2003 年 12 月
第 33 卷第 6 期

西北大学学报(自然科学版)
Journal of Northwest University(Natural Science Edition)

Dec. 2003
Vol. 33 No. 6

两多模相干态的叠加态光场的等幂 N 次 Y 压缩

孟继德

(江苏技术师范学院 电气信息工程系,江苏 常州 213001)

摘要:根据量子力学态叠加原理,构造了由多模复共轭相干态 $|\{z_j^{(a)*}\}\rangle_q$ 和多模复共轭相干态的相反态等幂次 $|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle_q$ 的线性叠加所组成的振幅不等的非对称两态叠加多模叠加态光场 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q(j=1,2,3,\cdots,q)$,利用多模压缩态理论研究了态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的等幂次 N 次方 Y 压缩特性。结果表明:在各模的平均光子数不相等而对应模的初始相位相等亦即 $R_j^{(a)}\neq R_j^{(b)}$ 且 $\varphi_j^{(a)}=\varphi_j^{(b)}=\varphi_j$ 的条件下,如果各模的初始相位 φ_j 和态间的初始相位差 $\theta_{pq}^{(K)}-\theta_{nq}^{(K)}=\Delta\theta$ 满足一定取值关系,则无论压缩次数 N 为奇数还是偶数,态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的两个正交相位分量均可分别呈现周期性变化的等幂次 N 次方 Y 压缩效应,但 N 是奇数时的压缩深度大于 N 是偶数时的压缩深度。

关 键 词:多模相干态;非对称两态叠加;多模叠加态光场;等幂次 N 次方 Y 压缩

中图分类号:O431.2　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-274X(2003)06-636-05

近年来,以郭光灿为首的研究小组在量子纠缠态以及量子概率克隆等量子信息学的研究领域内取得了一系列重大进展。同时,以杨志勇和侯洵为代表的一批学者则在多模辐射光场的广义非线性高次压缩特性研究领域取得了突破性进展,并且获得了一批重要的研究成果。事实上,更多地构造出各种各样的多模叠加态,并进一步研究它们的广义非线性高次压缩特性,对以多模压缩态作为直接理论基础的多纵模量子光通信(即多纵模量子光通信的纯量子模式)[1]领域的理论研究和技术探索有着十分重要的意义[2~15]。

本文构造的多模叠加态光场由一个多模复共轭相干态和一个多模复共轭相干态的相反态这两态的线性叠加所组成,它是一个新型的强度不等的非对称两态叠加多模叠加态光场。本文利用多模压缩态理论,研究了该叠加态光场的广义非线性等幂次 N 次方 Y 压缩特性,得到了一些新的结果和结论。

1 态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的构成

态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的表达式为

$$|\Psi_n^{(2)}\rangle_q = c_{pq}^{(K)}|\{z_j^{(a)*}\}\rangle_q + c_{nq}^{(K)}|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle_q。\quad(1)$$

式中

$$\begin{aligned} c_{pq}^{K} &= r_{pq}^{(K)}\exp(i\theta_{pq}^{(K)}),\\ c_{nq}^{K} &= r_{nq}^{(K)}\exp(i\theta_{nq}^{(K)}),\end{aligned}\quad(2)$$

$$\begin{aligned} z_j^{(a)*} &= R_j^{(a)}\exp(-i\varphi_j^{(a)}),\\ z_j^{(b)*} &= R_j^{(b)}\exp(-i\varphi_j^{(b)}),\end{aligned}\quad(3)$$

$$(j=1,2,3,\cdots,q)$$

$$|z_j^{(a)*}\rangle = \exp\left[-\frac{1}{2}|z_j^{(a)*}|^2\right]\cdot\sum_{n_j=0}^{\infty}\left[\frac{(z_j^{(a)*})^{n_j}}{\sqrt{n_j!}}\right]|n_j\rangle,\quad(4)$$

$$|-z_j^{(b)*}\rangle = \exp\left[-\frac{1}{2}|-z_j^{(b)*}|^2\right]\cdot\sum_{n_j=0}^{\infty}\left[\frac{(-z_j^{(b)*})^{n_j}}{\sqrt{n_j!}}\right]|n_j\rangle,\quad(5)$$

