

文章编号: 1007-4627(2007)01-0001-05

# 两味 LOFF 态下的色超导<sup>\*</sup>

孙 薇, 侯德富

(华中师范大学物理科学与技术学院, 湖北 武汉 430079)

**摘要:** 自从色超导理论被提出以来, 通常考虑的是参与配对的夸克的化学势不相等时的情形。当化学势的差别达到某一合适值时, 库柏对就有非零的总动量, 这就是 Larkin-Ovchinnikov-Fulde-Ferre(LOFF)态。这种形式的夸克凝聚自发破坏了平移不变性和旋转不变性, 导致能隙以晶格的形式周期性变化。在中等重子数密度区的基础上, 从 SU(2) NJL 模型出发描述两味 LOFF 态, 并通过平均场近似, 引用 N-G 基底、傅立叶变换和频率求和等方法得到热力学势, 进而通过热力学势对序参量求偏导得到耦合的 Gap 方程, 并使用数值法解耦合方程找到 LOFF 态的窗口。

**关键词:** LOFF 态; 色超导; NJL 模型

中图分类号: O572.33 文献标识码: A

## 1 引言

色超导概念的提出是借用了普通超导理论的思想<sup>[1, 2]</sup>。普通超导研究电子-声子相互作用, 色超导研究夸克-胶子相互作用。与普通超导一样, 色超导的重要属性是存在能隙  $\Delta$ , 从超导相中激发一个准粒子至少需要  $\Delta$  的能量。

自从发现色超导的能隙可以达到大约 100 MeV 左右<sup>[3]</sup>后, 沿着重子数密度方向的量子色动力学(QCD)相图引起了人们的关注。在高温高密的区域(相当高的重子数密度和温度的区域)里, 人们采用的是微扰 QCD 的方法<sup>[4]</sup>, 在低密区(温度任选), 主要采用格点 QCD 的方法, 而在中等密度区(任意温度), 人们主要依赖有效模型来解决问题, 例如 NJL 模型<sup>[5]</sup>。在物理应用上, 我们更关心的是中等密度区<sup>[6]</sup>, 因为这个区域可以和中子星现象的观测联系在一起, 或者在更乐观的情况下, 与重离子碰撞联系在一起。

由于色反三重道的作用, 夸克与夸克之间产生吸引作用, 形成库柏对, 从而形成色超导。在考虑两味夸克时, 当两味夸克的费米动量相同时, 这两味夸克就会按照标准 BCS 理论配对; 在本文中, 我们主要考虑的是当这两味夸克的费米动量不相同时的情形。当不同味的夸克的费米动量差别很大时,

不同味的夸克就不会配对。然而两味 LOFF 态<sup>[7-10]</sup>(被 Larkin, Ovchinnikov, Fulde 和 Ferre 第一次提出)可能存在, 即: 在未配对相的附近, 会形成一个晶体态, 这时库柏对有非零的动量, 能隙以平面波的形式出现。在这个态下, 一个库柏对的两个夸克可以非常接近它们各自的费米面, 并且这样一个库柏对的产生需要的自由能很低。

本文的结构如下: 在第 2 节里, 通过 NJL 模型的拉氏量得到配分函数, 从而得到系统的热力学势; 在第 3 节里, 通过热力学势得到 Gap 方程和色电中性条件; 在第 4 节里, 通过数值法解耦合方程; 第 5 节为小结。

## 2 热力学势的计算

考虑到两个不同味夸克(u 夸克, d 夸克)的配对, 采用的是 SU(2) NJL 模型, 并且只考虑标量, 质标量介子和标量 di 夸克。其拉氏量如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NJL}} = & \bar{q}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_0)q + \\ & G_S [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5 \tau q)^2] + \\ & G_D [(\bar{q}^C \epsilon \epsilon^b \gamma_5 q)(\bar{q}^C i\epsilon \epsilon^b \gamma_5 q^C)], \end{aligned} \quad (1)$$

这里  $q^C = C q^T$ ,  $\bar{q}^C = q^T C$  是荷共轭旋量,  $C = i\gamma^2 \gamma^0$  是

\* 收稿日期: 2006-07-06; 修改日期: 2006-09-11

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10575043); 教育部新世纪人才基金资助项目(NCET-05-0675)

