的衰减作了一点改进, 得出了精确的相干场表达式及二阶矩表达式, 导出了闪烁指数的理论公式, 从而为大气湍流对电磁波的衰减研究提供了基础数据。结果表明: 总场在 2 000 km 时相干场衰减 25.8 dB, 闪烁指数为 0.91, 且随距离增长而趋于 1; 总场在 200 km 时衰减 0.609 6 dB, 平均衰减 0.003 048 dB/km, 与文献基本一致<sup>[2]</sup>。

## 1 抛物型方程的解

当波在随机介质中传播时, 电场强度、磁场强度矢量的任一分量  $u(r)$  满足标量波动方程

$$(\nabla^2 + k^2(1 + \epsilon_1(r)))u(r) = 0, \quad (1)$$

其中:  $\epsilon_1(r)$  是相对介电常数的起伏项;  $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  是真空中传播常数;  $\omega$  是角频率;  $\epsilon_0 \mu_0$  分别是真空中的介电常数及磁导率; 抛物型方程就是以上式为基础经过近似推导得出的, 利用微扰法由式(1)得

$$(\nabla^2 + k^2)u_0(r) = 0, \quad (2)$$

$$(\nabla^2 + k^2)u_1(r) = -k^2 \epsilon_1(r) u_0(r), \quad (3)$$

$$(\nabla^2 + k^2)u_2(r) = k^2 \epsilon_1(r) u_1(r), \quad (4)$$

$$(\nabla^2 + k^2)u_3(r) = -k^2 \epsilon_1(r) u_2(r). \quad (5)$$

上述方程(2~5)是我们研究随机介质中波传播

收稿日期: 2001-11-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60171010)

作者简介: 李应乐(1961-), 男, 陕西西安人, 咸阳师范学院副教授, 西安电子科技大学博士生, 从事电磁学研究。

问题的出发点,工程实际中计算到二阶项一般认为已足够精确了,很少用到二阶项以上。因此,本文用式(2~4)计算到二阶小量,如要求精度更高,只需重复进行。如图 1 所示。

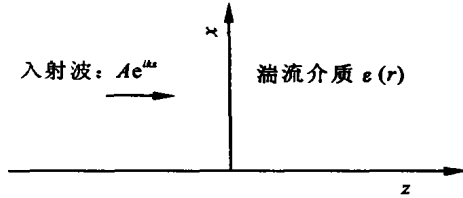


图 1 电磁波入射到湍流介质上

Fig.1 An EM wave incident upon the turbulence

随机介质位于  $z = 0$  平面的右侧,一列振幅为  $A$  的平面波

$$u(r) = Ae^{ikz},$$

沿  $z$  轴传播。那么,利用稳定相位法及格林函数法由式(2~4)得

$$u(\rho, z) = Ae^{ikz} + \frac{ikA}{2} \int_0^\infty \epsilon_1(\rho, z') e^{ik[|z-z'|+z']} dz' - k^2 A \int_0^\infty dz'' \int_0^\infty \epsilon_1(\rho, z') \epsilon_1(\rho, z'') e^{ik[|z-z'|+z'']} dz'.$$
 (6)

其中  $\rho, z$  为场点坐标。显然式(6)中的第 2 项、第 3 项的积分已考虑了随机介质的后向散射。假设相对介电常数起伏的均值等于零和高斯分布,即

$$\langle \epsilon_1(\rho, z) \rangle = 0.$$

$$\langle \epsilon_1(\rho_1, z_1) \epsilon_1(\rho_2, z_2) \rangle = \delta(z_1 - z_2) A(\rho_1 - \rho_2).$$

对式(6)求平均得

$$\langle u(\rho, z) \rangle = Ae^{ikz} - k^2 AA(0)ze^{ikz} + kAA(0)\sin kz.$$
 (7)

式(7)中的第 3 项是由后向散射引起的,因此相干强度为

$$|\langle u \rangle|^2 = A^2 [1 - 2k^2 A(0)z + kA(0)\sin 2kz - k^3 A^2(0)z \sin 2kz + k^2 A^2(0)\sin^2 kz],$$
 (8)