$$|\{z_j^{(a)*}\}\rangle_q = |z_1^{(a)*},z_2^{(a)*},z_3^{(a)*},\cdots,z_j^{(a)*},\cdots,z_q^{(a)*}\rangle = \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}|z_j^{(a)*}|^2\right]\cdot\sum_{n_j=0}^{\infty}\left\{\prod_{j=1}^{q}\left[\frac{(z_j^{(a)*})^{n_j}}{\sqrt{n_j!}}\right]\right\}|\{n_j\}\rangle_q,\quad(6)$$

收稿日期:2002-07-01

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2001SL04);陕西省科技攻关项目(2002K05-G9);江苏技术师范学院科研基金资助项目

作者简介:孟继德(1960-),男,陕西汉中人,江苏技术师范学院副教授,从事光纤通信研究。

$$\begin{aligned}&|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle_q = \\ &|-z_1^{(b)*}, -z_2^{(b)*}, -z_3^{(b)*}, \cdots, -z_j^{(b)*}, \cdots, \\ &-z_q^{(b)*}\rangle = \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}|-z_j^{(b)*}|^2\right]\cdot \\ &\sum_{\{n_j\}=1}^{q}\left\{\prod_{j=1}^{q}\left[\frac{(-z_j^{(b)*})^{n_j}}{\sqrt{n_j!}}\right]\right\}|\{n_j\}\rangle_q。\end{aligned} \tag{7}$$

式中，$|\{n_j\}\rangle_q = |n_1, n_2, n_3, \cdots, n_j, \cdots, n_q\rangle$ 为多模光子数态，$\{n_j\} = 1,2,3,\cdots,q$ 为腔模总数，态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的归一化条件为

$$\begin{aligned}&{}_q\langle\Psi_n^{(2)}|\Psi_n^{(2)}\rangle_q = r_{pq}^{(R)2} + r_{nq}^{(R)2} + 2r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\cdot \\ &\cos\left\{\Delta\theta + \sum_{j=1}^{q}[R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)})]\right\}\cdot \\ &\exp\{-\frac{1}{2}[\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)2} + R_j^{(b)2} + \\ &2R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}))]\} = 1。\end{aligned} \tag{8}$$

式中，$\Delta\theta = \theta_{pq}^{(R)} - \theta_{nq}^{(R)}$ 为态 $|\{z_j^{(a)*}\}\rangle_q$ 和 $|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle_q$ 之间的相位差。

2　一般理论结果

根据文献[2 ～ 6]所提出的多模辐射光场的广义非线性等幂次 N 次方 Y 压缩的定义，并利用本文式(1 ～ 8)，经过大量繁复的计算，即可得到态 $|\Psi_{1j}^{(2)}\rangle$ 的第一和第二两个正交相位分量的等幂次 N 次方 Y 压缩的一般理论结果如下：