作者简介: 孙 薇(1982—), 女(汉族), 湖北武汉人, 硕士研究生, 从事色超导理论研究; E-mail: roger\_sul1982@21cn.com

荷共轭矩阵,  $T$  是转置算符, 夸克场  $q \equiv q_{ia}$ ,  $i=1, 2; a=1, 2, 3$  ( $i$  和  $a$  分别是味指标和色指标),  $\tau = (\tau^1, \tau^2, \tau^3)$  是味空间的泡利矩阵,  $(\epsilon)^{ik} \equiv \epsilon^{ik}$ ,  $(\epsilon^b)^{ab} \equiv \epsilon^{ab}$  分别是味空间和色空间的完全反对称张量。

我们所要考虑的是两味 LOFF 态, 其特点是能隙以平面波的形式出现, 即

$$\langle i\bar{\chi} \epsilon \epsilon^b \gamma_5 \chi^c \rangle = \Phi e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}}.$$

为了表达简洁, 定义了如下的式子:

$$\begin{aligned} \chi(x) &\equiv e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} q(x), \\ \bar{\chi}(x) &\equiv \chi^\dagger \gamma^0 = e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} \bar{q}(x), \\ \chi^c(x) &\equiv C \bar{\chi}^T = e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} q^c(x), \\ \bar{\chi}^c(x) &\equiv \chi^T C = e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \bar{q}^c(x), \end{aligned} \quad (2)$$

由此得到:

$$\begin{aligned} \langle i\bar{\chi} \epsilon \epsilon^b \gamma_5 \chi^c \rangle &= \Phi, \\ l_\chi &= \bar{\chi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_0 - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{q}) \chi + \\ &G_S [(\bar{\chi} \chi)^2 + (\bar{\chi} i\gamma_5 \tau \chi)^2] + \\ &G_D [(i\bar{\chi}^c \epsilon \epsilon^b \gamma_5 \chi) (i\bar{\chi} \epsilon \epsilon^b \gamma_5 \chi^c)], \end{aligned} \quad (3)$$

对上式进行玻色化, 选取

$$\sigma = -2G_S \langle \bar{\chi} \chi \rangle, \quad (4)$$

$$\pi = -2G_S \langle \bar{\chi} i\gamma_5 \tau \chi \rangle, \quad (5)$$

$$\Delta = -2G_D \langle i\bar{\chi}^c \epsilon \epsilon^b \gamma_5 \chi \rangle, \quad (6)$$

$$\Delta^* = -2G_D \langle i\bar{\chi} \epsilon \epsilon^b \gamma_5 \chi^c \rangle, \quad (7)$$

并且只考虑  $\sigma \neq 0$ ,  $\Delta \neq 0$ ,  $\Delta^* \neq 0$  的情形, 得到拉氏量的线性形式:

$$\begin{aligned} \bar{l} &= l_\chi + \mu \bar{\chi} \gamma_0 \chi \\ &= \frac{1}{2} \bar{\chi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m + \mu \gamma^0 - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{q}) \chi + \\ &\frac{1}{2} \bar{\chi}^c (i\gamma^\mu \partial_\mu - m - \mu \gamma^0 + \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{q}) \chi^c - \\ &\frac{1}{2} \Delta^* (i\bar{\chi}^c \epsilon \epsilon^b \gamma_5 \chi) - \frac{1}{2} \Delta (i\bar{\chi} \epsilon \epsilon^b \gamma_5 \chi^c) - \\ &\frac{\sigma^2}{4G_S} - \frac{\Delta^2}{4G_D}. \end{aligned} \quad (8)$$

这里引入了组分夸克质量

$$m = m_0 + \sigma, \quad (9)$$

$\mu$  是化学势,

$$\mu = \text{diag}(\mu_{ur}, \mu_{ug}, \mu_{ub}, \mu_{dr}, \mu_{dg}, \mu_{db}), \quad (10)$$

