

单颗 MEO 卫星定轨中的二阶钟差模型

胡轩宇^{1,2}, 黄 勇¹, 胡小工¹, 焦文海³

(1. 中国科学院上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100039; 3. 中国卫星导航工程中心, 北京 100081)

摘 要: 分析使用简化动力学和观测模型对单颗 MEO 卫星进行定轨时星地钟差参数化建模问题, 建立了一个基于全弧段二阶钟差模型的定轨方案, 分析了该钟差模型的精度, 及其对定轨精度和卫星钟差预报精度的影响。结合对实测数据处理的结果说明, 基于二阶钟差模型的定轨方案的定轨精度好于 10m, 相对于以往研究中对钟差分段建模的定轨方案精度明显较高, 并且其对错误数据有着更好的抗差性。分析同时表明, 使用二阶模型作钟差预报的精度好于 20ns。

关键词: 定轨; 单星; 钟差模型; 非差法; 钟差预报精度

中图分类号: V475.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2009)03-0924-06

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.016

0 引言

地球中轨卫星(MEO)在许多导航系统中发挥着重要作用,如 GPS 系统^[1]便利用了布控的 MEO 星座来提供全球良好的区域覆盖。利用同时刻接收机对多颗卫星的伪距观测即能解算出用户实时的位置与接收机钟差,所以导航卫星的轨道和钟差精度是影响其工作性能的两个重要因素。卫星和接收机钟差包含在伪距和载波相位观测量中,多星定轨时可以通过同历元差分法来消除星地钟差影响,但当需要对单颗卫星进行定轨时同历元差分法无法使用,这时可以使用非差分法将钟差当作估计参数^[2]在定轨过程中进行确定,钟差模型的合理性及对其求解精度直接影响卫星的定轨精度。

本文分析用非差分法对 CMPS 卫星进行定轨的问题。CMPS 为一颗 MEO 卫星,其轨道高度约 21500km,周期约半天,卫星轨道倾角在 55°左右,星上配备原子钟。对 CMPS 进行观测的接收机分别位于上海(1号)、长春(2号)、西安(3号)、昆明(4号)和乌鲁木齐(5号)5个测站,观测数据为伪距与载波相位。各观测接收机均接入了测站所配备的原子钟频率信号以保证接收机频率的稳定性。其中西安站所维持原子时(TAI)与协调世界时(UTC)保持同步,利用双向时间比对技术(TWSTFT)^[3]将其它四个测

站的 TAI 归算到西安站,测得了部分站间钟差数据,这为更好地评估钟差解算精度提供了条件,也为卫星钟差的预报精度提供了分析依据。在定轨中对钟差采用参数化建模的方法进行估计,在以往研究中对钟差分段建模的基础上,建立了基于全弧段二阶钟差模型的定轨方案,对定轨精度和钟差精度作了详尽的分析。结果说明,使用简化的动力学和观测模型对 CMPS 单星定轨获得的卫星位置精度好于 10m,钟差预报精度好于 20ns。

1 定轨策略

定轨采用基于最小二乘原理的批处理算法^[4,5],求解弧段初始时刻 t_0 的卫星位置 \mathbf{r} 、速度 $\dot{\mathbf{r}}$,以及一个太阳辐射压系数 c_r 共 7 个动力学参数,即

$$\mathbf{X} = (\mathbf{r}' \quad \dot{\mathbf{r}}' \quad c_r)'$$
 (1)

“'”表示转置。考虑到测站地理位置分布的限制,通过仿真研究将定轨弧段选取为 3 天(如图 1)。

1.1 观测模型

选取 J2000.0 平赤道地心天球坐标系描述卫星运动,则有^[6]

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu\mathbf{r}/r^3 + \mathbf{p}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, c_r)$$
 (2)

$-\mu\mathbf{r}/r^3$ 为地球中心引力, \mathbf{p} 为摄动力,在定轨中考虑的因素包括:地球的非球形引力摄动,引力场取到 10×10 阶次;太阳和月球的引力摄动;地球固体潮