式(8)就是考虑了介质的后向散射时场中任一点的相干场的表达式,其中  $A$  为  $k$  的函数,对式(6)进行傅立叶变换可得任意时变场在湍流介质中的传播。由式(6)还可得到总场二阶矩的表达式

$$\Gamma(\rho_1, \rho_2, z) = A^2 [1 - \frac{7}{4}k^2 A(0)z - \frac{k^2}{4}z(A(0) - A(\rho_1 - \rho_2)) + 3k^4 A^2(0)z^2 - 2k^4 z^2 (A^2(0) - A^2(\rho_1 - \rho_2))],$$
 (9)

在式(9)中,当  $\rho_1 = \rho_2$ ,

$$\Gamma(\rho, z) =$$

$$A^2 [1 - \frac{7}{4}k^2 A(0)z + 3k^4 A^2(0)z^2].$$
 (10)

式(10)是平面波在湍流介质中总场强度的表达式,由于  $A(0)$  非常小,平方后会更小,故随  $z$  的增大不断衰减,在导出式(9)时,虽然没有考虑介质的后向散射,但从后面的讨论可知,当  $z$  很大时后项散射与前项散射的比值趋于零。由于大气湍流的随机起伏,引起电波信号的振幅,相位随机起伏,这种起伏一般用闪烁指数来描述,即

$$s^2 = \frac{\langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle}{\langle I \rangle^2}.$$

$I$  表示信号的强度; $\langle I \rangle$  表示信号的平均强度。显然对闪烁指数随频率、路径、气象条件变化的精确测量需要耗费巨大的财力、人力资源,实际上几乎做不到,无法形成理论公式。如从(6)计算并准确到  $A(0)$  的二阶项,得

$$\langle I^2 \rangle = A^4 [1 - \frac{7}{4}k^2 A(0)z + \frac{243}{16}k^4 A^2(0)z^2].$$

将上式及式(10)代入闪烁指数的定义式得

$$s^2 = \frac{A[\frac{k^2}{4}z + 3k^4 Az^2 + k^3 Az \sin 2kz - \frac{k^2 A \sin^2 kz - k \sin 2kz}{k^3 A^2 z \sin 2kz + k^2 A^2 \sin^2 kz}]}{1 - 2k^2 Az + kA \sin 2kz} \rightarrow$$
 (11)

当  $A = A(0)$ ,式(11)就是湍流介质中闪烁指数的理论公式。

## 2 结果与分析

由计算过程知,式(7)中的第 2 及第 3 项分别为前向散射和后向散射,它们的比值为  $kz$ ,显然随距离的增大比值不断的增大,上式说明短波一般不计后向散射,而毫米波应计及后向散射,这和观察距离有密切关系。由式(7)得,相位的正弦值为

$$\sin \psi = \frac{(1 - zk^2 A(0)\sin kz)}{|\langle u \rangle|}.$$

上式中既包含了平面波相位  $\sin kz$  又包含了随机起伏相位的平均值,当  $z = (k^2 A(0))^{-1}$  约 5 553.2 km,振幅相位不再起伏,达到起伏饱和,此时闪烁指数开始趋于 1,这已为天文学所证实,我们根据文献[1]取参数  $C_n^2 = 10^{-17}$ ,  $A(0) = 8 \times 0.391 \times C_n^2 L_0^{5/3}$ ,  $L_0 = 80$ ,  $f = 94$  GHz 对式(8,10,11)进行了数值计算,结果如图 2~4 所示。由图 2 可知,相干强度在很长的距离内线性变化,故可用指数函数逼近,其中虚线为文献[1]结果,如果将其展成级数,其前几项与本文结果基本一致;由图 3 可知,总场在 200 km 时

