

股指期货的风险度量方法研究^{*}

何树红, 武 剑, 陶粉娥

(云南大学 数学系, 云南 昆明 650091)

摘要:股指期货是以某种股票指数为标的资产的期货合约. 由于股票指数本身的波动性很大, 因此对股指期货风险的度量就有较大的难度. 通过对 VaR 模型、ES 模型、POT 模型的研究比较, 找到其中比较适合我国股指期货的风险度量模型.

关键词:股指期货; VaR 模型; ES 模型; POT 模型

中图分类号: F 830 **文献标识码:** A **文章编号:** 0258-7971(2008)05-0433-04

金融风险的产生源于金融资产未来价格变化的不确定性, 对金融资产进行风险度量也就意味着要对其未来价格变化趋势做一个大致的预测. 对于股指期货这种金融衍生产品而言, 它的风险取决于其标的资产——股票指数的变化规律. 但股票指数的走势本身就由各只权重股的变化所决定, 权重股数量的增减, 价格的变动以及权重的变化都将对股指产生很大的影响.

1 传统风险度量模型对股指期货的适用性

1.1 VaR 模型 在 VaR 模型中要把金融资产价格变化的历史数据作为研究的主体, 以未来价格变化不会大于历史最大值为前提, 找到其最大可能损失值作为资产的风险测度. 令 $\Delta V(l)$ 表示金融头寸中从时刻 t 到时刻 $t+l$ 资产价值的变化, 用 $F_l(x)$ 表示 $\Delta V(l)$ 的累积分布函数(CDF), 定义一个多头头寸在持有期 l 中概率为 p 的 VaR 为

$$p = \Pr[\Delta V(l) \leq \text{VaR}] = F_l(\text{VaR}).$$

这一思想得到了理论界与实际操作者的广泛认同, 并成为巴塞尔协会规定的风险度量标准. 但早期的单分布 VaR 模型显得过于简单和理想化, 它把金融资产的价格变化用单一的分布进行拟合求解. 这其中就包含了 2 个最主要的问题: 一是用于拟合的分布不容易找到并且拟合效果不佳; 二是每个金融资产都有自己的特殊变化规律, 也就意味着要用不同的分布来拟合不同的金融资产, 这一点给实际操作者带来了极大的不便. 因此, 在现代金融风险度量理论中采用了分段拟合分布、尾部分布等新方法, 特别是极值理论在风险度量中的成功运用给金融资产风险度量方法带来了很大的改进.

股指期货是我国即将推出的一个金融产品, 它的出现将意味着股市空头市场的完全诞生, 也标志着我国的股市正在走向完善和成熟. 但由于股指变化的不确定因素太多, 导致传统的单分布拟合 VaR 模型很难对股指期货风险进行合理的度量.

1.2 ES 模型 Artzner 指出尽管 VaR 是测量风险的有用手段, 但它本身也存在一些不足之处: 首先它没有考虑到尾部风险, 即没有衡量高于 VaR 值的损失发生的可能性; 其次它不满足次可加性(sub-additive), 因而不是一致的(coherent)风险度量工具. 为弥补这些缺陷, Artzner 等(1997, 1999)提出了期望损失模型 ES(Expected Shortfall), ES 模型度量的是损失超过 VaR 水平的条件期望值. ES 是在 VaR 概念基础

^{*} 收稿日期: 2007-11-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10561009); 云南省教育厅科学研究重点项目基金(07Z11063); 云南大学“中青年骨干教师培养计划”专项经费资助.

作者简介: 何树红(1966-), 男, 云南人, 教授, 博士, 主要从事金融工程等方面研究.

上衍生出来的风险度量工具,它弥补了 VaR 不满足次可加性、没有考虑到尾部风险等缺陷,更接近于投资者真实心理感受.设随机变量 X 表示资产组合的损益,在给定时间内和置信水平下的 VaR 值是 $\text{VaR}_p(X)$,则 $\text{ES}_p(X)$ 表示为

$$\text{ES}_p(X) = E[X | X \geq \text{VaR}_p] = \frac{1}{1-p} \int_p^1 \text{VaR}_p dp.$$

模型所度量的风险实质是资产的尾部期望风险,股指期货由于影响其标的指数的因素很多,所以极端事件出现的可能性很大.期望风险比起简单 VaR 模型更好地考虑了资产收益率可能具有的厚尾性质,但由于在计算中采取的均权计算方法,没能更好地突出极端事件对股指期货风险的影响.