$u, d$  是夸克的味指标,  $b, r$  和  $g$  是夸克的色指标。

$$\begin{aligned} \mu_{ur} &= \mu_{ug} = \mu - \frac{2}{3}\mu_e + \frac{1}{3}\mu_s, \\ \mu_{dr} &= \mu_{dg} = \mu + \frac{1}{3}\mu_e + \frac{1}{3}\mu_s, \\ \mu_{ub} &= \mu - \frac{2}{3}\mu_e - \frac{2}{3}\mu_s, \\ \mu_{db} &= \mu + \frac{1}{3}\mu_e - \frac{2}{3}\mu_s. \end{aligned} \quad (11)$$

系统的配分函数为

$$Z = N' \int [d\bar{\chi}] [d\chi] \exp \left\{ \int_0^\beta d\tau \int d^3 \mathbf{r} \tilde{l} \right\}, \quad (12)$$

$\beta = 1/T$  是温度的倒数。在平均场近似下, 可以是系统的配分函数 3 个部分的乘积:

$$Z = Z_{\text{const}} Z_b Z_{\text{rg}}, \quad (13)$$

$Z_{\text{const}}$  是常数项,  $Z_b$  是自由的蓝色夸克对配分函数的贡献,  $Z_{\text{rg}}$  是参与配对的红、绿夸克对配分函数的贡献。引入 Nambu-Gorkov 基底,

$$\bar{\Psi}_b = (\bar{q}_{ub}, \bar{q}_{db}, \bar{q}_{ub}^c, \bar{q}_{db}^c), \quad (14)$$

$$\bar{\Psi}_{\text{rg}} = (\bar{\chi}_{ur}, \bar{\chi}_{ug}, \bar{\chi}_{dr}, \bar{\chi}_{dg}, \bar{\chi}_{ur}^c, \bar{\chi}_{ug}^c, \bar{\chi}_{dr}^c, \bar{\chi}_{dg}^c), \quad (15)$$

并进行傅立叶变换, 将坐标空间变换到动量空间, 得到:

$$Z_b = \text{Det}^{1/2}(\beta G_{0b}^{-1}), \quad (16)$$

$$G_{0b}^{-1} = \text{diag}([G_0^+]_{ub}^{-1}, [G_0^+]_{db}^{-1}, [G_0^-]_{ub}^{-1}, [G_0^-]_{db}^{-1}), \quad (17)$$

$$[G_0^\pm]_{ib}^{-1} = (p_0 \pm \mu_{ib}) \gamma_0 - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} - m, \quad (18)$$

$$Z_{\text{rg}} = \text{Det}^{1/2}(\beta G^{-1}), \quad (19)$$

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} [G_0^-]^{-1} & \Delta^- \\ \Delta^+ & [G_0^+]^{-1} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$[G_0^\pm]^{-1} = \begin{pmatrix} [G_0^\pm]_{ur}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [G_0^\pm]_{ug}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [G_0^\pm]_{dr}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [G_0^\pm]_{dg}^{-1} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

$$\Delta^- = -i\Delta\gamma_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$\Delta^+ = -i\Delta^*\gamma_5 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$[G_0^\pm]_{ia}^{-1} = (p_0 \pm \mu_{ia})\gamma_0 - \boldsymbol{\gamma} \cdot (\mathbf{p} \pm \mathbf{q}) - m. \quad (24)$$

通过频率求和, 得到系统的热力学势为

$$\begin{aligned} \Omega_a = -\frac{T}{V} \ln Z &= \frac{m^2}{4G_S} + \frac{\Delta^2}{4G_D} - 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \cdot \\ &[2E_P + E_A + E_B + E_C + E_D + \\ &T \ln(1 + e^{-\beta E_{ub}^+}) + T \ln(1 + e^{-\beta E_{ub}^-}) + \\ &T \ln(1 + e^{-\beta E_{db}^+}) + T \ln(1 + e^{-\beta E_{db}^-}) + \\ &2T \ln(1 + e^{-\beta E_A}) + 2T \ln(1 + e^{-\beta E_B}) + \\ &2T \ln(1 + e^{-\beta E_C}) + 2T \ln(1 + e^{-\beta E_D})], \quad (25) \end{aligned}$$

$$E_P = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}, \quad (26)$$

$$E_{ub}^\pm = E_P \pm \mu_{ub}, \quad E_{db}^\pm = E_P \pm \mu_{db}, \quad (27)$$