和海潮的潮汐摄动;相对论摄动;太阳辐射压及地球反照辐射压摄动等。

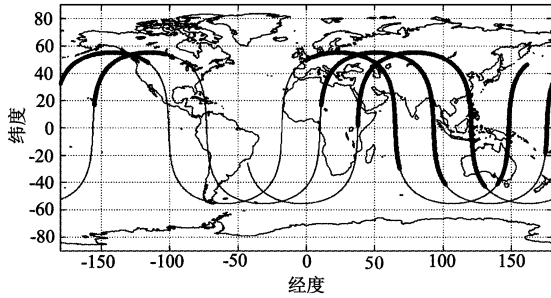


图 1 某个三天弧段 CMPS 星下点轨迹,粗线表示可视弧段分布

Fig.1 Track of sub-satellite point for the CMPS, the observable arcs highlighted

测距观测可表示为

$$Y(t) = \rho(X, t) + c\tau(t) + \delta\rho(t) \quad (3)$$

式中 ρ 表示卫星到接收机的几何距离,它与 X 及观测历元 t 有关。 c 为信号真空传播速度, τ 为星地钟差。 $\delta\rho$ 表示信号从星上发出到接收机的传播路径里引入的其它复杂误差,如电离层延迟、大气延迟和相对论延迟^[7]等。我们使用先验模型对 $\delta\rho$ 中几种主要误差进行修正,包括:使用观测量的无电离层组合消除电离层延迟的一阶效应,由于组合后的伪距观测噪声被显著放大,使用载波相位平滑过的伪距作观测测量^[8];使用 Saastamoinen 模型作了对流层延迟修正,映射函数取 NMF^[9];作了地球固体潮汐、永久潮汐项以及地球自转形变等对于地面台站的修正;作了卫星质心及相位中心修正。

1.2 钟差模型

定轨计算中对 τ 建立相应模型,设钟差模型参数矢量为 \mathbf{b} , 将其与动力学参数一同解算。 τ 包含卫星钟差 τ_{sat} 和接收机钟差 τ_{rec} , 后者可分为站钟差 τ_{sta} 和固有延迟 d , 通常情况下 d 为常数

$$\tau = \tau_{sta} - \tau_{sat} + d \quad (4)$$

如^[2]所述, τ 在一定时间段内可以用线性多项式近似

$$\tau(t) = \tau_0 + \dot{\tau}\Delta t + v(t) \quad (5)$$

对于 GPS 的情况,残差 $v(t)$ 约 1 到 2m。建立基于分段线性钟差模型(PDM)的方案如下(方案 1):对各测站每个对卫星的连续观测弧段(pass)分别求解钟差的常数和线性项系数,即令 $\mathbf{b} = (\tau_{0,1}^1 \dot{\tau}_1^1 \dots \tau_{0,i}^1 \dot{\tau}_i^1 \dots \tau_{0,i}^j \dot{\tau}_i^j \dots)'$, i 和 j 分别对应第 i 测站

的第 j 个 pass,则 $\Delta t = t - t_0^j, t_0^j$ 表示第 i 站第 j 个 pass 的初始历元。

虽然线性函数在短时间内(如数小时)对钟差是较为合理的近似,随着时间跨度的延长这种建模精度会降低。由于卫星和各接收机频率均来自原子频标,随时间跨度延长(如几天)其钟差行为明显呈现二次曲线的形态,

$$\tau(t) = \tau_0 + \dot{\tau}\Delta t + \ddot{\tau}\Delta t^2 + v(t) \quad (6)$$