$$\begin{aligned}y_1 = &\frac{2}{q}\{r_{pq}^{(R)2}[\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_{j'}^{(a)N}\cos N(\varphi_j^{(a)} - \\ &\varphi_{j'}^{(a)}))] + r_{nq}^{(R)2}[\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}(R_j^{(b)N}R_{j'}^{(b)N}\cos N(\varphi_j^{(b)} - \\ &\varphi_{j'}^{(b)}))] + 2(-1)^N r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}[R_j^{(a)2} + \\ &R_j^{(b)2} + 2R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)})]\}\cdot \\ &\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}\{R_j^{(a)N}R_{j'}^{(b)N}\cos[N(\varphi_j^{(a)} - \varphi_{j'}^{(b)}) - \Delta\theta - \\ &\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}))]\} + \\ &r_{pq}^{(R)2}[\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_{j'}^{(a)N}\cos N(\varphi_j^{(a)} + \varphi_{j'}^{(a)}))] + \\ &r_{nq}^{(R)2}[\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}(R_j^{(b)N}R_{j'}^{(b)N}\cos N(\varphi_j^{(b)} + \varphi_{j'}^{(b)}))] + \\ &r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{q}[R_j^{(a)2} + \\ &R_j^{(b)2} + 2R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)})]\}\cdot \\ &\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}\{R_j^{(a)N}R_{j'}^{(a)N}\cos[N(\varphi_j^{(a)} + \varphi_{j'}^{(a)}) - \Delta\theta - \\ &\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_j^{(b)N}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}))]\} + \\ &R_j^{(b)N}R_{j'}^{(b)N}\cos[N(\varphi_j^{(b)} + \varphi_{j'}^{(b)}) + \Delta\theta + \\ &\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_j^{(b)N}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}))]\} - \\ &2\{r_{pq}^{(R)2}\sum_{j=1}^{q}[R_j^{(a)N}\cos(N\varphi_j^{(a)})] + \\ &(-1)^N r_{nq}^{(R)2}\sum_{j=1}^{q}[R_j^{(b)N}\cos(N\varphi_j^{(b)})] + \\ &r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{q}[R_j^{(a)2} + \\ &R_j^{(b)2} + 2R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)})]\}\cdot \\ &\{\sum_{j=1}^{q}\{R_j^{(a)N}\cos[N\varphi_j^{(a)} - \Delta\theta - \\ &\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_j^{(b)N}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}))]\} + \\ &(-1)^N\sum_{j=1}^{q}\{R_j^{(b)N}\cos[N\varphi_j^{(b)} + \Delta\theta + \\ &\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_j^{(b)N}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}))]\}\}^2\},\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}y_2 = &\frac{2}{q}\{r_{pq}^{(R)2}[\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_{j'}^{(a)N}\cos N(\varphi_j^{(a)} - \\ &\varphi_{j'}^{(a)}))] + r_{nq}^{(R)2}[\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}(R_j^{(b)N}R_{j'}^{(b)N}\cos N(\varphi_j^{(b)} - \\ &\varphi_{j'}^{(b)}))] + 2(-1)^N r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{q}[R_j^{(a)2} + \\ &R_j^{(b)2} + 2R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)})]\}\cdot \\ &\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}\{R_j^{(a)N}R_{j'}^{(b)N}\cos[N(\varphi_j^{(a)} - \varphi_{j'}^{(b)}) - \Delta\theta - \\ &\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)}R_j^{(b)}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}))]\} - \\ &r_{pq}^{(R)2}[\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_{j'}^{(a)N}\cos N(\varphi_j^{(a)} + \varphi_{j'}^{(a)}))] - \\ &r_{pq}^{(R)2}[\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}(R_j^{(b)N}R_{j'}^{(b)N}\cos N(\varphi_j^{(b)} + \varphi_{j'}^{(b)}))] - \\ &r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{q}[R_j^{(a)2} + \\ &R_j^{(b)2} + 2R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)})]\}\cdot \\ &\sum_{j=1}^{q}\sum_{j'=1}^{q}\{R_j^{(a)N}R_{j'}^{(a)N}\cos[N(\varphi_j^{(a)} + \varphi_{j'}^{(a)}) - \Delta\theta - \\ &\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_j^{(b)N}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}))]\} + \\ &R_j^{(b)N}R_{j'}^{(b)N}\cos[N(\varphi_j^{(b)} + \varphi_{j'}^{(b)}) + \Delta\theta + \\ &\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_j^{(b)N}\sin(\varphi_j^{(a)} - \varphi_j^{(b)}))]\} - \\ &2\{r_{pq}^{(R)2}\sum_{j=1}^{q}[R_j^{(a)N}\cos(N\varphi_j^{(a)})] +\end{aligned}$$

$$(-1)^N r_{nq}^{(R)2}\sum_{j=1}^{q}[R_j^{(b)N}\cos(N\varphi_j^{(b)})]+ r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{q}[R_j^{(a)2}+ R_j^{(b)2}+2R_j^{(a)}R_j^{(b)}\cos(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)})]\}\cdot \{\sum_{j=1}^{q}\{R_j^{(a)N}\cos[N\varphi_j^{(a)}-\Delta\theta- \sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_j^{(b)N}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)}))]\}+ (-1)^N\sum_{j=1}^{q}\{R_j^{(b)N}\cos[N\varphi_j^{(b)}+\Delta\theta+ \sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)N}R_j^{(b)N}\sin(\varphi_j^{(a)}-\varphi_j^{(b)}))]\}\}^2\}。\tag{10}$$

