

# IPS 转移轨道设计技术

李明涛<sup>1,2</sup>, 郑建华<sup>1</sup>, 于锡崢<sup>1</sup>, 高 东<sup>1</sup>

(1. 中国科学院空间科学与应用研究中心, 北京 100080; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

**摘 要:** 行星际高速公路(IPS)在未来深空探测中有着重要作用,转移轨道设计技术是IPS设计理论的关键技术之一。在系统综述和总结前人研究成果的基础上,首先分析了IPS的理论基础,然后从不变流形理论出发,研究了IPS转移轨道设计问题,重点分析了不变流形与出发天体停泊轨道不能相交的情况下,转移轨道的设计与优化方法。最后将IPS返回轨道分解为大气层外飞行段和大气层内飞行段分别优化,讨论了IPS返回转移轨道设计问题。

**关键词:** 行星际高速公路; 转移轨道; 不变流形; 三体问题

**中图分类号:** V412.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2009)01-0072-10

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.013

## 0 引言

行星际高速公路(Interplanetary Superhighway, 简称IPS)理论及其成功应用是近年来空间科学技术领域的一项重要成就,在未来空间活动中,IPS设计理论与技术将起到举足轻重的作用<sup>[1,2]</sup>。IPS设计理论的关键技术之一就是转移轨道设计技术。之前的学者对IPS转移轨道设计技术做了大量的研究,本文在系统地综述和总结前人研究成果的基础上,重点研究了从出发天体到IPS的转移轨道优化设计方法,讨论了这些方法的优点和局限性,并给出一种具有工程实用价值的转移轨道中途修正算法。本文还研究了真实星历模型下IPS转移轨道设计技术,提出了使用近似流形的设计方法,仿真表明该方法简单、直观、有效。

本文首先从共线平动点附近的相空间特性出发,分析了IPS的理论基础,然后详细研究了IPS转移轨道设计技术。按不变流形能否与出发天体停泊轨道相交,分别讨论了零消耗转移、小推力/太阳帆转移、两脉冲转移、借助其他天体引力助推转移、基于流形连接的穿越\非穿越-流形转移以及真实星历模型下基于近似流形的转移轨道设计和转移轨道的中途修正。最后将IPS返回轨道分解为大气层外段和大气层内段分别优化,讨论了IPS返回转移轨道设计问题。

## 1 IPS 理论基础

### 1.1 数学模型

IPS理论的核心是限制性三体问题中共线平动点附近的运动。圆型限制性三体问题描述第三体在绕其公共质心做圆周运动的主天体引力作用下的运动。假设两个主天体 $m_1$ 和 $m_2$ ( $m_1 > m_2$ )绕其公共质心以角速度 $\omega$ 做圆周运动,第三体(飞行器) $m_3$ 质量远远小于主天体的质量,因而第三体不影响主天体的运动。以系统的公共质心为原点,定义会合坐标系。 $x$ 轴从 $m_1$ 指向 $m_2$ , $z$ 轴为 $\omega$ 方向, $x$ 轴、 $y$ 轴、 $z$ 轴构成右手坐标系。

令主天体质量和 $m_1 + m_2 = 1$ ,主天体之间的距离 $L = 1$ ,系统角速度为 $\omega = 1$ ,单位归一化后,万有引力常量 $G = 1$ 。令 $m_2 = \mu$ ,则会合坐标系下第三体的动力学方程如下:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y} &= -U_x \\ \ddot{y} + 2\dot{x} &= -U_y \\ \ddot{z} &= -U_z \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} U &= -\frac{1-\mu}{r_1} - \frac{\mu}{r_2} - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{2}\mu(1-\mu) \\ r_1 &= \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2 + z^2} \\ r_2 &= \sqrt{(x-1+\mu)^2 + y^2 + z^2} \end{aligned} \quad (2)$$

圆型限制性三体问题存在五个平动点,其中三个共线平动点是不稳定的。下面具体分析共线平动点附近的动力学特性。

1.2 共线平动点附近运动分析

为了便于对共线平动点附近运动性态进行分析,将会合坐标系的原点平移至共线平动点,同时改用共线平动点到距其最近的主天体的距离作为新的长度单位。导出新坐标系下,描述第三体运动的线性化常微分方程组:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} - (1 + 2c_2)x = 0 \\ \dot{y} + 2\dot{x} + (c_2 - 1)y = 0 \\ \ddot{z} + c_2 z = 0 \end{cases}$$

容易看出在线性化近似中,  $x - y$  平面的运动是耦合的,而  $z$  方向的运动是独立的,并且是简谐振动。线性化常微分方程组的特征值分别是  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ , 其中

$$\lambda_1 = -\lambda_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{9c_2^2 - 8c_2 + c_2 - 2}}{2}} > 0$$

$$\lambda_3 = -\lambda_4 = i\sqrt{\frac{\sqrt{9c_2^2 - 8c_2 - c_2 + 2}}{2}}$$

$$\lambda_5 = -\lambda_6 = i\sqrt{c_2}$$

从线性常微分方程组的特征值结构可以看出共线平动点(奇点)具有鞍点和中心的双重性质。 $\lambda_1 > 0$  表明共线平动点是不稳定的,而复特征值的存在表明共线平动点附近存在中心流形。

线性化常微分方程(2)的特征向量分别为  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ , 其中

$$v_1 = \left[ 1 \quad \frac{\lambda_1^2 - 1 - 2c_2}{2\lambda_1} \quad 0 \quad \lambda_1 \quad \frac{\lambda_1^2 - 1 - 2c_2}{2} \quad 0 \right]^T$$

$$v_2 = \left[ 1 \quad -\frac{\lambda_1^2 - 1 - 2c_2}{2\lambda_1} \quad 0 \quad -\lambda_1 \quad \frac{\lambda_1^2 - 1 - 2c_2}{2} \quad 0 \right]^T$$

$$v_3 = \left[ 1 \quad i\frac{\lambda_3^2 + 1 + 2c_2}{2\lambda_3} \quad 0 \quad i\lambda_3 \quad -\frac{\lambda_3^2 + 1 + 2c_2}{2} \quad 0 \right]^T$$

$$v_4 = \left[ 1 \quad -i\frac{\lambda_3^2 + 1 + 2c_2}{2\lambda_3} \quad 0 \quad -i\lambda_3 \quad -\frac{\lambda_3^2 + 1 + 2c_2}{2} \quad 0 \right]^T$$

$$v_5 = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad \lambda_5]^T$$

$$v_6 = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad -\lambda_5]^T$$

$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$  线性无关,由此得到方程组 6 个线性无关的解,它们构成方程组(2)的基本