定义(7)为二阶钟差模型(SOM),建立基于 SOM 的定轨方案如下(方案 2):每个测站均全弧段求解钟差的常数、一次和二次项系数,取 $\mathbf{b} = (\tau_{0,1} \dot{\tau}_1 \ddot{\tau}_1 \dots \tau_{0,i} \dot{\tau}_i \ddot{\tau}_i \dots)'$, (7) 中 $\Delta t = t - t_0$, 可以看出方案 2 的求解参数明显少于方案 1。暂不考虑 SOM 模型精度,直观的结论是方案 2 相对方案 1 能够更好地抑制观测误差对定轨精度的影响,这是因为:钟差与 $\delta\rho$ 观测误差都在视向上,一定程度上无法区分,而相对于 PDM, SOM 反应的是钟差较长期的变化趋势,对钟差的影响有着较强约束。

以下基于对 2007 年 8 月 21 - 23 日(弧段 1)及 27 - 29 日(弧段 2)CMPS 观测数据的处理来分析两种方案的定轨精度及方案 2 的钟差精度。

2 定轨残差

定轨残差 RMS 为

$$rsd = \left(\sum_{k=1}^n (Y_k - \hat{Y}_k)^2 w_k / \sum_{k=1}^n w_k \right)^{1/2} \quad (7)$$

w_k 为第 k 个观测权重, n 为总观测数。 rsd 反应定轨方案对数据的拟合能力。表 1 为 rsd 及观测数统计。无论使用哪种方案,使用相位平滑伪距作观测量进行定轨的 rsd 都在 1m 以下,方案 1 定轨 5 个站总的残差统计不到 30cm,而方案 2 约 60cm,方案 1 的残差明显较小。

图 2 所示为弧段 2 乌鲁木齐站的残差序列。方案 1 残差已无明显系统差,只存在类似周期项的变化趋势;方案 2 的残差无论在各个 pass 内还是整个三天弧段皆有明显的趋势项变化,这说明方案 2 对数据的拟合能力不及方案 1。需指出,残差序列中所反应的除了钟差模型误差外,考虑到本文简化的动力学模型,必然还包含了许多其它未予以考虑的误差源的影响,例如本文仅在全弧段固定卫星面质比求解了一个光压系数,由于卫星形状及空间姿态

参数均不够精确,残差里必然含有光压摄动对卫星的未模制误差。另外,方案 2 每个 pass 的残差都呈

现相同变化趋势,不排除这是由于观测数据存在小的时标偏差的可能。

表 1 定轨残差及观测数的统计

Table 1 Residuals and observation statistics

统计量	方案 1				方案 2			
	弧段 1		弧段 2		弧段 1		弧段 2	
	<i>rsd</i> (cm)	<i>n</i>	<i>rsd</i> (cm)	<i>n</i>	<i>rsd</i> (cm)	<i>n</i>	<i>rsd</i> (cm)	<i>n</i>
上海	30	5099	25	3960	56	4994	44	3896
长春	32	4160	39	5871	73	4160	75	5619
西安	28	5221	17	3028	35	5176	25	3022
昆明	23	2502	26	4291	73	1933	63	4080
乌鲁木齐	27	3336	16	5259	56	3336	52	5182
总计	27	20318	26	22409	59	19688	59	21858