3 考虑 $R_j^{(a)}\neq R_j^{(b)}$ 且 $\varphi_j^{(a)}=\varphi_j^{(b)}=\varphi$ 的情况下的压缩

如果两个多模相干态的各个对应模的平均光子数不相等，而对应模的初始相位相同，则有

$$R_j^{(a)}\neq R_j^{(b)},\varphi_j^{(a)}=\varphi_j^{(b)}=\varphi\quad(j=1,2,3,\cdots,q)。\tag{11}$$

3.1 第一正交相位分量的压缩情况

如果各模的初始相位 $\varphi_j(j=1,2,3,\cdots,q)$ 满足条件

$$\varphi_j=\pm\frac{(2k_\varphi+1)\pi}{2N}\quad(k_\varphi=0,1,2,3,\cdots)。\tag{12}$$

将式(11,12)代入式(9)之中，可得第一正交相位分量的表达式为

$$y_1=-\frac{2}{q}\cdot r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}[(\sum_{j=1}^{q}R_j^{(a)N})-(-1)^N\cdot (\sum_{j=1}^{q}R_j^{(b)N})]^2\cdot\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)}+R_j^{(b)})^2\}\cdot\{\cos\Delta\theta +2r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\cdot\sin^2\Delta\theta\cdot\exp\{-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)}+R_j^{(b)})^2\}\}。\tag{13}$$

令

$$G=\{\cos\Delta\theta+2r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\cdot\sin^2\Delta\theta\cdot \exp\{-\frac{1}{2}[\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)}+R_j^{(b)})^2]\}\}。\tag{14}$$

由式(14)可得 $G>0$ 的条件是：

$$\cos\Delta\theta> \frac{1-\sqrt{1+16r_{pq}^{(R)2}r_{nq}^{(R)2}\cdot\exp[-\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)}+R_j^{(b)})^2]}}{4r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\cdot\exp[-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)}+R_j^{(b)})^2]}。\tag{15}$$

1) 当式(15)成立，且 $\sum_{j=1}^{q}R_j^{(a)N}\neq\sum_{j=1}^{q}R_j^{(b)N}$ 时，$G>0$，则无论 N 为奇数还是偶数，由式(13)可见 $y_1<0$，即态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的第一正交相位分量存在任意的等幂次 N 次方 Y 压缩效应。压缩深度分别与态 $|\{z_j^{(a)*}\}\rangle$ 和态 $|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle$ 的各个模振幅的 N 次方之积的差的平方 $\{(\sum_{j=1}^{q}R_j^{(a)N})-(\sum_{j=1}^{q}R_j^{(b)N})\}^2$($N$ 为偶数)成正比，与态 $|\{z_j^{(a)*}\}\rangle$ 和态 $|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle$ 的各个模振幅的 N 次方之积的和的平方 $\{(\sum_{j=1}^{q}R_j^{(a)N})+(\sum_{j=1}^{q}R_j^{(b)N})\}^2$($N$ 为奇数)成正比，并且与态 $|\{z_j^{(a)*}\}\rangle_q$ 的各个模的振幅 $R_j^{(a)}$、态 $|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle_q$ 的各个模的振幅 $R_j^{(b)}$、两态叠加几率幅的乘积 $r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}$、态 $|\{z_j^{(a)*}\}\rangle$ 和态 $|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle$ 的初始相位差 $\Delta\theta=(\theta_{pq}^{(R)}-\theta_{nq}^{(R)})$ 以及压缩次数 N 等非线性相关。

2) 当态 $|\{z_j^{(a)*}\}\rangle$ 的各个模均处于真空态，亦即当 $R_j^{(a)}=0(j=1,2,3,\cdots,q)$ 时，$\sum_{j=1}^{q}R_j^{(a)N}=0$，式(13)就简化为

$$y_1=-2r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\cdot\left(\sum_{j=1}^{q}R_j^{(b)N}\right)^2\cdot \exp\{-\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)}+R_j^{(b)})^2\right]\}\cdot G,\tag{16}$$