解集:

$$e^{\lambda_1 t} v_1, e^{\lambda_2 t} v_2, e^{\lambda_3 t} v_3, e^{\lambda_4 t} v_4, e^{\lambda_5 t} v_5, e^{\lambda_6 t} v_6$$

从而得到方程组(2)的通解:

$$\begin{aligned} x &= A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{-\lambda_1 t} + \\ &A_3 \cos(\text{Im}(\lambda_3)) t + A_4 \sin(\text{Im}(\lambda_3)) t \\ y &= \varepsilon_1 A_1 e^{\lambda_1 t} - \varepsilon_1 A_2 e^{-\lambda_1 t} - \varepsilon_2 A_3 \sin(\text{Im}(\lambda_3)) t + \\ &\varepsilon_2 A_4 \cos(\text{Im}(\lambda_3)) t \\ z &= A_5 \cos(\text{Im}(\lambda_5)) t + A_6 \sin(\text{Im}(\lambda_5)) t \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\text{Im}(\lambda_i)$  为特征值  $\lambda_i$  的虚部,

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda_1^2 - 1 - 2c_2}{2\lambda_1}, \varepsilon_2 = \frac{(\text{Im}(\lambda_3))^2 + 1 + 2c_2}{2\text{Im}(\lambda_3)}$$

式(3)即为共线平动点附近运动的一阶解析解,包括双曲项和中心项。图 1 给出了共线奇点附近运动的三维投影,图 2 给出了共线奇点附近运动在  $X-Y$  平面的二维投影。其中,中间的椭圆对应着(拟)周期轨道,为中心型奇点的表现;稳定流形(stable manifold)和不稳定流形(unstable manifold)对应着渐近轨道,transit orbit 和 non-transit orbit 对应着穿越和非穿越轨道,为鞍点型奇点的表现,因而三体问题中的共线奇点在相空间上具有鞍点和中心的双重性质。

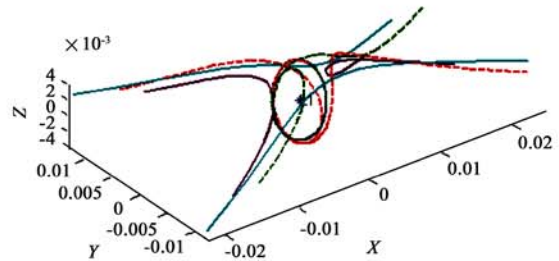


图 1 共线奇点附近运动的三维投影

Fig.1 3D perspective of the motion near collinear libration points

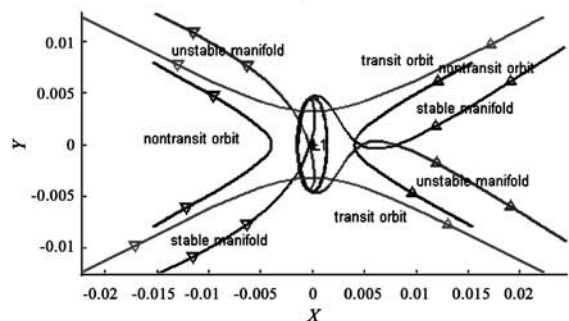


图 2 共线奇点附近运动的二维投影

Fig.2 2D perspective of the motion near collinear libration points

下面结合 IPS 理论,给出  $A_1$  和  $A_2$  取不同值时,共线平动点附近的性态及其在 IPS 中的应用:

(1) (拟)周期轨道。当  $A_1$  和  $A_2$  均为零时,共线奇点表现为中心型奇点,对应的轨道为二维的 Lyapunov 轨道和三维的周期 Halo 轨道、拟周期 Lissajous 轨道。 $A_3$  和  $A_4$  决定了轨道在  $X-Y$  平面上的幅值,  $A_5$  和  $A_6$  决定了轨道  $Z$  向幅值,  $t$  决定了轨道的相位。(拟)周期轨道是 IPS 的中转站。

(2) 渐近轨道。当  $A_1 \cdot A_2 = 0$ , 且  $A_1, A_2$  不全为零时,对应着渐近轨道。当  $A_1 = 0, A_2 \neq 0$  时对应渐近稳定轨道,当  $A_2 = 0, A_1 \neq 0$  时对应渐近不稳定轨道。其中,  $A_1, A_2$  决定了流形相对(拟)周期轨道的距离,  $A_3, A_4, A_5, A_6$  及  $t$  决定了渐近轨道对应的拟周期轨道的幅值和相位。因而方程(3)也给出了不变流形的一阶近似解,不变流形初始方向的非线性解则可由单值矩阵求解。

渐近轨道是 IPS 的转移通道,飞行器可以沿着渐近轨道在滑翔状态下无动力的趋近或离开(拟)周期轨道。在渐近轨道上飞行,不需要消耗任何燃料,这也是 IPS 节省能量的关键。然而飞行器在渐近轨道运行并不节省时间,相反由于渐近轨道的渐近特性,在渐近轨道上运行的飞行器往往要飞行比常规轨道要远得多的路程,因而其飞行时间更长。

(3) 穿越、非穿越轨道。 $A_1 \cdot A_2 \neq 0$  时对应着穿越和非穿越轨道。当  $A_1 \cdot A_2 > 0$  时对应非穿越轨道,当  $A_1 \cdot A_2 < 0$  时对应穿越轨道。穿越轨道和非穿越轨道分别位于渐近流形管道的内部和外部的一个相当宽泛的范围内,很难由  $A_3, A_4, A_5, A_6$  及  $t$  提取到与穿越、非穿越轨道相关的有物理意义的信息,式(3)虽然给出了穿越、非穿越轨道的一阶近似解,但实际轨道设计中如何选择合适的设计参数仍然非常困难。

