

多粘弹性胶膜夹层约束阻尼梁损耗因子分析

徐超¹, 张醒¹, 李瑞杰², 游少雄²

(1. 西北工业大学航天学院, 西安 710072; 2. 航天材料及工艺研究所, 北京 100076)

摘要: 研究了嵌入多粘弹性胶膜夹层约束阻尼梁结构的固有频率及损耗因子分析的一种有限元方法。基于分层离散的 Layer Wise 理论推导了阻尼梁单元的有限元计算程式。结合模态应变能法, 建立了多阻尼层约束梁模态损耗因子的计算方法。将该方法与传统的复合单元计算方法及试验数据进行了比较。结果表明, 该方法具有计算精度高、计算耗费小的优点, 可应用于复杂多阻尼夹层复合结构的损耗因子分析和阻尼参数优化设计。

关键词: 阻尼; 粘弹性; 有限元; 离散层; 损耗因子

中图分类号: V414 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328 (2009) 02-0458-05

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.0010

0 引言

随着飞行器技术的发展, 航天产品所处的振动、冲击、噪声等力学环境比过去更为复杂和恶劣, 对振动抑制也有了更高的要求。结构/阻尼一体化技术是一种新型高效的阻尼减振技术, 其减振原理是通过某种方式将粘弹性高阻尼材料做成薄膜后添加到结构中, 制成多层约束阻尼结构, 使得结构损耗因子明显增大的同时, 较少地避免强度、刚度损失, 达到高效振动响应控制和结构承载功能一体化的目的。然而, 多层复合结构存在着沿厚度方向的材料不连续性、层间刚度不均匀性及粘弹性阻尼机理的复杂性等特点, 针对此类结构的分析理论和方法发展仍不成熟, 很大程度上限制了其在宇航工程中的有效应用。

约束阻尼结构 (Constrained damping layer, CDL) 的动特性和损耗因子的分析方法主要有理论解析方法和有限元方法两大类。理论方法包括有复刚度法、变形能法和模态分析法等^[1,2]。解析法主要存在着对结构简化假设过多, 计算精度低, 且只能建立起简单结构的理论计算公式等问题。有限元法包括复特征值法、模态应变能法和直接频率响应法。工程中对约束阻尼结构的有限元建模, 较多采用了复合单元方法^[3-5]。它是采用不同的单元描述复合结构的各层, 如采用实体单元描述阻尼层, 采用板壳单元模拟弹性层, 分别形成各层的单元矩阵, 然后叠加形成复合结构刚度、质量和阻尼矩阵。该方法能

够直接利用通用有限元软件的现有单元, 计算原理简单。文献 [3] 应用该方法研究了蜂窝锥壳卫星支架结构的被动振动控制问题。文献 [4] 研究了粘弹性阻尼减振技术在导弹隔冲击结构中的应用。文献 [5] 应用 ANSYS 软件研究了复合材料约束阻尼结构的参数化设计问题。复合单元方法应用于多粘弹性胶膜夹层约束阻尼结构时主要存在以下缺点: 一是随结构层数增多, 有限元模型规模骤增, 计算耗费巨大; 二是阻尼胶膜厚度较小, 体单元模拟时单元形状误差大, 造成计算数值问题; 三是不易于进行阻尼设计参数优化。

Layerwise 分层离散理论是描述层合结构力学特性的精细理论。基于 Layerwise 理论的有限元单元被广泛构造和应用用于复合材料层压结构的精细应力分析^[6,7]。它在统一的单元描述下, 能够离散的考虑各层的力学参数, 特别适用于模拟层间力学特性差异较大的结构, 计算模型简单, 易于进行优化设计。本文基于分层离散 Layerwise 理论, 推导了可用于分析多粘弹性胶膜夹层约束阻尼梁结构的有限元单元和相应的损耗因子计算方法, 将其应用于复杂多层阻尼结构的动特性和损耗因子预测, 并与复合单元法和振动试验结果进行了对比。

1 多层阻尼梁单元理论模型

1.1 单元描述

根据 Layerwise 理论, 将多胶膜夹层约束阻尼结

构梁的各层分别视作考虑剪切变形的铁木辛柯梁,但各层梁在界面处位移需保持连续。构造有限元单元时,引入下述基本假设:

(1) 忽略层间挤压引起的变形,即 $\varepsilon_z = 0$;

(2) 考虑各层梁的剪切变形,但假设各层内剪应变为常数;

(3) 各层内材料均匀,阻尼胶膜为线性粘弹性材料。

基于 Layerwise 理论和基本假设,构造的 n 层阻尼梁单元如图 1 所示。每个梁单元有三个节点,依次为 $A、C、B$ 。其中, $A、B$ 为单元的两个端节点,节点自由度包括每层分界面上的梁轴向 (x 向)位移 u_k ,参考界面上的横向 (z 向)位移 $w^A、w^B$; C 节点为单元的中节点,节点自由度只有参考界面上的横向位移 w^C 。

如图 1 所示,梁单元剖面宽为 b ,长为 L_e 。取底面为参考界面, $u_k^A、u_k^B$ 为第 k (k 从 0 到 n) 分界面上端节点处的轴向位移; w 为界面上的横向位移。 t_k 为第 k 层的厚度, h_k 为第 k 个分界面到参考面的距离。构造单元时将各个层的轴向位移定义在分界面上,因此层间的位移连续性可自然得到满足。单元第 k 层内的位移场可描述为上下层界面位移的插值关系:

$$\begin{Bmatrix} u(x,z) \\ w(x,z) \end{Bmatrix}_k = [F(z)]_k \begin{Bmatrix} u_{k-1}(x) \\ u_k(x) \\ w(x) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中, $[F(z)]_k$ 为厚度方向位移插值矩阵,根据层内常剪应变假设,可知

$$[F(z)]_k = \begin{bmatrix} (z-h_k)/t_k & 1 - (z-h_k)/t_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

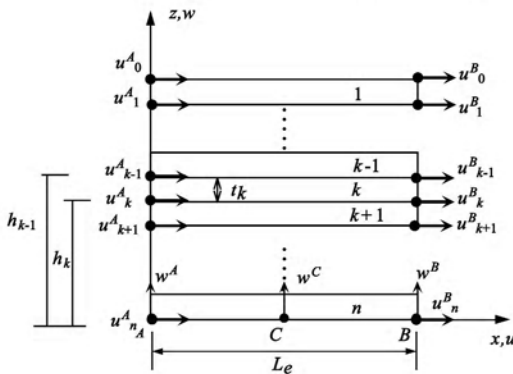


图 1 多层阻尼梁单元的几何描述和节点自由度

Fig. 1 Geometry description and node degrees of freedom for n -layer damping beam finite element

按照基本假设和有限元理论^[8],各层界面上位移与对应节点位移 $\{U\}_k$ 的插值关系可描述为

$$\begin{Bmatrix} u_{k-1}(x) \\ u_k(x) \\ w(x) \end{Bmatrix} = [N(x)] \{U\}_k \quad (3)$$

$$\{U\}_k = \{U_{k-1}^A, U_{k-1}^B, U_k^A, U_k^B, W^A, W^C, W^B\}^T \quad (4)$$

上式中, $[N(x)]$ 为单元插值函数矩阵。若假定各层长度方向的轴向位移模式为线性,横向位移模式为二次,单元插值函数矩阵为

$$[N(x)] = \begin{bmatrix} 1 - \xi & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \xi & \xi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ & 2\xi^2 - 3\xi + 1 & -4\xi^2 + 4\xi & 2\xi^2 - \xi \end{bmatrix} \quad (5)$$

上式中, $\xi = \frac{x}{L_e}$ 。

综合 (1) — (5) 式可得单元第 k 层上的位移与界面节点位移的插值关系为

$$\begin{Bmatrix} u(x,z) \\ w(x,z) \end{Bmatrix}_k = [F(z)]_k [N(x)] \{U\}_k \quad (6)$$

1.2 应变—位移关系

根据线弹性理论和基本假设,第 k 层单元的应变与位移的关系为

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{cases} \quad (7)$$

把 (6) 式代入 (7) 式,可得单元第 k 层上的应变与界面节点位移的关系为

$$\begin{cases} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{cases}_k = \left[[F(z)]_k [N'(x)] + [F'(z)]_k [N(x)] \right] \{U\}_k = [B]_k \{U\}_k \quad (8)$$