$$E_{ur}^\pm = \sqrt{(\mathbf{p} + \mathbf{q})^2 + m^2} \pm \mu_{ur}, \quad (28)$$

$$E_{dg}^\pm = \sqrt{(\mathbf{p} + \mathbf{q})^2 + m^2} \pm \mu_{dg}, \quad (29)$$

$$E_{ug}^\pm = \sqrt{(\mathbf{p} + \mathbf{q})^2 + m^2} \pm \mu_{ug}, \quad (30)$$

$$E_{dr}^\pm = \sqrt{(\mathbf{p} + \mathbf{q})^2 + m^2} \pm \mu_{dr}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{E_{ur}^- + E_{dg}^-}{2} = \frac{E_{ug}^- + E_{dr}^-}{2} \\ &= \frac{\sqrt{(\mathbf{p} + \mathbf{q})^2 + m^2}}{2} + \frac{\sqrt{(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2 + m^2}}{2} - \bar{\mu}, \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{E_{ur}^- - E_{dg}^-}{2} = \frac{E_{ug}^- - E_{dr}^-}{2} \\ &= \frac{\sqrt{(\mathbf{p} + \mathbf{q})^2 + m^2}}{2} - \frac{\sqrt{(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2 + m^2}}{2} + \delta\mu, \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_3 &= \frac{E_{ur}^+ + E_{dg}^+}{2} = \frac{E_{ug}^+ + E_{dr}^+}{2} \\ &= \frac{\sqrt{(\mathbf{p} + \mathbf{q})^2 + m^2}}{2} + \frac{\sqrt{(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2 + m^2}}{2} + \bar{\mu}, \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_4 &= \frac{E_{ur}^+ - E_{dg}^+}{2} = \frac{E_{ug}^+ - E_{dr}^+}{2} \\ &= \frac{\sqrt{(\mathbf{p} + \mathbf{q})^2 + m^2}}{2} - \frac{\sqrt{(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2 + m^2}}{2} - \delta\mu, \quad (35) \end{aligned}$$

$$E_A = \sqrt{E_1^2 + \Delta^2} + E_2, \quad (36)$$

$$E_B = \sqrt{E_1^2 + \Delta^2} - E_2, \quad (37)$$

$$E_C = \sqrt{E_3^2 + \Delta^2} - E_4, \quad (38)$$

$$E_D = \sqrt{E_3^2 + \Delta^2} + E_4, \quad (39)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_{ur} + \mu_{dg}}{2} = \frac{\mu_{ug} + \mu_{dr}}{2}$$

$$= \mu - \frac{1}{6}\mu_e + \frac{1}{3}\mu_8, \quad (40)$$

$$\delta\mu = \frac{\mu_{dg} - \mu_{ur}}{2} = \frac{\mu_{dr} - \mu_{ug}}{2} = \frac{\mu_e}{2}. \quad (41)$$

需要指出的是, 这里得到的热力学势并不是严格的解析结果, 在频率求和之前, 已经作了近似(在弱耦合下, 这种近似是成立的)。

我们考虑在  $\beta$  平衡条件下的 u, d 夸克系统, 因此总的热力学势包括电子和夸克两个部分的贡献, 即

$$\Omega_{\text{total}} = \Omega_e + \Omega_q, \quad (42)$$

$$\Omega_e = -\frac{\mu_e^4}{12\pi^2}. \quad (43)$$

### 3 Gap 方程和色电中性条件

在上一节里, 得到了系统的热力学势, 通过热力学势对组分质量、能隙、动量  $q$  求导, 分别得到关于这 3 个量的 Gap 方程:

$$\frac{\partial \Omega_{\text{total}}}{\partial m} = 0, \quad (44)$$

$$\frac{\partial \Omega_{\text{total}}}{\partial \Delta} = 0, \quad (45)$$

$$\frac{\partial \Omega_{\text{total}}}{\partial q} = 0, \quad (46)$$

(44)式是质量的 Gap 方程,  $m=0$  对应的是手征对称相,  $m \neq 0$  对应的是手征对称破缺相; (45)式是能隙的 Gap 方程,  $\Delta=0$  是方程的平庸解,  $\Delta \neq 0$  对应的是色超导相; (46)式是关于动量  $q$  的 Gap 方程。