穿越轨道能够贯通希尔区,非穿越轨道只能在希尔区一侧运行。穿越轨道和非穿越轨道也可作为 IPS 的转移轨道。相比渐近轨道,利用穿越轨道和非穿越轨道往往更节省时间,例如在基于系统流形连接的节能探月方案中,使用非穿越、穿越轨道比直接利用流形连接节省很多时间。但非穿越、穿越轨道的计算不直观,往往需要借助庞加莱截面。如何寻找有效的非穿越、穿越轨道设计方法也是 IPS 设

计理论的关键技术之一。

简而言之,IPS 是以太阳、行星及其卫星的平动点附近的(拟)周期轨道为中转站,以连接这些平动点的相互缠绕的渐近轨道、穿越、非穿越轨道为转移通道,形成的太阳系中一个庞大的管状网络。

## 2 IPS 进入转移轨道设计技术

从共线平动点附近相空间特性分析可知,(拟)周期轨道为 IPS 的中转站,而渐近轨道、穿越、非穿越轨道为 IPS 的转移通道。因而一旦飞行器进入渐近轨道、穿越、非穿越轨道、(拟)周期轨道,便可以理解为飞行器进入了 IPS。

鉴于目前穿越/非穿越轨道的设计仍然基于渐近轨道,本文在考虑 IPS 的转移问题时,主要根据渐近轨道与出发天体的相对特性进行分类讨论。如果渐近轨道能够与出发天体停泊轨道相交,则可以从停泊轨道直接插入渐近轨道,从而进入 IPS,这就是 2.1 讨论的零消耗转移。反之,如果渐近轨道与出发天体的停泊轨道在可预期或工程上可接受的时间内无法相交,可以考虑使用其他手段与渐近轨道或者(拟)周期轨道相连接,这就是 2.2 节讨论的小推力/太阳帆转移;在渐近轨道与出发天体的停泊轨道在可预期的时间内无法相交时,还可以考虑两脉冲转移,这也是目前绝大多数平动点任务采用的转移方式,由于该转移方式具有明显的优点,因而也是本文研究的重点,在 2.3 节本文将重点讨论两脉冲转移及其优化。在 2.4 节将讨论基于其他天体引力助推的转移方式。在 2.5 节将结合低能探月轨道讨论基于穿越、非穿越轨道的转移方式。在 2.6 节研究真实星历模型下转移轨道设计问题,提出一种基于近似流形的转移轨道设计方法。2.7 节给出一种具有工程实用价值的转移轨道中途修正方法。

### 2.1 零消耗转移

如果双曲不变流形能够与出发天体的停泊轨道相交,可以直接从停泊轨道插入不变流形,之后便可以沿着渐近轨道不需消耗任何燃料进入(拟)周期轨道,因而这种直接利用渐近轨道的转移方式通常称为零消耗转移。

零消耗转移的优点是节省燃料并且只需要一次机动便可进入星际高速公路,但其局限性也很明显。首先,零消耗转移往往需要较长的转移时间,对于日

地系的(拟)周期轨道而言,飞行时间一般都在 200 天以上;其次零消耗转移只适合目标轨道为大幅值(拟)周期轨道的任务,对于小幅值 Halo 轨道,其流形在自然的状态下不能够与出发天体停泊轨道相交,因而零消耗转移已不再适用,而出于有效载荷和通信等约束,科学观测卫星的标称运行轨道的幅值往往有一定的限制;再者,即使是大幅值(拟)周期轨道的不变流形在可以预见的时间内也难以与三体系统中大天体的停泊轨道相交,因而零消耗转移也不适合从三体系统中大天体出发的转移轨道;最后,零消耗转移由于受不变流形的约束,设计空间往往很小,而转移轨道除了轨道高度、航迹角之外往往还有轨道倾角等约束,零消耗转移轨道很难满足各种约束。

20 世纪 80 年代末, Gomez 等人<sup>[6]</sup>最早研究了零消耗转移轨道,并曾为 SOHO 任务设计了零消耗转移轨道,但实际飞行中并未予以采用。国内,徐明等人<sup>[25]</sup>则通过构造庞加莱截面得到了 6 类零消耗转移轨道。

## 2.2 小推力/太阳帆转移

当渐近轨道与出发天体停泊轨道无法相交时,可以使用小推力或太阳帆等推进手段将飞行器从停泊轨道转移到渐近轨道或(拟)周期轨道上。基于小推力和太阳帆的 IPS 转移问题可以转化为最优控制问题,然后使用直接法、间接法或混合法求解。文献[8]研究了从地球停泊轨道到地月系 Halo 轨道的小推力转移;任远等人<sup>[9]</sup>基于 Lyapunov 反馈控制原理和 SQP 方法研究了从地球停泊轨道到日地系 Halo 轨道的小推力转移,秦建飞等人<sup>[10]</sup>基于最优控制理论和遗传算法研究了从地球停泊轨道到日地系 Halo 轨道的太阳帆转移。

作为未来深空探测中有良好应用前景的推进方式,小推力和太阳帆转移方式的优点是能够节省燃料,携带更多的有效载荷,其缺点在于需要比较复杂的姿态、轨道控制和制导技术,且转移时间比较长,以日地系 Halo 轨道转移轨道为例,文献[9]给出的转移时间是 341 天,文献[10]给出的转移时间为 308 天,而使用常规化学推进方式的两脉冲转移一般只需要 110 天左右。

## 2.3 两脉冲转移及优化

当渐近轨道与出发天体停泊轨道无法相交时,基于常规化学推进的两脉冲转移是目前最常用的转

移方式。两脉冲转移分别在停泊轨道和(拟)周期轨道的入轨点施加两次机动,其中第二次机动速度一般在零点几米/秒到几十米/秒的量级。

相比其他转移方式,两脉冲转移具有很大的优越性。首先,可以充分利用目前发展比较成熟的化学推进手段;其次,转移时间具有很大的调节性,转移时间在 30 天-200 天左右,考虑转移时间和燃料消耗折衷的转移轨道的飞行时间一般为 110 天左右,相比其他转移方式飞行时间大大缩短;再者,不必拘泥于不变流形的限制,具有很大的设计空间,可以方便地施加各种约束,比如轨道高度、轨道倾角、航迹角等;最后,两脉冲转移不需要复杂的飞行控制技术。考虑到上述优点,虽然相比其他转移方式要消耗稍多的燃料,两脉冲转移仍然是最有实用价值的转移方式。然而由于三体系统的强非线性和解析解缺失以及多峰值问题的存在,三体问题模型下的转移轨道优化设计并不直观,下面介绍求解两脉冲转移常用的优化方法。