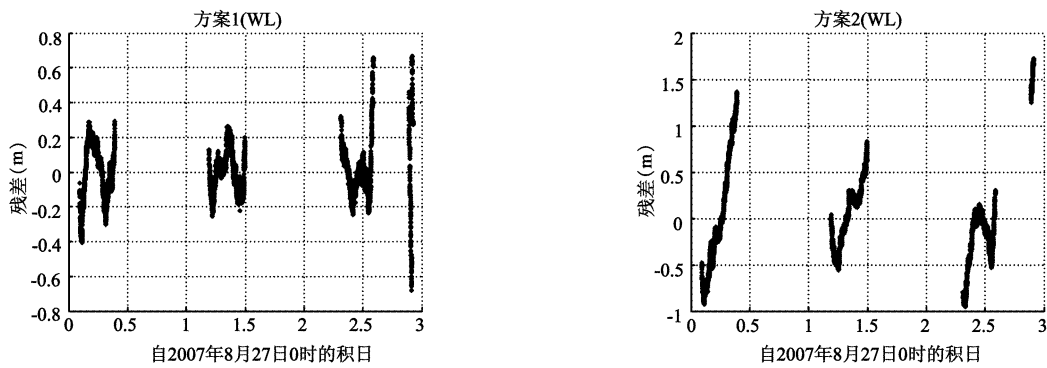


图 2 乌鲁木齐站弧段 2 的定轨残差图左图对应方案 1,右图对应方案 2

Fig.2 Residuals for the 5th observing site in arc 2, on the left: method 1, on the right: method 2

3 定轨精度分析

3.1 两种定轨方案的差异

我们将两种方案所确定的轨道进行互差后分别投影到轨道的径向 (*R*)、迹向 (*T*) 和法向 (*N*) 上。如图 3 所示,弧段 1 两种方案的定轨结果存在较大差异,在 *R*、*T* 和 *N* 方向上 RMS 分别为 10.4m、179.5m 和 28.5m(三维差 182.4m), *R* 分量存在着明显的系统差异。虽然两种定轨方案使用的钟差模型不同,若解算合理它们所确定的轨道都应接近真实轨道,可以推断至少有一种方案的定轨结果不合理。弧段 2 的结果较为一致,三天轨道差异在 *R* 方向仅

有 0.28m,而 *T*、*N* 方向分别为 5.12 与 2.25m(三维差 5.60m)。

3.2 轨道重叠精度分析

为解释弧段 1 两种方案定轨结果的明显差异,以下对所定轨道的重叠误差进行分析,取每个定轨弧段的中间一天轨道与下个弧段在同一天的结果进行互差,该差异可以在一定程度上反应定轨精度:若定轨结果合理重叠误差不应太大。如表 2 所示,在 8 月 22 日,方案 1 的重叠误差较大,达到 150m,而方案 2 只有 4m,这能说明方案 1 的定轨结果肯定存在较大误差;在 8 月 27 日,方案 1 的重叠精度提高到了 13.1m,方案 2 只有 1.7m。

表 2 轨道重叠精度统计

Table 2 Orbit overlapping errors

RMS (m)	8 月 22 日				8 月 27 日			
	<i>R</i>	<i>T</i>	<i>N</i>	<i>POS</i>	<i>R</i>	<i>T</i>	<i>N</i>	<i>POS</i>
方案 1	10.5	148.4	22.1	150.4	1.0	10.5	7.8	13.1
方案 2	0.30	0.67	4.0	4.03	0.27	1.50	0.75	1.7

轨道重叠情况说明,方案 1 在弧段 1 的定轨结果是不可靠的。详细考察表明,方案 2 剔除了 8 月 23 日昆明站存在时标偏差的观测数据约 500 个,但由于方案 1 对钟差分 pass 解算有着更强的适应性,它仍然使用了许多错误数据,分 pass 解算的钟差参数必然吸收了时标偏差所引起的误差,导致了解算的卫星轨道受到影响。相比之下,方案 2 由于所有参数都是三天全弧段求解,无法得到合理利用的异常数据多被直接剔除掉,而全局解算的参数如卫星轨道则未受明显影响。

3.3 与激光数据的比对

我们使用精度较高(cm 级)的激光测距(SLR)数

据检核定轨的视向精度。如图 4 所示,在弧段 1,方案 1 的结果与激光的残差 RMS 达到了 4.3m,方案 2 的结果与激光的差别仅为 0.24m。两种方案在弧段 2 与激光数据都符合得较好,方案 1 残差为 0.72m,方案 2 为 0.36m。