式中, $[B]_k$ 为单元第 k 层的几何矩阵。

1.3 单元刚度矩阵和质量矩阵

设单元第 k 层上的应力—应变关系可描述为

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} E_k & 0 \\ 0 & G_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}_k \quad (9)$$

$E_k、G_k$ 分别为第 k 层材料的拉压弹性模量和剪切模量。若考虑材料结构阻尼,则 $E_k、G_k$ 应为复数。

根据最小势能原理^[8],可推得单元第 k 层的刚度矩阵为

$$[K_e]_k = b \int_{h_k}^{h_{k+1}} \int_0^{L_e} [B]_k^T [E]_k [B]_k dx dz \quad (10)$$

引入第 k 层界面节点位移与单元整体节点位移间的转换矩阵 $[T]_k$

$$\{u\}_k = [T]_k \{u\}_e \quad (11)$$

多层阻尼梁单元的整体节点位移向量为

$$\{u\}_e = \left\{ u_0^A, u_1^A, \dots, u_N^A, w^A, w^C, \right. \\ \left. u_0^B, u_1^B, \dots, u_N^B, w^B \right\}^T \quad (12)$$

对每一层的刚度矩阵进行变换后,可叠加得到梁单元的整体刚度矩阵

$$[K_e] = \sum_{k=1}^n [T]_k^T [K_e]_k [T]_k \quad (13)$$

同理,可得单元的整体质量矩阵为

$$[M_e] = \sum_{k=1}^n [T]_k^T [M_e]_k [T]_k \quad (14)$$

式中 $[M_e]_k$ 为单元第 k 层的质量矩阵。

$$[M_e]_k = b \rho_k \int_{h_k}^{h_{k+1}} \int_0^{L_e} [N]_k^T [F]_k [F]_k [N]_k dx dz \quad (15)$$

2 损耗因子计算

将多层梁结构离散后,分别形成各单元的刚度矩阵,然后组集形成结构整体刚度矩阵 $[\bar{K}]$ 和质量矩阵 $[\bar{M}]$ 。根据变分原理,结构整体运动方程为

$$[\bar{M}] \{\ddot{u}\} + [\bar{K}] \{u\} = \{F(t)\} \quad (16)$$

线弹性粘弹性阻尼材料频变的本构关系可应用复模量模型:

$$E_k^*(\omega) = E_k (1 + j\eta_k) \\ G_k^*(\omega) = G_k (1 + j\eta_k) \quad (17)$$

式中 η_k 为粘弹性材料的损耗因子, $j = \sqrt{-1}$ 。

求解式 (16) 的复特征值问题可得各阶阻尼振动的固有频率、模态振型和损耗因子。但对复杂工程结构而言,复特征值法计算耗费较大。根据无阻尼情况下计算的固有频率和模态振型与阻尼情况接近,可采用模态应变能法计算阻尼结构的模态频率和损耗因子^[5]。

第 m 阶模态的损耗因子 η_m 可表示为与 m 阶模态对应的结构耗散能与贮存的应变能之比

$$\eta_m = \frac{\int_0^{L_e} \Delta W_m dx}{\int_0^{L_e} W_m dx} \quad (18)$$

计算出无阻尼结构的固有频率和模态振型,并假设

阻尼模态振型与之相同。则上式可替换为

$$\eta_m = \frac{[\varphi]_m^T \text{Im} [\bar{K}] [\varphi]_m}{[\varphi]_m^T \text{Re} [\bar{K}] [\varphi]_m} \quad (19)$$

$[\varphi]_m$ 为第 m 阶无阻尼模态的模态振型。考虑到粘弹性阻尼材料模量的频变属性,上述步骤需采取迭代方法进行。

3 计算与讨论

采用 matlab 软件编写了多层梁单元的有限元计算程序,并通过算例将该方法的计算结果与传统的复合单元分析方法进行了对比。复合单元法建模和分析采用 MSC. NASTRAN 软件。