### (1) 微分修正方法

微分修正方法本质上是一种依赖于梯度信息的迭代的打靶法,其依赖状态关系矩阵描述约束变量相对控制变量摄动的敏感性,通过不断调整控制变量使约束变量达到期望值。微分修正方法的关键在于状态关系矩阵的求解。作为一种局部优化方法,微分修正方法虽然收敛速度快,但很难获取全局最优解。微分修正方法的另外一个缺点是收敛半径小,往往需要良好的初始猜想。

Mains<sup>[11]</sup>最早使用微分修正方法设计了 Halo 轨道的转移轨道,但求解控制变量数目与约束变量数目不相等的矛盾方程时, Mains 选择了固定部分控制变量的做法,这样虽然降低了系统的自由度,但也减小了方法的收敛半径,同时无法解决约束变量数目多于控制变量数目的情形。

我们改进了 Mains 的方法,使用最小二乘策略求解控制变量数目和约束变量数目不相等的矛盾方程,不仅增大了算法的收敛半径,也能解决约束变量数目多于控制变量数目的转移轨道设计问题,同时最小二乘策略具有明显的物理意义,即机动速度最小,因而最小二乘微分修正方法天然地含有燃料最小消耗的内在要求。

### (2) 两层微分修正方法

两层微分修正方法<sup>[13]</sup>的基本思想是即将计算的轨道离散成  $N$  段,在一次迭代过程中,分别修正  $N$  段轨线端点的位置、速度和时间,反复迭代直到  $N$  段轨线的位置、速度和时间都连续。Howell 等人<sup>[14]</sup>研究了基于并行打靶方法的 Halo 轨道转移轨道设计,并成功应用于 Genesis 取样返回任务的轨道设计。

相比简单微分修正方法,两级微分修正方法的收敛半径更大,对轨道本身的调节能力更强,两级微分修正方法的缺陷在于:(1) 由于该方法将转移轨道分解成由许多连接点组成的“中间段”并行优化,需要的计算量比较大;(2) 初始猜想更加困难,不仅需要预估飞行时间,而且需要猜想一系列离散点的状态,包括位置和速度;(3) 对飞行时间调节能力弱,仿真表明,一旦初始时间给定,两级微分修正方法很难大幅度的改变飞行时间。

### (3) 智能优化方法

鉴于传统的微分修正方法收敛半径小、缺乏全局寻优能力的缺点,我们引入智能算法,设计了一种收敛特性强、具有全局寻优能力的两层优化方法<sup>[15]</sup>。该方法同时利用遗传算法的全局收敛特性和微分修正方法的快速收敛特性。在下层利用微分修正方法的快速收敛能力,快速定位到当前初始条件附近的转移轨道,在上层利用遗传算法的全局收敛能力逼近全局最优解,因而本算法特别适合求解燃料最小消耗转移轨道。但由于遗传算法本身的随机搜索策略,相比微分修正方法和两层微分修正方法,该智能优化方法计算时间要长得多。

### (4) 非线性规划方法

虽然智能优化算法能够逼近全局最优解,但由于引入了随机搜索策略,计算效率低下,而传统的微分修正方法并不能保证所得结果为最优解。我们研究了基于非线性规划的转移轨道优化设计方法。该方法充分利用了数学规划强大的寻优能力,由于在目标函数里包含燃料最小的指标,该方法虽然不能保证能够得到全局最优解,但能确保得到局部最优解,同时计算效率相比上文提到的智能算法大大提高,并且非线性规划方法具有强大的线性 \ 非线性约束处理能力。但相比微分修正和两层微分修正方法,非线性规划方法需要更长的计算时间。

## 2.4 借助其他天体引力助推的转移方式

借力飞行是深空探测活动中常用的节能飞行技术之一,使用借力飞行能够明显节省轨道转移需要的速度增量,但由于借力飞行要求卫星与借力天体交会,借力飞行任务的发射窗口往往比较窄,对导航制导技术要求较高。对于从有天然卫星(比如月球)的天体(比如地球)出发的 IPS 转移轨道设计问题,也可以考虑使用借力飞行技术。

下面以日地系为例,阐述基于借力飞行的 IPS 转移问题。虽然在圆型限制性三体问题模型下,日地系小幅值(拟)周期轨道的不变流形无法与地球停泊轨道相交,但在真实引力模型下,由于月球引力摄动的影响,不变流形有可能到达地球附近<sup>[16]</sup>,从而可以利用月球引力助推的方式将飞行器从停泊轨道转移到(拟)周期轨道上。文献<sup>[17]</sup>还给出一种在月球附近变轨的两脉冲转移方式。为了解决纯粹月球借力时的发射窗口问题,Wilson<sup>[18]</sup>研究了基于相位环轨道的月球借力飞行技术,增加了月球借力飞行任务的发射机会。

我们系统地研究了月球借力飞行在地月系 Halo 轨道转移轨道中的应用。研究了分别在停泊轨道、月球附近、Halo 轨道入轨点进行机动的三脉冲转移方式。仿真结果表明基于月球借力飞行的地月系 Halo 轨道转移轨道相比直接转移节省约 300 - 500m/s 的速度增量,能明显降低燃料携带量,并且适合地月系所有幅值 Halo 轨道的转移轨道设计,具有良好的应用前景。基于此,我们提出了一种新颖的节能月球探测转移轨道新方案,该方案的飞行时间和燃料消耗均介于传统的直接转移和弱稳定转移之间,尤其适合月球背面着陆任务,在我国月球探测工程特别是“嫦娥计划”二三期中具有良好的应用前景。更多设计细节和参数,我们将另文给出。

## 2.5 穿越/非穿越 - 渐近轨道转移

由于双曲流形距离三体系统中的大天体比较远,从大天体出发的转移轨道一直是设计的难点。比如地球在日地系中是小天体,在地月系中是大天体,虽然日地系 L1 点与地球的距离是地月系 L1 点与地球的距离的 4 倍之多,但从地球出发到日地系 L1 点附近的(拟)周期轨道的转移轨道往往更易求解,原因在于日地系的双曲流形在自然状态下距离地球更近。