当式(14)成立时，$G>0$，$Y_1<0$，这表明态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的第一正交相位分量在这种情况下存在任意的等幂次 N 次方 Y 压缩效应。

同理，当态 $|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle$ 的各个模均处于真空态，亦即当 $R_j^{(b)}=0(j=1,2,3,\cdots,q)$ 时，就有 $\sum_{j=1}^{q}R_j^{(b)N}=0$，式(13)就简化为

$$y_1=-2r_{pq}^{(R)}r_{nq}^{(R)}\cdot\left(\sum_{j=1}^{q}R_j^{(a)N}\right)^2\cdot \exp\{-\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)}+R_j^{(b)})^2\right]\}\cdot G,\tag{17}$$

当式(14)成立时，$G>0$，$y_1<0$，态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的第一正交相位分量也存在任意的等幂次 N 次方 Y 压缩效应。

对于第二正交相位分量，将式(11,12)代入式(10)，并利用归一化条件就可得到第二正交相位分量的表达式为

$$y_2=[r_{pq}^{(R)2}+r_{nq}^{(R)2}-(r_{pq}^{(R)2}-r_{nq}^{(R)2})^2]\cdot \left[\left(\sum_{j=1}^{q}R_j^{(a)N}\right)-(-1)^N\left(\sum_{j=1}^{q}R_j^{(b)N}\right)\right]^2\geqslant 0。\tag{18}$$

从式(18)可见，在式(11,12)成立的条件下，第二正交相位分量不存在等幂次 N 次方 Y 压缩。另外，当 $\sum_{j=1}^{q} R_j^{(a)N} = \sum_{j=1}^{q} R_j^{(b)N}$ 时，由式(13)和式(18)可见，当 N 为偶数时，两个正交相位分量都等于零，即 $y_1 = y_2 = 0$，在这种情况下，它们都处于 N-Y 最小测不准态；当 N 为奇数时，$y_1 < 0, y_2 > 0$，即第一正交相位分量存在任意次的等幂次 N 次方 Y 压缩效应，而第二正交相位分量处于 N-Y 测不准态。

3.2　第二正交相位分量的压缩情况

在式(11)成立的条件下，如果各模的初始相位 $\varphi_j (j = 1,2,3,\cdots,q)$ 满足条件

$$\varphi_j = \pm \frac{k'_\varphi \pi}{N} \quad (k'_\varphi = 0,1,2,3,\cdots,q), \tag{19}$$

则将式(19)代入式(10)，可得第二正交相位分量的表达式为：

$$y_2 = -\frac{2}{q} \cdot r_{pq}^{(R)} r_{nq}^{(R)} \left[\left(\sum_{j=1}^{q} R_j^{(a)N}\right) - (-1)^N \left(\sum_{j=1}^{q} R_j^{(b)N}\right)\right]^2 \cdot \exp\{-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)} + R_j^{(b)})^2\} \cdot \{\cos\Delta\theta + 2 r_{pq}^{(R)} r_{nq}^{(R)} \cdot \sin^2\Delta\theta \cdot \exp\{-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}(R_j^{(a)} + R_j^{(b)})^2\}\}。 \tag{20}$$

式(20)的右侧与式(13)的右侧完全相同，这表明在 $\varphi_j = \pm \frac{k'_\varphi \pi}{N} (k'_\varphi = 0,1,2,3,\cdots)$ 情况下，第二正交相位分量的等幂次 N 次方 Y 压缩情况与 $\varphi_j = \pm \frac{(2k_\varphi + 1)\pi}{2N} (k_\varphi = 0,1,2,3,\cdots)$ 时第一正交相位分量的等幂次 N 次方 Y 压缩情况相同，在此不再重复讨论。

将式(19)代入式(9)，并利用归一化条件，则可得第一正交相位分量的表达式为

$$y_1 = [r_{pq}^{(R)2} + r_{nq}^{(R)2} - (r_{pq}^{(R)2} - r_{nq}^{(R)2})^2] \cdot \left[\left(\sum_{j=1}^{q} R_j^{(a)N}\right) - (-1)^N \left(\sum_{j=1}^{q} R_j^{(b)N}\right)\right]^2 \geqslant 0。 \tag{21}$$