3.1 固支—固支阻尼夹层梁

两端部固支矩形截面阻尼夹层梁长度 l 为 100mm,宽度 b 为 5.0mm。总层数为 5 层,每一层厚度均为 1.0mm。第 1、3、5 弹性层弹性模量 $E_e = 60\text{Gpa}$,泊松比 $\mu = 0.33$,材料密度为 $\rho = 2.7 \text{ g/mm}^3$;第 2、4 夹层为粘弹性阻尼材料,弹性模量实部 $E_v = 7.5 \times 10^{-3} \text{ Gpa}$,泊松比 $\mu = 0.496$,材料阻尼损耗因子 $\beta = 1.11$ 。应用 NASTRAN 进行复合单元法建模时,弹性层采用 CQuad4 板单元,阻尼层采用 Hex8 六面体单元,通过定义板单元节点与对应实体单元节点间的多点约束单元 (Rbe2),保证层间位移协调,有限元模型示意图如图 2 所示。

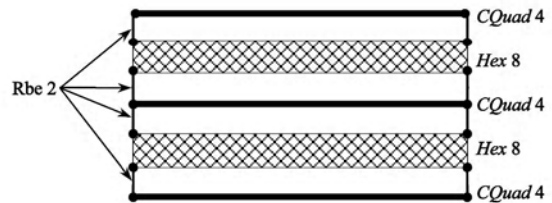


图 2 复合单元法有限元模型示意图

Fig. 2 Hybrid finite element model for CDL

应用本文阻尼夹层梁单元建模时,梁结构长度方向划分为 25 个单元,厚度方向离散为 5 层。图 3 给出了两种方法预测的前七阶弯曲模态的固有频率和模态损耗因子。

据图可知,两种方法预测的固有频率和损耗因子值都非常接近。随着频率增大,两种方法计算结果的误差也随之增大。

3.2 固支—自由阻尼夹层梁

研究三种不同长度单向玻璃纤维复合材料阻尼夹层梁^[9]。梁宽度 b 均为 20mm,长度分别为 160mm, 180mm, 200mm。阻尼夹层梁各层参数见表 1。

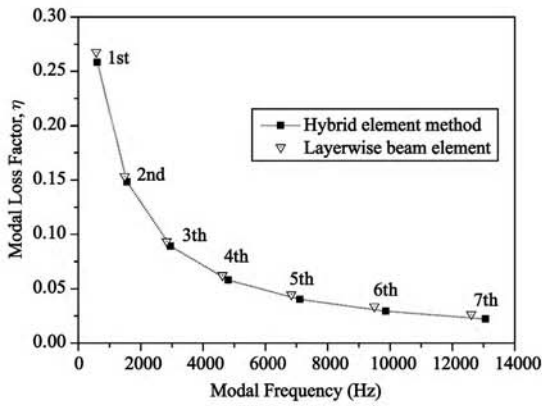


图 3 两种方法计算的模态固有频率和损耗因子比较
 Fig. 3 Predicted modal frequency and loss factor for seven bending modes of clamped-clamped beam

表 1 固支—自由阻尼夹层梁结构参数

Table 1 Structural parameter for clamped-free sandwich beam

层	材料	厚度 mm	弹性模量 Gpa	泊松比	损耗因子	密度 kg/m ³
1	GFC	1.1	29.9	0.24	0.004	1600
2	VEM	0.4	◇	0.49	□	1000
3	GFC	1.1	29.9	0.24	0.004	1600

◇粘弹性阻尼材料频变实弹性模量: $\log E_p = 0.1061 \log f + 1.52$ 单位为 MPa。

□粘弹性阻尼材料频变的损耗因子: $\eta_p = 39.4 - 5.56 \log f, \%$ 。

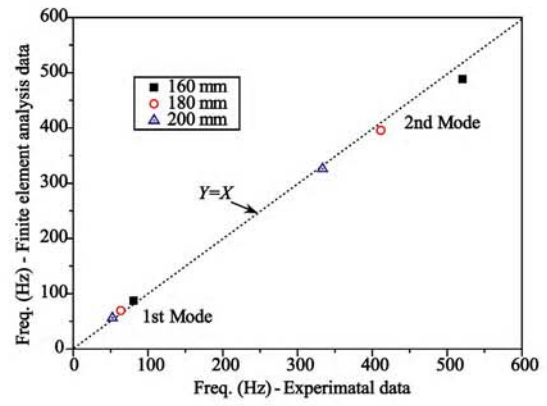
文献 [9] 给出了该悬臂梁前两阶弯曲振动的固有频率和损耗因子的振动试验结果。采用本文阻尼夹层梁单元的分析结果与试验结果的对比见图 4。有限元建模时沿梁长度方向划分为 10 个单元,沿厚度离散为 3 层。