为了解决从地球停泊轨道到地月平动点附近的(拟)周期轨道的低能量转移问题,可以参考 Koon 等人<sup>[19]</sup>在设计低能探月轨道时的策略。即首先将飞行器发射到比较容易到达的日地系平动点附近的(拟)周期轨道,然后利用 IPS 的流形连接技术只需消耗十分微小的速度增量即可从日地系平动点再次转移到地月系平动点附近。我们的研究<sup>[20]</sup>表明如果采用单纯的流形连接,由于渐近轨道的渐近特性,需要的飞行时间往往比较长,而在流形连接基础上设计基于穿越/非穿越轨道的转移方式则能明显缩短转移时间。

事实上,如果(拟)周期轨道只是飞行任务的中转站,而非飞行任务的最终目标轨道的情况下,使用穿越/非穿越轨道往往能够大幅度的缩短转移轨道的飞行时间,这是 IPS 轨道设计中值得注意的一个问题。

## 2.6 真实星历模型及近似不变流形的应用

以往关于转移轨道的研究大部分都基于圆型限制性三体模型,最终都要转化到真实星历模型下,而对真实星历模型下转移轨道设计的研究并不多,本节研究真实星历模型下的转移轨道设计,给出一种不同于以往设计流程的转移轨道设计方法。

传统的设计流程一般首先在圆型限制性三体模型下设计一条标称转移轨道,然后使用并行打靶或者两层微分修正方法将其转换到真实星历模型下。其前提为圆型限制性三体模型是真实星历模型的良好近似,然而对于三体问题来说并不总是如此,特别是对于转移轨道设计问题。以日地系为例,圆型限制性三体模型下,一般将小天体看成是一个集中在地月质心上的质点,这对于研究平动点附近的性质十分方便,是良好的近似模型,但对于从地球出发的转移轨道设计问题,将地月看成一个集中在地月质心上的质点并不是转移轨道近地段真实力学环境的良好近似。Guzman<sup>[21]</sup>研究了月球对日地系不变流形的影响,发现在计算转移轨道时,圆型限制性三体模型对月球的近似处理已经远远不够。因而对于转移轨道设计而言,圆型限制性三体模型并不是一个良好近似的模型。

这就存在问题:在圆型限制性三体模型下的优化结果在真实星历模型下是否仍然是最优的,简单地将圆型限制性三体模型下设计结果通过并行打靶

或者两层微分修正方法转化到真实星历模型下是否合适?传统设计流程的一个突出优点就是在设计转移轨道时可以利用不变流形作为初始猜想,大大提高了设计效率。而由于没有不变流形理论作指导,真实星历模型下在惯性坐标系里直接进行转移轨道设计并不直观。

研究发现,圆型限制性三体模型下会合坐标系里的(拟)周期轨道在真实星历模型下惯性坐标系内仍然近似为(拟)周期轨道(如图 3 左上所示),并且运动的频率比原来增加了一维(如图 3 右上所示),新增加的运动频率为主天体的二体运动频率。对于日地系而言,周期轨道的周期变为大约原来的两倍。图 3 分别给出了真实星历模型下日地系 L1 点附近的 Halo 轨道在地球惯性坐标系、日地质心会合坐标系、地月质心会合坐标系、平动点瞬时坐标系中的三维投影。为了便于结果显示,图中地球半径放大了 10 倍。

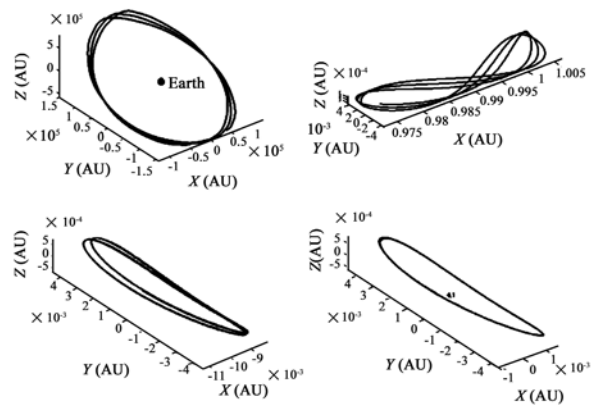


图 3 真实星历模型下设计的 Halo 轨道分别在地心惯性坐标系(左上)、日地质心会合坐标系(右上)、地月质心会合坐标系(左下)、平动点瞬时坐标系中(右下)的三维投影  
Fig. 3 3D Perspective of Sun-Earth/Moon L1 halo orbit designed in the ephemeris model in the Earth centered inertial frame (left up)、Sun-Earth/Moon barycenter synodic frame(right up)、Earth \ Moon barycenter synodic frame(left down) and L1 centered synodic frame(right down)

计算发现,在真实星历模型下,拟周期轨道单值矩阵的特征值结构仍然与圆型限制性三体模型下(拟)周期轨道的特征值结构类似,因而真实星历模型下的拟周期轨道附近仍然存在不变流形,称之为

近似不变流形, 以与圆型限制性三体模型下的不变流形相区别。图 4 给出了近似稳定流形在地球惯性坐标系中的三维投影。由图 4 可见, 与圆型限制性三体模型下(拟)周期轨道的稳定流形类似, 真实星历模型下 Halo 轨道的近似稳定流形仍然分为两簇, 其中一簇在小天体附近运动, 另一簇在大天体附近运动。对近似稳定流形正向积分, 发现近似稳定流形可以绕 Halo 轨道运行一周而不发散, 这也印证了近似不变流形的存在。

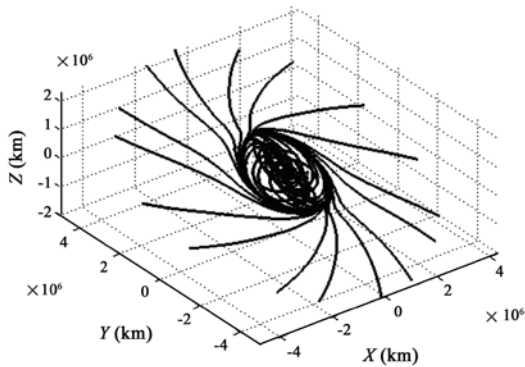


图 4 真实星历模型下 Halo 轨道的近似稳定流形在惯性坐标系的三维投影

Fig.4 3D perspective of the quasi stable manifolds associated with a Sun-Earth/Moon L1 halo orbit in the ephemeris model in the Earth centered inertial frame