由上式可见，在式(11)和式(19)成立的条件下，第一正交相位分量不存在等幂次 N 次方 Y 压缩效应。

4　结　论

在式(11)成立，亦即 $R_j^{(a)} \neq R_j^{(b)}$ 且 $\varphi_j^{(a)} = \varphi_j^{(b)} = \varphi_j \ (j = 1,2,3,\cdots,q)$ 的条件下：

1) 如果各个模的初始相位满足 $\varphi_j = \pm (2k_\varphi + 1) \cdot \frac{\pi}{2N}$ (其中 $k_\varphi = 0,1,2,3,\cdots$)，并且 $\cos\Delta\theta$ 满足式(15)，则态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的第一正交相位分量存在任意次的等幂次 N 次方 Y 压缩效应，其压缩深度除与 $R_j^{(a)}$、$R_j^{(b)}$，$r_{pq}^{(R)} r_{nq}^{(R)}$，$\Delta\theta$ 等非线性相关外，还与压缩次数 N 有关。当其他条件相同且 N 为奇数时，压缩深度与 $\{(\sum_{j=1}^{q} R_j^{(a)N}) + (\sum_{j=1}^{q} R_j^{(b)N})\}^2$ 成正比；而 N 为偶数时，压缩深度与 $\{(\sum_{j=1}^{q} R_j^{(a)N}) - (\sum_{j=1}^{q} R_j^{(b)N})\}^2$ 成正比。可见 N 为奇数时压缩深度大于 N 为偶数时的压缩深度。在这种情况下，态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的第二正交相位分量不存在等幂次 N 次方 Y 压缩效应。

2) 如果各个模的初始相位满足 $\varphi_j = \pm \frac{k'_\varphi \pi}{N}$ (其中 $k'_\varphi = 0,1,2,3,\cdots$)，并且 $\cos\Delta\theta$ 满足式(15)，则态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的第二正交相位分量存在任意次的等幂次 N 次方 Y 压缩效应，其压缩深度除与 $R_j^{(a)}$、$R_j^{(b)}$，$r_{pq}^{(R)} r_{nq}^{(R)}$，$\Delta\theta$ 等非线性相关外，还与压缩次数 N 非线性相关。当其他条件相同而 N 为奇数时，压缩深度与 $\{(\sum_{j=1}^{q} R_j^{(a)N}) + (\sum_{j=1}^{q} R_j^{(b)N})\}^2$ 成正比；N 为偶数时，与 $\{(\sum_{j=1}^{q} R_j^{(a)N}) - (\sum_{j=1}^{q} R_j^{(b)N})\}^2$ 成正比。同样表明，N 为奇数时的压缩深度大于 N 为偶数时的压缩深度。在这种情况下，态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的第一正交相位分量不存在等幂次 N 次方 Y 压缩效应。

3) 从以上讨论可见，态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的两个正交相位分量的等幂次 N 次方 Y 压缩效应呈周期性互补关系。当其他条件相同而 φ_j 连续变化时，态 $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ 的两个正交相位分量将以 $\frac{\pi}{N}$ 为周期，并呈现出周期性变化的广义非线性等幂次 N 次方 Y 压缩效应。

参考文献：

[1] 〔日〕广田修. 光通信理论-量子论基础[M]. 程希望，苗正培译. 西安：西安电子科技大学出版社，1999. 1-228.

[2] 杨志勇，侯　洵. 一种双模叠加态光场的两种非线性高阶压缩效应[J]. 光子学报，1998，27(4)：289-299.

[3] 杨志勇，侯　洵. 第Ⅰ类两态叠加多模叠加态光场的非线性高阶压缩特性研究[J]. 光子学报，1998，27(10)：865-879.

[4] 侯　洵，杨志勇. 第Ⅱ类两态叠加多模叠加态光场的非线性高阶压缩行性研究[J]. 光子学报，1998，27(11)：962-972.