这里由于版面的限制, 仅罗列出(45)式的具体形式:

$$\Delta \left\{ 1 - 4G_D \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \cdot \left[ \frac{2}{\sqrt{E_1^2 + \Delta^2}} (1 - f(E_A) - f(E_B)) + \frac{2}{\sqrt{E_3^2 + \Delta^2}} (1 - f(E_C) - f(E_D)) \right] \right\} = 0, \quad (47)$$

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(\beta \chi)}, \quad (48)$$

$$\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} = \int \frac{dp d(-\cos\theta) p^2}{4\pi^2}, \quad (49)$$

选  $\mathbf{q}$  的方向沿  $z$  轴, 则  $\theta$  是  $\mathbf{p}$  与  $\mathbf{q}$  的夹角, 于是上述积分方程变成一个二重积分方程。同样, 通过热力学势还可以求得不同味道不同颜色的夸克数密度, 例如:

$$n_{ur} = -\frac{\partial \Omega_{total}}{\partial \mu_{ur}},$$

感兴趣的读者可以试着去求解。

当要求系统处于一个色电中性条件时(这样的处理是为了与中子星联系起来, 因为中子星是由引力作用形成的, 而色相互作用, 电磁相互作用都比引力作用强得多, 并且会阻止中子星的形成, 所以中子星应是不带色荷和电荷的), 可以通过以下式子得到:

$$n_s = -\frac{\partial \Omega_{total}}{\partial \mu_s} = 0, \quad (50)$$

$$n_e = -\frac{\partial \Omega_{total}}{\partial \mu_e} = 0. \quad (51)$$

## 4 数值计算的结果

在数值计算之前, 首先要确定参数: 动量  $p$  的积分截断  $\Lambda = 0.6533 \text{ GeV}$ ,  $G_s = 5.0163 \text{ GeV}^{-2}$ ,  $G_D = 0.75G_s$ 。

考虑手征对称的情形( $m=0$ ), 将(45)和(46)式等耦合方程联立数值求解, 得到 Gap 对电化学势的依赖关系(见图 1)及动量对 Gap 的依赖关系(见图 2), 这里是将电化学势作为热力学变量处理的。

从图 1 可以看出, 当  $q \neq 0$  时, 我们找到了

LOFF 态的窗口, LOFF1(斜率为正的曲线)和 LOFF2(斜率为负的曲线), 通过比较发现, 在  $0.707 \leq \delta\mu/\Delta_{2SC} \leq 0.754$  这个窗口时, LOFF2 的热力学势最低, 也就是说在这个很窄的窗口内, LOFF 态是稳定存在的, 如图中斜率为负的曲线所示。当  $q=0$  时, 图线回到 g2SC 的情形, 即图中细的实线所示; 当  $\Delta=0$  时, 即是正常态无能隙激发, 如图 1 中最粗的横线所示。

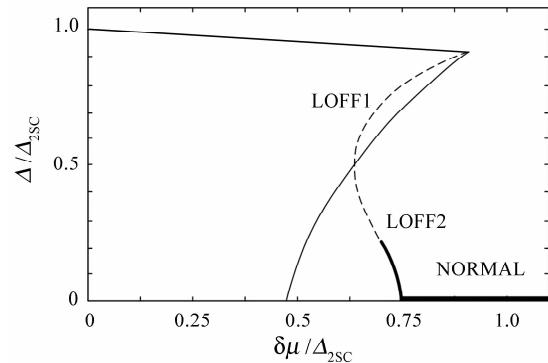


图 1  $\Delta/\Delta_{2SC}$  对  $\delta\mu/\Delta_{2SC}$  的依赖关系  
 $\Delta_{2SC}$ <sup>[6]</sup> 是  $\delta\mu=0$  时的能隙,  $T=0$  K。