2 极值理论下的 POT 模型

在风险度量的研究中人们逐渐发现,风险度量值的大小往往只与极端事件的出现有关.因此,极值理论这种只研究极端统计量的方法在风险度量方法中得到了极大的运用.在此基础上产生的 POT(Peak Over Threshold)模型,给风险度量方法带来突破性的发展,也是本文用于计算股指期货风险的基础模型. Pickand - Balkama - de Haan 定理^[1]指出:对一个金融资产收益率而言,在给定一个足够大的门限 μ 的前提下,超越门限的资产对数收益率逼近于 GPD 分布

$$G_{\xi, \beta} = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0, \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right), & \xi = 0. \end{cases}$$

其中 ξ 称为形状参数, β 称为尺度参数,当 $\xi > 0$ 时, $G_{\xi, \beta}$ 就称为广义 Parato 分布,简称 GPD 分布.

POT 模型的优点在于:① 不需要对样本总体进行分布拟合;② 样本数据在经过门限 μ 的筛选之后剩下的数据量较小,容易操作;③ GPD 分布中的形状参数和尺度参数由超越数决定,这就使得不同资产数据能产生不同的 GPD 分布,满足了研究个体的自身分布特征.股指期货的风险更多的取决于标的指数的极端事件,这就使得运用模型计算股指期货风险更加符合股指期货自身的特点.

3 基于 POT 模型下的风险度量

设随机变量 X 表示某个资产组合, r_{t_i} 表示 t_i 时的资产对数收益率, $F(X)$ 表示资产对数收益率的累积分布(CDF),记 $\{r_{t_i}\}_{i \in \Omega}$ 为资产收益率的集合.为了方便起见我们只考虑资产空头头寸的情况(多头的情况只需要把 $r_{t_i} = -r_{t_i}$ 即可).对一个给定的门限 μ ,选取 $r_{t_i} \geq \mu$ 的收益率为样本,记 $r_{t_i} - \mu$ 为超越量,则超越分布可定义为

$$F_\mu(y) = P\{r_{t_i} - \mu \leq y | r_{t_i} \geq \mu\}, \text{其中 } 0 \leq y < r_{t_i} - \mu,$$

$$F_\mu(y) = \frac{F(y + \mu) - F(\mu)}{1 - F(\mu)}.$$

由 Pickand - Balkama - de Haan 定理可知

$$\limsup_{\mu \rightarrow x_0} |F_\mu(y) - G_{\xi, \beta}| = 0, F_\mu(y) \sim G_{\xi, \beta}(x).$$

把 $x = y + \mu$ 代入,我们可得到超越分布 $F(x)$ 为

$$F(x) = (1 - F(\mu))G_{\xi, \beta}(x - \mu) + F(\mu),$$

$$F(x) = \frac{N_\mu}{n} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\xi}{\beta}(x - \mu) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} + \left[1 - \frac{N_\mu}{n} \right],$$

$$F(x) = 1 - \frac{N_\mu}{n} \left[1 + \frac{\xi}{\beta}(x - \mu) \right]^{-\frac{1}{\xi}},$$

故对给定的置信度 p ,有 p - Th 分位数就是 VaR_p 的值

$$\text{VaR}_p = F^{-1}(p) = \mu + \frac{\beta}{\xi} \left[\left(\frac{n}{N_\mu} p \right)^{-\xi} - 1 \right]. \tag{1}$$