[5] 杨志勇，侯　洵. 多模辐射场的广义非线性高阶差压缩-N 次方 X 压缩的一般理论[J]. 光子学报，1998，27(12)：1 065-1 068.

[6] 杨志勇，侯　洵. 多模辐射场的广义非线性不等阶高阶压缩的一般理论[J]. 光子学报，1999，28(5)：386-391.

[7] 侯洵,杨志勇,许定国.第Ⅲ及第Ⅳ类两态叠加多模叠加态光的等阶 N 次方 Y 压缩与等阶 N 次方 H 压缩-兼论"相似压缩"与"压缩简并"现象[J].光子学报,2000,29(5):385-393.

[8] 侯瑶,孟继德,田来科.第Ⅶ类两态叠加多模叠加态光场的偶数阶等阶 N 次方 Y 压缩[J].光子学报,2001,30(10):1 194-1 199.

[9] 王菊霞,杨志勇,申正民.两类新型多模叠加态光场的二阶不等幂次 N_j 次方 H 压缩[J].量子电子学报,2002,19(5):450-456.

[10] 王菊霞,杨志勇,薛红.非对称多模量子态光场的广义非线性差压缩特性[J].量子光学学报,2002,8(2):57-62.

[11] 王菊霞,杨志勇,苗润才.MSCS 光场广义非线性不等幂次差压缩特性[J].陕西师范大学学报(自然科学版),2002,30(3):51-56.

[12] 杨志勇,安毓英,苗润才.第Ⅰ类三态叠加多模叠加态光场高次和压缩特性[J].陕西师范大学学报(自然科学版),2003,31(1):48-54.

[13] 孙中禹,陈光德,杨志勇.第Ⅲ类 3 态叠加多模叠加态光场不等幂次 Y 压缩[J].光电子·激光,2003,14(2):201-205.

[14] 孙中禹,陈光德,杨志勇.态 $|\Psi_3^{(3)}\rangle_q$ 中广义电场分量的等幂次 N 次方 Y 压缩特性[J].激光杂志,2003,24(2):35-37.

[15] 张佩培,安毓英,杨志勇.第Ⅰ种非对称的三态叠加多模叠加态光场的压缩特性[J].西安电子科技大学学报(自然科学版),2002,29(6):781-785.

[16] 许定国,安敏英,杨志勇.四态叠加多模叠加态光场的等幂次 N 次方 X 压缩[J].光电子·激光,2003,14(4):419-422.

(编 辑 亢小玉)

The equal-power Nth power Y-squeezing on the superposition light field state with two multi-mode coherent states

MENG Ji-de

(Department of Electronic Information Engineering, Jiangsu Teachers College of Technology, Changzhou 213001, China)

Abstract: Based on the superposition of state in the quantum mechanics, the multi-mode superposition $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ is mode of the multi-mode complex conjugate coherent state $|\{z_j^{(a)*}\}\rangle_q$ and the contrary state $|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle_q$ of multi-mode complex conjugate coherent state $|\{-z_j^{(b)*}\}\rangle_q$ (here $j=1,2,3,\cdots,q$). By using the multi-mode squeezed state theory, the equal-power Nth Power Y-Squeezing properties in the $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ is studied. It is found that under the conditions of the amplitudes orresponding modes are unequal but the initial phases of corresponding modes are equal, scilicet $R_j^{(a)} \neq R_j^{(b)}$ and $\varphi_j^{(a)} = \varphi_j^{(b)} = \varphi_j$, the two quardrature phase components of state $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ can always display respectively the equal-power Nth power Y-squeezing effects which changes periodically while some conditions are satisfied respectively by the initial phase φ_j of each mode and initial phase difference $\theta_{pq}^{(R)} - \theta_{nq}^{(R)} = \Delta\theta$ between the two components of the state $|\Psi_n^{(2)}\rangle_q$ whether squeezing-order-number N is odd number or even number. but squeezing-intensity under N is odd number, bigger than squeezing-intensity under N being even number.

Key words: multi-mode coherent state; multi-mode superposition light field state with two nonsymmetry quantum State; equal-power N th power Y-squeezing