从而可以在真实星历模型下, 以近似不变流形作为初始猜想, 直接进行转移轨道设计。这样既克服了使用圆型限制性三体模型计算转移轨道时的不可忽略的模型误差, 又避免了圆型限制性三体模型下的设计结果向真实星历模型转化的繁琐, 同时有了近似不变流形作指导, 转移轨道设计也更加直观、简单, 并且所有的设计和计算都在地球惯性坐标系下进行, 这也更符合传统的轨道设计思路。

以日地系 L1 点附近  $Az = 120000\text{km}$  的 Halo 轨道为目标轨道 (ISEE-3、SOHO 等 L1 点太阳观测任务均为此幅值, 我国“夸父计划”A 星也极有可能采用此幅值的 Halo 轨道作为目标轨道), 基于本节的方法设计其转移轨道。图 5 给出了近似稳定流形在自然状态下与地球的距离 (以稳定流形第一次到达近地点为限, 更长飞行时间不予考虑), 图中下方粗线代表 200km 高度的地球停泊轨道, 由图可见, 近似稳定流形可以与 200km 高度的地球停泊轨道相交, 因而存在零消耗转移轨道, 而在圆型限制性三体问

题模型下, 相同幅值 Halo 轨道的稳定流形并不能与地球停泊轨道相交, 从而也验证了文献 [16] 关于小幅值 Halo 轨道的不变流形在月球引力的摄动下可以与地球停泊轨道相交的结论。图 6 给出了零消耗转移轨道在地心惯性坐标系的三维投影, 其中虚线为 Halo 轨道, 实线为转移轨道, 入轨点时间历元为  $MJD_{2000} = 4933.1$ , 其他指标见表 2。

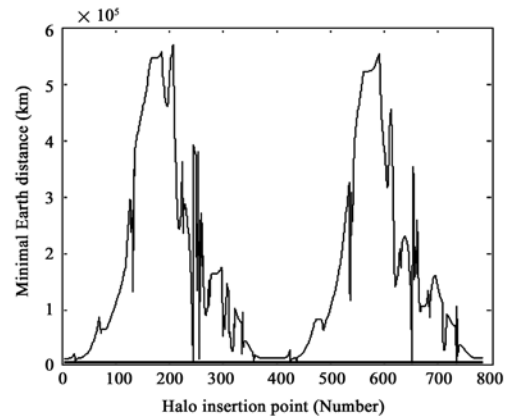


图 5 近似稳定流形与地球最近距离

Fig.5 Minimal distance between quasi stable manifolds and the Earth

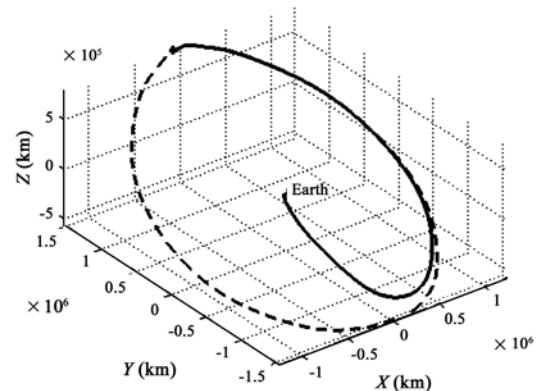


图 6 零消耗转移轨道的三维投影

Fig.6 3D perspective of the free transfer

下面使用最小二乘微分修正方法在真实星历模型下设计该 Halo 轨道的两脉冲转移轨道, 给出两条典型的飞行时间在 110 天左右的转移轨道 T1、T2, 入轨点历元均为  $MJD_{2000} = 5008.6$ , 其他指标见表 1。对比 T1、T2 以及零消耗转移 (T0) 可知, 月球的引力直接影响转移轨道需要的速度增量, 合理利用月球引力, 能够有效节省转移轨道所需的燃料, 但利用月球引力的转移方式对飞行器与月球的交会时间和位置有苛刻的要求, 这会对发射窗口设计和中途修正

提出更高要求。

表 1 零消耗转移及两脉冲转移轨道的比较

Table 1 Comparison of the free transfer with two impulse transfers

转移类型	飞行时间 (Days)	入轨点速度 (m/s)	逃逸速度 (m/s)	总速度 (m/s)	月球最近距离 (km)
$T_0$	204.9	0	3185.07	3185.07	51706
$T_1$	102.2	19.71	3186.55	3206.26	61233
$T_2$	111.7	39.17	3193.08	3232.25	396613

需要特别指出的是,所有关于真实星历模型的设计结果具有和 AGI 公司开发的专业轨道设计软件 SIK 同样的运算精度,从而确保了计算结果的可信性和可靠性,为最终工程应用提供参考。

### 2.7 转移轨道的中途修正

由于平动点卫星对转移轨道初始误差的敏感性以及发射过程中不可避免会存在的误差,平动点任务必须考虑转移轨道的中途修正问题。文献[22-25]分别研究了 Halo 轨道转移轨道的中途修正问题。然而文献[22,23]考虑误差过于简单,文献[24,25]给出的算法需要的机动速度大,并且修正效果不佳,入轨点位置误差大,中途修正次数偏多。

在转移轨道出现初始误差后,实际的转移轨道已经偏离了标称转移轨道。文献[3,4]仍然试图将有初始误差的转移轨道严格控制到标称转移轨道上,因而势必消耗较大的机动速度,位置误差也难以达到要求的精度。本文以标称转移轨道为基础,求解新的转移轨道,从而将转移轨道中途修正问题转化为转移轨道设计问题。新的转移轨道与标称转移轨道末端位置误差应最小,但允许一定的速度误差和转移时间的微调,速度误差可以用 Halo 轨道插入机动来补偿。与文献[24,25]不同,本文算法不需要将轨道严格控制到原来的转移轨道上,约束变量从 7 维的入轨点位置和速度以及转移时间简化为 3 维的末端位置约束,且控制变量从 3 自由度的机动速度变为 4 自由度的机动速度和转移时间,因而本文的算法调节性更强,需要的机动速度更小,而使用的微分修正方法也能保证位置误差精度,且算法本身并不存在误差积累。