衰减 0.609 6 dB, 平均衰减 0.003 048 dB/km, 文献 [3] 的数据为 0.003 155 dB/km, 这是我们所预料到的; 另外当  $c_n^2 = 0.55 \times 10^{-16}$  时, 总场衰减 0.016 25 dB/km, 与文献 [4] 一致, 由此可得, 自由空间  $c_n^2 = 10^{-17}$ ; 中等纬度、中等湿度、地温为 20°C 时 94 GHz 毫米波一次通过大气时, 平均起伏结构常数为  $c_n^2 = 0.55 \times 10^{-16}$ 。从图 4 可知, 闪烁指数最大值时的距离约为 5 000 km, 此时平均振幅相位的起伏值为零, 距离再大, 闪烁指数趋于 1。

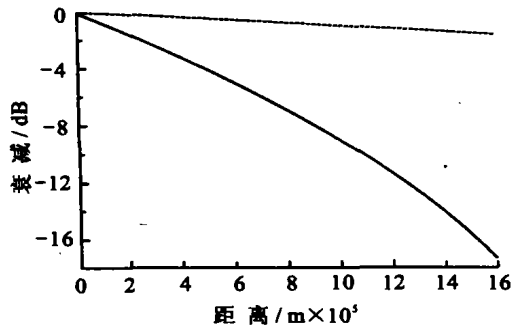


图 2 衰减随距离的变化

Fig. 2 Attenuation versus distance

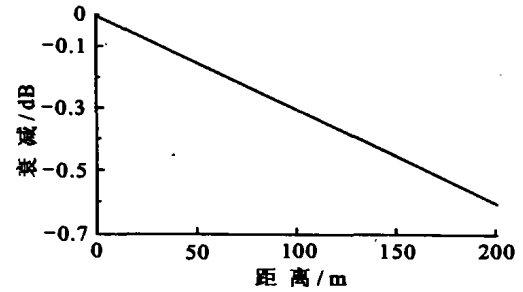


图 3 衰减随距离的变化

Fig. 3 Attenuation versus distance

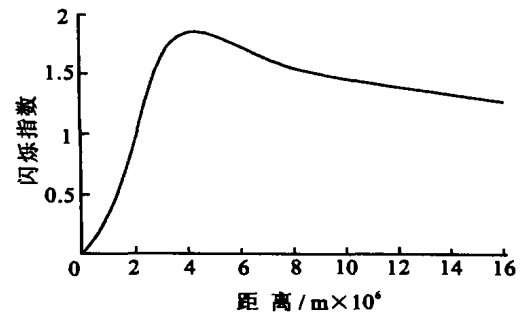


图 4 衰减随距离的变化

Fig. 4 Attenuation versus distance

### 参考文献:

- [1] ISHIMARU A. Wave Propagation and Scattering in Random Media Academic Press[M]. New York: Academic Press, 1978, 407-420.  
[2] HUANG J Y. A study of effects induced by rain for 3mm wave band[J]. Inter J Infrared and MM-waves,

1992, 13(3): 307-315.

- [3] 王元坤. 电波传播概论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1984. 139-140.  
[4] LI Ying-le, HUANG Ji-ying. Polarization filtering processing for a conductor target in dust storms [J]. Journal of Electromagnetic Waves and Application, 2002, 16(12): 1 711-1 718.

(编辑 曹大刚)

## Attenuation effect induced by turbulence media of electromagnetic waves

LI Ying-le<sup>1,2</sup>, HUANG Ji-ying<sup>1</sup>, LUO Hui-xia<sup>3</sup>

(1. Science School, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. Department of Physics, Xianyang Teacher's College, Xianyang 712000, China; 3. Xianyang Broadcasting University, Xianyang 712000, China)

**Abstract:** The electromagnetic wave attenuation effects induced by turbulence are investigated and the exact expressions are presented. Computation shows average fluctuation structure constant is  $10^{-17}$  for free space. Theoretical formula of scintillation index is derived utilizing what we obtain and the numerical computation is agreement with the references.

**Key words:** EM-wave; turbulence; scintillation