我们可以把这个超越分布确定的 VaR_p 值代入到 ES 模型中,得到超越分布下的尾部期望值

$$\begin{aligned} \text{ES}_p &= \frac{1}{1-p} \int_p^1 \text{VaR}_p dp = \frac{1}{1-p} \int_p^1 \left\{ \mu + \frac{\beta}{\xi} \left[\left(\frac{n}{N_\mu} p \right)^{-\xi} - 1 \right] \right\} dp = \\ &= \frac{\text{VaR}_p}{1-\xi} + \frac{\beta - \xi\mu}{1-\xi}. \end{aligned} \tag{2}$$

4 关于门限 μ 的取值

门限 μ 的取值是整个 POT 模型拟合程度的关键,但现今学术界仍然没有一个统一的取值标准. 很多学者认为 μ 的取值应该是一个应用经济学与统计学综合考虑的结果. 经济学家 Du Mougel 提出了样本超出门限 μ 的个数应为样本总数的 10% 左右,我们考虑 μ 的取值要使得尽可能多的极端事件能在计算中被考虑到,因此我们取 $\mu = 1.5\%$ 和 $\mu = 2\%$ 来分别计算股指期货的风险,在这 2 个门限值下的样本超越数分别为 10.8% 和 8.9%.

5 GDP 分布中 ξ 与 β 的参数估计

关于形状参数 ξ 与位置参数 β 的参数估计方法有很多种,比如: Hill 图法,矩法(MOM),概率加权矩法(PWM),极大似然估计法等. 本文采用的是极大似然估计法对参数进行估计,其似然函数为

$$L(\xi, \beta | x) = \begin{cases} -n \log \beta + \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right) \sum_{i=1}^n \log \left(1 - \frac{\xi}{\beta} x_i \right), & \xi \neq 0, \\ -n \log \beta - \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^n x_i, & \xi = 0. \end{cases}$$

6 实证研究

我们以沪深 300 指数作为未来股指期货的标的指数进行模拟计算,数据样本均来自中国证券监督管理委员会网站(www.csrc.gov.cn),取样日期从 2005 年 4 月 8 日至 2007 年 9 月 7 日,样本总量为 591 个,缺失值为 1 个. 首先分别设定 μ 的取值为 1.5% 和 2%,并分别在这 2 个门限下筛选样本值,经过筛选后 $\mu = 1.5\%$ 时的超越数据为 121 个, $\mu = 2\%$ 时的超越数据为 50 个. 我们把这些数据分别带入上述公式计算得到在 2 个门限下的 ξ 与 β 的参数估计如表 1.

表 1 不同门限下的 ξ 与 β 的估计值

Tab. 1 Different threshold and the estimated of ξ and β value

门限值/%	超越数	ξ 的估计值	β 的估计值
1.5	121	0.074 597	1.149 4
2.0	50	0.093 88	1.240 13

再比较筛选后的样本点的分布 Q-Q 图拟合如图 1, 2. 其中图 1 为 $\mu = 1.5\%$ 下的拟合情况,图 2 为 $\mu = 2\%$ 下的拟合情况. 不难看出当 $\mu = 1.5\%$ 时样本点的拟合程度要高于 $\mu = 2\%$ 时的样本拟合程度,这说明在我国股指极端事件的发生是较为频繁的. 在这种情况下,我们希望能把更多的极端值列入风险的计算中. 最后我们把所得的参数估计带入上述公式(1)和公式(2)中就可得到 POT 模型下的 VaR_p 与 ES_p 的值如表 2 所示.

通过对 4 种风险度量模型比较,我们认为在 $\mu = 1.5\%$ 的门限下的 POT 模型计算出来的风险值更为符合我国的实际情况. 由于近年来我国股市增长迅猛,股指大幅度涨跌的极端事件频繁发生. 这就使得我国的股指期货在推出后有可能面对较大的风险指数,我们以 0.95 的置信水平下的 $\text{VaR}_{0.95}$ 和 $\text{ES}_{0.95}$ 量为例,风险度量在 3.208 6 到 4.175 之间,这与其他发达国家的股指期货风险相比较处于一个较高的风险水平. 因此我们建议:①提高相应的股指期货保证金水平,确保我国股指期货的顺利推出;②选择合适