以典型的 110 天类型的日地平动点卫星的转移轨道为标称轨道,在考虑初始发射偏差(位置和速度大小方向)、导航偏差、中途修正机动速度偏差的情况下,蒙特卡洛模拟显示本文的算法需要的速度增量远小于文献[24,25],位置误差相比文献[24,25]也提高了一个数量级,大大减轻了轨道保持负担,具

有较高的工程实用价值。表 2 给出了本文中修正指标与文献[24,25]的比较。

表 2 中途修正指标(文献[24]\文献[25]\本文)

Table 2 Comparisons of several transfer trajectory correction algorithms (reference [24]\reference[25]\this paper)

置信水平	速度增量 (m/s)	位置误差 (km)
90%	113 \ 137.9 \ 68.2	2620 \ 954.2 \ 58.7
95%	135 \ 159.2 \ 77.7	3600 \ 1102.4 \ 65.1
99%	174 \ 205.5 \ 95.6	5970 \ 1464.6 \ 77.0

研究发现,首次修正时间直接影响需要的速度增量大小,而末次修正时间直接影响末端位置误差的精度,从而为工程上最终确定中途修正时间序列提供参考。

## 3 IPS 返回转移轨道设计技术

IPS 设计理论特别适合取样返回任务的轨道设计,对于有大气层的星体,本文将返回转移轨道分解为大气层外飞行段和大气层内飞行段分别优化,对于没有大气层的星体,可能需要讨论相应的着陆制导措施,本文将不予考虑。

### 3.1 大气层外返回段轨道设计

大气层外返回转移轨道设计与 IPS 进入转移轨道设计类似,IPS 进入转移轨道的设计方法同样适用于大气层外返回段轨道设计,主要区别在于:

(1) 进入轨道基于稳定流形,而返回轨道基于不稳定流形;

(2) 进入轨道的起点为出发天体的停泊轨道,返回轨道的末端为大气层边界;

(3) 与进入轨道末端与停泊轨道相切,航迹角为零不同,为保证返回轨道进入大气层,从而利用大气阻尼减速,要求返回轨道在大气层边界上的航迹角为小角度负值。

(4) 对轨道的中途修正而言,进入轨道的初始偏差为火箭末级的执行偏差,而返回轨道的初始误差为卫星推力器执行偏差,由于平动点附近的运动具有强非线性,返回轨道中途修正的条件更为苛刻。

### 3.2 大气层内返回段轨道设计

IPS 任务在大气层内的返回段轨道设计与其他星际任务的返回轨道设计并无本质区别,因而其他星际任务返回轨道设计经验对 IPS 任务在大气层内飞行的返回轨道设计具有借鉴和参考意义。

星际任务的返回按飞行器在大气中的气动特性



不同,可以分为弹道式返回、升力式返回、弹道升力式返回<sup>[26]</sup>。飞行器在大气层内返回段除受地球引力外,还受到空气动力的作用,由于严重的气动加热和减速过载,以及落点精度控制等问题,使得大气层内飞行段成为返回轨道中环境最恶劣、情况最复杂的一段,对飞行器的轨道设计、制导和控制都是严峻的考验。关于大气层内飞行段的更多内容参见文献[26,27]。

#### 4 结论与展望

本文在系统地综述和总结前人的研究成果的基础上,研究了 IPS 转移轨道设计技术,重点研究了从出发天体到 IPS 的转移轨道优化设计方法,讨论了这些方法的优点和局限性。研究了真实星历模型下 IPS 转移轨道设计技术,提出了使用近似流形的设计方法,仿真表明该方法简单、直观、有效。文章还给出一种具有工程实用价值的转移轨道中途修正方法。

虽然基于 IPS 设计理论的飞行任务已经成功实施,但 IPS 转移轨道设计技术仍然面临着许多问题需要进一步研究,比如:复杂约束条件下(考虑运载、光照、有效载荷约束)的转移轨道设计、多脉冲转移优化方法、系统间流形连接规律等问题。