激光数据的校验结果很好地说明了方案 2 对错误数据的抗差性明显优于方案 1,其在无论哪个弧段都具有更高的定轨精度。通常来说,方案 2 重叠精度可以控制在 5m 左右或更小,激光残差反映其视向精度优于 0.5m。保守结论是使用方案 2 的定轨精度好于 10m。需指出,以上的分析均基于观测接收机采用了原子频标的应用条件,否则(7)难以成立。

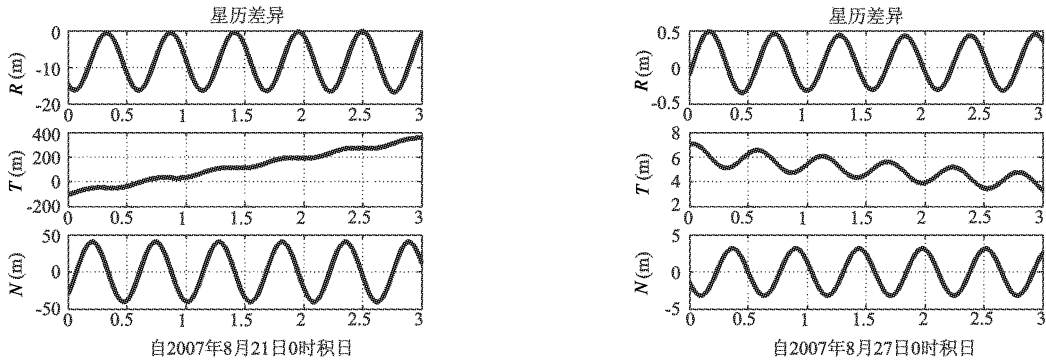


图 3 两种方案所确定轨道的 RTN 差异左图对应弧段 1;右图对应弧段 2

Fig.3 Differences for method 1 (on the left) and 2 (on the right)

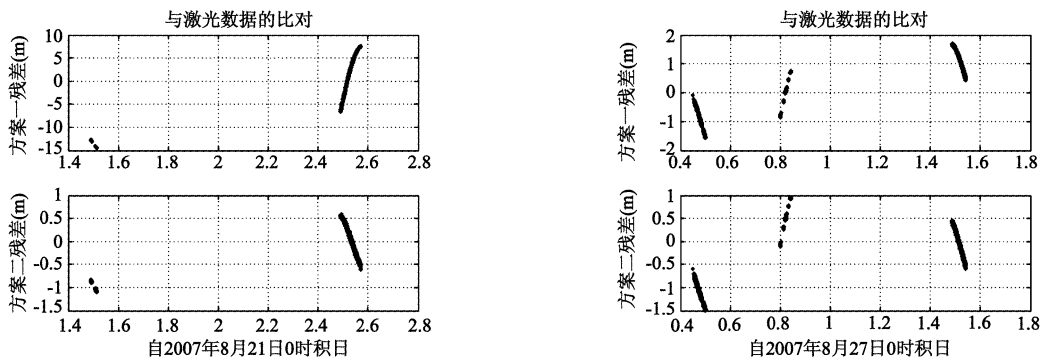


图 4 定轨结果与激光数据的比对,左图对应弧段 1,右图对应弧段 2

Fig.4 Line-of-sight orbit errors evaluated by SLR measurements in arc 1 (on the left) and 2 (on the right)

4 钟差精度分析

4.1 钟差模型精度

除了定轨精度,卫星钟差精度是影响导航卫星定位性能的另一个重要因素,定轨所求解的钟差实际上反应接收机和卫星钟差的共同影响。将各站星地钟差的估计写为

$$\hat{\tau}_i = \tau_i + e_i \quad (8)$$

定义 e 为钟差模型误差,它反应了钟差模型近似实际钟差所损失的精度。西安站的站钟差 $\tau_{sta,3}(t)$ 可忽略,由(4)知对任何其它站 ($i \neq 3$) 的接收机都有如下关系存在

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\tau}_i &= \hat{\tau}_i - \hat{\tau}_3 = d_i - d_3 - \tau_{sta,i} + e_i - e_3 \\ &= \Delta d_i - \tau_{sta,i} + \Delta e_i \end{aligned} \quad (9)$$