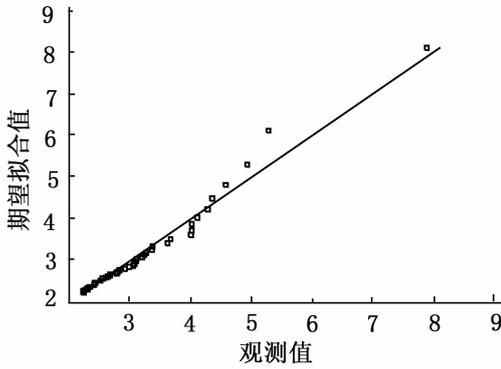
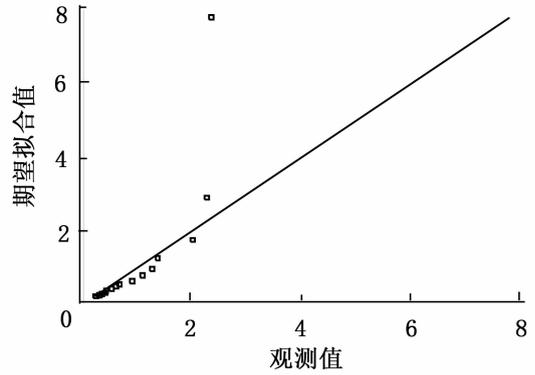
图1 $\mu = 1.5\%$ 下的拟合情况Fig. 1 Data fitting of $\mu = 1.5\%$ 图2 $\mu = 2\%$ 下的拟合情况Fig. 2 Data fitting of $\mu = 2\%$

表2 不同置信度下的风险度量结果

Tab.2 Sent a letter to the different degrees of risk measurement results

门限值/%	VaR _{0.95}	ES _{0.95}	VaR _{0.99}	ES _{0.99}
1.5	3.208 6	4.171 5	5.392 0	6.354 9
2.0	3.022 3	3.945 1	5.281 7	6.204 5

的标的指数作为股指期货的标的资产,减少个别指标股的权重,减少股指被人为操纵的可能性。

参考文献:

- [1] TSAY R. Analysis of financial time series[M]. American: John Wiley and Sons, 2002.
- [2] COTTER J, DOWD K. Extreme spectral risk measures: An application to futures clearinghouse margin requirements [J]. Journal of Banking and Finance, 2006, 8(30): 69-85.
- [3] ACERBI C, TASCHE. On the coherence of expected shortfall [J]. Journal of Banking and Finance, 2002, 9(13): 1 491-1 507.
- [4] ACERBI C. Spectral measures of risk: A coherent representation of subjective risk aversion [J]. Journal of Banking and Finance, 2002, 26(3): 1 505-1 518.
- [5] REISS R D, THOMAS M. Statistical analysis of extreme values [M]. Basel: Birkhauser, 1997.
- [6] 何树红, 王善民. 基于变量逐步选择的 Bayes 信用风险判别模型 [J]. 云南大学学报: 自然科学版, 2007, 6(2): 26-30.
- [7] 张志平. 股票指数现货价格与指数期货价格关系的研究 [J]. 当代经济, 2007, 10(2): 18-21.
- [8] 许勤. 我国股指期货风险管理问题研究 [J]. 商场现代化, 2007, 3(2): 23-26.
- [9] 秦楠. 我国股指期货的风险管理研究 [J]. 北京科技大学学报: 社会科学版, 2007, 5(13): 44-48.
- [10] 叶萍. 我国股票指数期货市场的风险规避策略分析 [J]. 金融与经济, 2007, 8(7): 121-122.

Study of stock index risk measures

HE Shu-hong, WU Jian, TAO Fen-e

(Department of Mathematics, Yunnan University, Kunming 650091, China)

Abstract: Stock Index contract was a stock contract which Sign property was some Stock Index. Stock Index was often taken high fluctuation. So it was very difficult to measure Stock Index contract risk. It is studied and compared with VaR model, ES model and POT model in order to find out which was more suitable for our country's Stock Index contract risk measure.

Key words: Stock Index contract; VaR model; ES model; POT model