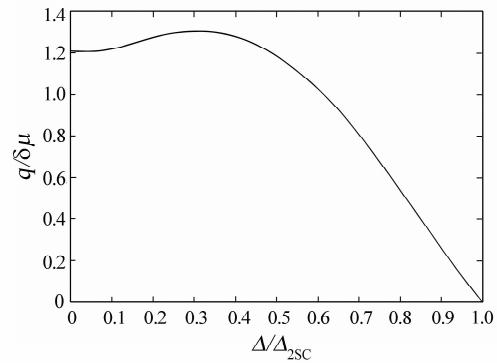


图 2  $q/\delta\mu$  对  $\Delta/\Delta_{2SC}$  的依赖关系

从图 2 可以看到, 在  $\Delta/\Delta_{2SC} \leq 0.5$  这个窗口(即 LOFF2 开始出现的窗口),  $q/\delta\mu$  基本保持在 1.2 左右。

## 5 小结

本文从 SU(2) NJL 模型出发描述了 LOFF 态(将能隙写成单个平面波的形式), 并通过平均场近似、N-G 基底的引用、傅立叶变换、频率求和等方法得到了两味 LOFF 色超导态的热力学势, 进而通过热力学势对  $m$ ,  $\Delta$ ,  $q$ ,  $\mu_e$  和  $\mu_s$  求导得到 5 个耦合

在一起的 Gap 方程。

最后使用数值法解耦合方程得到了  $\Delta/\Delta_{2\text{SC}}$  对  $\delta\mu/\Delta_{2\text{SC}}$  的依赖关系以及  $q/\delta\mu$  对  $\Delta/\Delta_{2\text{SC}}$  的依赖关系, 从而找到了 LOFF 态的窗口, 并证实在  $0.707 \leq \delta\mu/\Delta_{2\text{SC}} \leq 0.754$  这个窗口内, LOFF 态确实稳定存在。

然而, 我们的工作还有待完善, 例如, 可以尝试找到电中性条件的图线, 看看这条图线与 LOFF 态图线的交点, 这是很有意义的一项研究工作, 因为它对中子星内部结构的猜测有很大意义。

### 参考文献(References) :

- [1] Barrois B C. Nucl Phys, 1977, **B129**: 390.
- [2] Bardeen J, Cooper L N, Schrieffer J R. Phys Rev, 1957, **108**:

1 175.

- [3] Rapp R, Schafer T, Shuryak E V, et al. Phys Rev Lett, 1998, **81**: 53; Alford M, Rajagopal K, Wilczek F. Phys Lett, 1998, **B422**: 247.
- [4] Ren H C. hep-ph/0404074.
- [5] Buballa M, Hosek J, Oertel M. Phys Rev, 2002, **D65**: 014 018; Buballa M, Oertel M. Nucl Phys, 2002, **A703**: 770.
- [6] Huang M, Zhuang P, Chao W. Phys Rev, 2002, **D65**: 076 012.
- [7] Alford M G, Bowers J A, Rajagopal K. Phys Rev, 2001, **D63**: 074 016.
- [8] Bowers J A, Kundu J, Rajagopal K, et al. Phys Rev, 2001, **D64**: 014 024.
- [9] Leibovich A K, Rajagopal K, Shuster E. Phys Rev, 2001, **D64**: 094 005.
- [10] Kundu J, Rajagopal K. Phys Rev, 2002, **D65**: 094 022.

## A Two-flavor LOFF Color Superconductivity<sup>\*</sup>

SUN Wei<sup>1)</sup>, HOU De-fu

(College of Physical Science and Technology, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** Ever since the theory of color superconductivity was issued, it is likely to involve pairing between species of quarks with differing chemical potentials. For suitable values of the differences between chemical potentials, Cooper pairs with non-zero total momentum are favored, as was first realized by Larkin, Ovchinnikov, Fulde and Ferrell (LOFF). Condensates of this sort spontaneously break translational and rotational invariance, leading to gaps which vary periodically in a crystalline pattern. This article focuses on the two-flavor color superconducting phase at moderate baryon density. LOFF state is described through  $SU(2)$  NJL model. By using the mean-field approximation, N-G basis, Fourier transformation, frequency summation, the thermodynamic potential and Gap equation are obtained. Finally, the window of LOFF state is found by the numerical method.

**Key words:** LOFF state; color superconductivity; NJL model

\* Received date: 6 Jul. 2006; Revised date: 15 Sep. 2006

\* Foundation item: National Natural Science Foundation of China(10575043); Program of Education Ministry of China for New Century Excellent Talents in University (NCET-05-0675)

1) E-mail: roger\_sul1982@21cn.com