因为 d 近似为常数,将上式扣除常偏后的 $\hat{\tau}_{sta,i}$ 与站钟差实测值(由 TWSTFT 测得)的差异 r 可间接反应 Δe 。以下仅分析 SOM 的模型精度,如图 5 所示(上海站、弧段 2), r 全弧段呈二次曲线的形态,大小约几 m。将 r 用二次曲线拟合后的残差 RMS 为 0.9m,这反应了使用 SOM 的局限:(1) r 的二次项残余说明了参数解算本身存在误差,(2) r 中的高频变化来自

实测的站钟差,该变化在卫星钟差中也存在且很难被消除。这两种误差都必然影响定轨精度。各站 r 标准差列于表 3 中,须注意到 r 实则反映 Δe 而非 e 的变化,考虑到 Δe 中可能存在的误差叠加,使用 SOM 的模型精度应好于 10ns(1ns 约对应 0.3m 观测误差)。

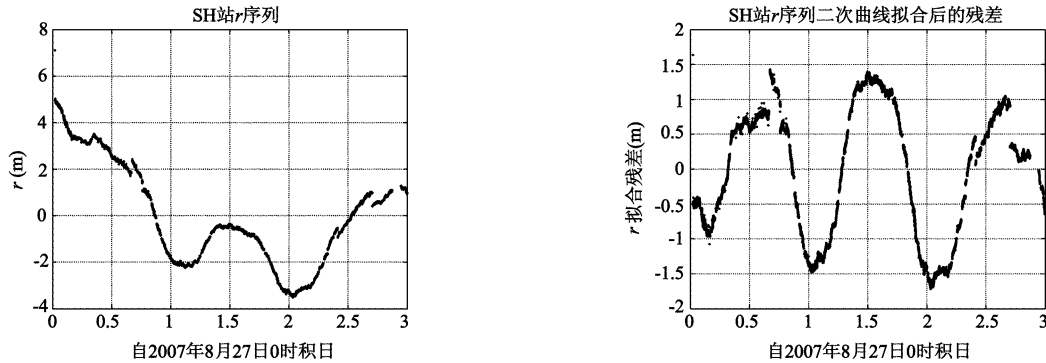


图 5 上海站接收机的 r 序列,其中右图为将 r 用二次曲线拟合后的残差

Fig.5 r sequence for the 1st observing site in arc 2, on the right: the fitting error of r by a 2nd order polynomial

4.2 钟差预报精度

接收机钟差包括站钟差和固有延迟,前者已被测得,而后者基本为常数,如果预先将各接收机的站钟差修正,接收机钟差就只包括固有延迟,星地钟差的一次与二次项均应该反应卫星钟的变化。为此对方案 2 作修改:在定轨计算时预先将站钟差从观测量中扣除,分别求解各站的钟差常数项,而求解公共的钟差一次和二次项。本文通过以下方法来近似考察使用 SOM 进行钟差预报的效果:利用每个弧段定轨所确定的钟差系数外推作钟差的 3 小时和 24 小时预报,再使用下个不重叠弧段求解的钟差参数来校验外推的符合程度。

表 3 各站 r 序列标准差

Table 3 Standard deviations of r

RMS (m)	弧段 1	弧段 2
上海	1.19	2.02
长春	0.53	2.05
昆明	5.28	3.80
乌鲁木齐	1.28	2.00

表 4 的结果说明钟差预报误差 RMS 一般好于 10ns,这种分析仅反应钟差长时间尺度(几天)的变化趋势,而未考虑钟差更高频的变化。考虑到参数解算本身存在误差,故这种两组参数间的校验还不足以说明实际钟差预报精度。但因为对 SOM 模型