#### 参考文献:

- [1] 郑建华,高怀宝,刘正常,等. IPS 理论与技术在深空探测中的应用[J]. 宇航学报, 2008, 29(1): 13 - 17. [ZHENG Jian-hua, GAO Huai-bao, LIU Zheng-chang, GAO Dong, YU Xi-zheng. The application of interplanetary superhighway in deep space exploration missions[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1): 13 - 17(in Chinese).]
- [2] 张泽旭,崔平远,崔洁涛. 行星际高速公路技术[J]. 宇航学报, 2007, 28(1): 9 - 14. [ZHANG Ze-xu, CUI Ping-yuan, Cui Hu-tao. Interplanetary superhighway technology[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(1): 9 - 14(in Chinese).]
- [3] 侯锡云,刘林. 共线平动点的动力学特征及其在深空探测中的应用[J]. 宇航学报, 2008, 29(3): 736 - 746. [HOU Xi-yun, LIU Lin. Characteristics of collinear Libration points and their applications in deep space exploration[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(3): 736 - 746(in Chinese).]
- [4] 侯锡云,刘林. 定点在日-地(月)系 L1 点附近的探测器的发射与维持[J]. 天文学报, 2007, 48(3): 364 - 373. [HOU Xi-yun, LIU Lin. On the transfer and control of spacecrafts around the L1 collinear libration points of the Sun-Earth + Moon system[J]. Acta Astronautica Sinica, 2007, 48(3): 364 - 373 (in Chinese).]
- [5] 周天帅,李东,陈新民,等. 国外日地动平衡点卫星应用及转移轨道实现方式[J]. 导弹航天运载技术, 2004, 272(5): 30 - 34. [ZHOU Tian-shuai, LI Dong, CHEN Xin-min, et al. Application of foreign spacecrafts of Sun-Earth libration points and manners of transfer trajectory[J]. Missiles and Space vehicles, 2004, 272(5): 30 - 34(in Chinese).]
- [6] Gomez G, Jorba A, Masdemont J, et al. Study of the transfer from the Earth to a halo orbit around equilibrium point L1 [J]. Celestial Mechanics, 1993, 56: 541 - 562.
- [7] 徐明,徐世杰. 地月系平动点及 Halo 轨道应用研究[J]. 宇航学报, 2006, 27(4): 695 - 699. [XU Ming, XU Shi-jie. Application of libration points and halo orbits in the Earth-Moon system to space mission design[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(4): 695 - 699 (in Chinese).]
- [8] Martin T O. A low-thrust transfer strategy to Earth-Moon collinear libration point orbits[D]. West Lafayette:Perdue University, 2006.
- [9] 任远,崔平远,栾恩杰. 基于不变流形的小推力 Halo 轨道转移方法研究[J]. 宇航学报, 2007, 28(5): 1113 - 1118. [REN Yuan, Cui Ping-yuan, Luan En-jie. Study of low-thrust transfer to halo orbit with invariant manifolds[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(5): 1113 - 1118(in Chinese).]
- [10] 秦建飞,宝因贺西,李俊峰. 飞向 Halo 轨道的太阳帆航天器轨迹优化[J]. 清华大学学报, 2007, 47(8): 1361 - 1365. [QIN Jian-fei, BAO YN he-xi, LI Jun-feng. Optimal trajectory design of solar sail transfer to halo orbits[J]. J Tsinghua Univ(SCI & Tech) 2007, 47(8): 1361 - 1365(in Chinese).]
- [11] Mains D L. Transfer trajectories from Earth parking orbits to L1 halo orbits[D]. West Lafayette:Perdue University, 1993.
- [12] 李明涛,郑建华,于锡铮,等. 约束条件下的 Halo 轨道转移轨道设计[J]. 宇航学报, 2009, 30(2): (待发表) [LI Ming-tao, ZHENG Jian-hua, YU Xi-zheng, et al. Transfer trajectory design for halo orbit with multiple constraints[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(2) (to be pressed) (in Chinese).]
- [13] Howell K C, Pernicka H J. Numerical determination of lissajous trajectories in the restricted three-body problem[J]. Celestial Mechanics, 1988, 41: 107 - 124.
- [14] Howell K C, Barden B T, Wilson R S, et al. Trajectory design using a dynamical systems approach with application to Genesis [C]// AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Sun Valley, Idaho, 1997.
- [15] LI Ming-tao, ZHENG Jian-hua. The optimization of transfer trajectory for small amplitude halo orbits[J]. Measurement and Control, 2008, 41(3): 81 - 84.
- [16] Canalias E, Gomez G, Marcote M, Masdemont J J. Assessment of Mission Design Including Utilization of Libration Points and Weak Stability Boundaries, 2003.
- [17] Liu C B, Hou X Y, Liu L. Transfer from the Earth to a Lissajous Orbit around the Collinear Libration Point by Lunar Swingby. COSPAR2006 - A - 02217.
- [18] Wilson R S. Trajectory design in the Sun-Earth-Moon four body problem[D]. West Lafayette:Perdue University, 1998.
- [19] Wang Sang Koon, Lo M W, Marsden J E, Ross S D. Low energy transfer to the moon[J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy,

- 2001, 9:63 – 73.
- [20] 于锡峥. IPS 理论在探月节能轨道设计中的应用[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2007. [YU Xi-zheng. Application of IPS in low energy lunar exploration orbit design[D]. Beijing: the Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2007(in Chinese).]
- [21] Guzman J J. Space trajectory design in the context of a coherent restricted four-body problem[D]. West Lafayette: Perdue University, 2001.
- [22] SERBAN R, KOON W S, LO M W, et al. Halo orbit mission correction maneuvers using optimal control[J]. *Automatica*, 2002, 38 (2002): 571 – 583.
- [23] GOMEZ G, MARCOTE M, et al. Trajectory correction maneuvers in the transfer to libration point orbits[C]//International Conference on Libration Point Orbits and Applications, Spain: ESA, 2002: 278 – 311.
- [24] JENKIN A, CAMPBELL E. Generic Halo orbit insertion and dispersion error analysis[C]// AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Monterey: AIAA, 2002: 1 – 10.
- [25] XU MING, XU SHIJIE. Trajectory and correction maneuver during the transfer from earth to halo orbit[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(2008): 200 – 206.
- [26] 刘曦, 赵钧. 空间飞行器动力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003. [LIU Tun, ZHAO Jun. Dynamics of Spacecraft[M]. Harbin: Press of Harbin University, 2003 (in Chinese).]
- [27] 王希季. 航天器进入与返回技术(上、下)[M]. 北京: 宇航出版社, 1991. [WANG Xi-ji. Spacecrafts Entry and Return Technologies [M]. Beijing: Press of Astronautics, 1991 (in Chinese).]
- [28] Franco B Z, Francesco T, Mauro M. Assessment of mission design utilization of libration points and weak stability boundaries[R]. ESOC Contract 18147/04/NL/MV, Final Report. 2004.
- [29] Dunham D W, Jen S J, Robert C E, et al. Transfer trajectory design for the SOHO libration – point mission[C]//43rd Congress of the International Astronautical Federation, Washington, DC, 1992.
- [30] Faquhar R W, Mulhonen D P, Richardson D L. Mission design for a halo orbiter of the Earth[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1977, 14(3): 170 – 177.
- 作者简介: 李明涛(1982 –), 男, 博士生, 研究方向为航天动力学与控制, IPS 轨道设计。  
通讯地址: 北京市海淀区中关村南二条 1 号空间中心信息仿真室(100190)  
电话: (010)62582675  
E-mail: sinoips@126.com

## On Transfer Trajectory Design Technologies of Interplanetary Superhighway

LI Ming-tao<sup>1,2</sup>, ZHENG Jian-hua<sup>1</sup>, YU Xi-zheng<sup>1</sup>, GAO Dong<sup>1</sup>

(1. Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;

2. The Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Interplanetary superhighway(IPS) technology plays an important role in future deep space exploration, transfer trajectory design technologies are key technologies of IPS. On the basis of summarizing previous studies, firstly, theoretical foundation of interplanetary superhighway was analyzed; then, starting from the invariant manifolds theory, the transfer trajectory problem of interplanetary superhighway was studied, emphasis was on the optimization methods of transfer trajectory design in the case that the invariant manifolds could not approach the leaving celestial bodies closely enough; finally, the return transfer trajectory of interplanetary superhighway was decomposed into the extra aerosphere patch and the aerosphere patch to optimize separately, the return transfer trajectory problem of interplanetary superhighway was discussed.

**Key words:** Interplanetary superhighway; Transfer trajectory; Invariant manifolds; Three-body problem