精度(10ns)的分析包含了参数求解精度以及钟差的高频误差,根据两个弧段钟差模型误差以及钟差预报误差的叠加不难推论得实际钟差预报的精度在 20ns 以内。

表 4 钟差预报精度统计

Table 4 Errors for clock bias prediction

RMS (m)	预报 3 小时	预报 24 小时
24 日	1.63	2.25
25 日	2.71	3.0
26 日	2.09	4.26
27 日	2.65	2.49

5 结论

本文基于对 CMPS 实测数据的处理研究了非差分法 MEO 单星定轨问题。提出了将星地钟差在三天定轨弧断内近似为二次曲线,建立了相应的定轨方案。采用简化动力学模型和参数化的钟差模型对 CMPS 进行单星定轨的轨道精度可好于 10m,通过与 PDM 的比较说明,本文基于 SOM 的定轨方案有更高的定轨精度,其对错误观测数据有较好的抗差能力。利用实测站钟差数据对 SOM 的模型精度作了评估,并对卫星钟差的预报精度作了分析,结果说明,SOM 的模型精度好于 10ns,利用其作钟差预报的精度好于 20ns。

参考文献:

- [1] Parkinson B W, Spilker J J Jr. Global Positioning System: Theory and Applications[M]. AIAA, 1996, 1.
- [2] 雷辉, 胡小工, 等. 用非差分方法确定单颗 NAV 卫星的轨道[J]. 天文学进展, 2008, 26(2): 192 - 201. [LEI Hui, HU Xiao-gong, et al. Orbit determination for single navigation satellite using non-difference method[J]. Progress in Astronomy, 2008, 26(2): 192 - 201(in Chinese).]
- [3] 李志刚, 李焕信, 等. 卫星双向法时间比对的归算[J]. 天文学报, 2002, 43(4): 422 - 431. [LI Zhi-gang, LI Huan-xin, et al. Reduction for the two-way satellite time and frequency transfer[J]. Acta Astronomica Sinica, 2002, 43(4): 422 - 431(in Chinese).]
- [4] Tapley B D, Schutz B E, Born G H. Statistical Orbit Determination [M]. Elsevier, 2004.
- [5] Shalom Y, Li X R, et al. Estimation with Applications to Tracking and Navigation[M]. Wiley, 2001.
- [6] Beutler G. Methods of Celestial Mechanics[M]. Springer, 2005, 1.
- [7] 赵铭. 天体测量学导论[M]. 中国科学技术出版社, 2006. [ZHAO Ming. Introduction to Astrometry[M]. China Science and Technology Press, 2006(in Chinese).]
- [8] Hatch R R. The synergism of GPS code and carrier measurements [C]// Proceedings of the 3rd International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, New Mexico, 1982: 1213 - 1231.
- [9] Niell A E. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelength[J]. Journal of Geophysical Research, 1996, 101(B2): 3227 - 3246.

作者简介:胡轩宇(1984 -),男,硕士生,研究方向为空间飞行器精密定轨。

通信地址:上海市南丹路 80 号(200030)

电话:(021)64386191

E-mail:xyhu@shao.ac.cn

On the Second Order Clock Bias Model in Orbit Determination for the MEO Satellite

HU Xuan-yu^{1,2}, HUANG Yong¹, HU Xiao-gong¹, JIAO Wen-hai³

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China;

2. Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China;

3. China Satellite Navigation Project Center, Beijing 100081, China)

Abstract: This article studied the use of clock bias (CB) models in the orbit determination (OD) for a single MEO satellite via range measurements. An OD method based on the second order CB model (SOM) was proposed and applied to the real life data processing and the accuracy of both the estimated satellite states and the SOM were analyzed. It is shown that compared to the OD method based on the pass dependent CB model, the SOM based method yields better orbit precision of less than 10m and it is a more robust method to problematic observation data. Analysis also indicates that the accuracy of CB prediction via the SOM is better than 20ns.

Key words: Orbit determination; Single satellite; Clock bias model; Non-difference method; Clock bias Prediction accuracy