由图 4 (a)可知,三种结构前两阶模态固有频率的计算结果和试验结果较吻合,相关性较好。相比而言,模态损耗因子的有限元分析和试验误差要大,但最大误差均未超过 15%。由图 (b)可见,低阶模态损耗因子的预测精度要高于高阶模态。一般说来,损耗因子的实验测定受摩擦阻尼、边界条件理想化、数据处理等的影响较固有频率测定更大,因而试验误差较大,且愈到高阶模态愈为明显。

另外,三种结构相比,200mm 的梁的分析结果与试验结果相关性最好。这表明,随着长度增加,结构宽度方向的影响减弱,结构特点与梁单元理论模型更为接近,计算精度越高。

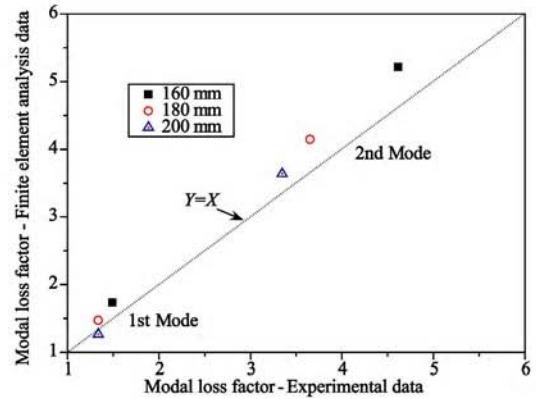
3.3 耗费分析

结构动力有限元分析的计算耗费,主要受到结构总刚阵规模的影响。以 3.1 中固支梁的计算为例,采用复合单元法建模时,共采用了 75 个板元、50



(a) 固有频率对比

(a) Modal frequency



(b) 模态损耗因子对比

(b) Modal loss factor

图 4 阻尼梁有限元计算结果与试验结果对比

Fig. 4 Comparison between finite element analysis and vibration experiments for a clamped damping beam

个体单元和 104 个多点约束单元,结构整体刚度矩阵维数为 720;而采用本文阻尼梁单元建模时,总刚维数只有 193,只有前者的约 1/4。而随着层数增加,这种耗费对比优势将更为明显。

4 结论

(1) 基于分层离散的 Layerwise 理论构造的阻尼复合梁单元可用于多粘弹性胶膜夹层约束阻尼梁的阻尼振动特性预示,计算精度较高。

(2) 与传统的复合单元法相比,采用本文阻尼梁单元的有限元分析较复合单元法计算耗费有明显的降低。

(3) 由于当铺层顺序和铺层厚度发生变化时,无需重新形成有限元计算网格,文中建议的单元和分析方法可方便应用于阻尼结构的参数化和优化设计。

参考文献:

- [1] Hu H et al. Review and assessment of various theories for modeling sandwich composite [J]. *Composite Structures* 2007, j. construct 2007.08.007.
- [2] 桂洪斌, 赵德有, 郑云龙. 粘弹性阻尼层结构动力问题有限元分析综述 [J]. *振动与冲击*, 2001, 20 (1): 44 - 47. [GUI Hong-bin, ZHAO De-you, ZHENG Yun-long. A review of finite element method for analyzing dynamic problem of structure with viscoelastic damped layer [J]. *Journal of Shock and Vibration*, 2001, 20 (1): 44 - 47.]
- [3] 杜华军, 于百胜, 郑钢铁, 黄文虎. 蜂窝锥壳卫星适配器约束阻尼层振动抑制分析 [J]. *应用力学学报*, 2003, 20 (03): 5 - 10. [DU Hua-jun, YU Bai-sheng, ZHENG Gang-tie, HUANG Wen-hu. Vibration suppression of a conical honeycomb satellite adapter subjected to constrained layer damping [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2003, 20 (03): 5 - 10.]
- [4] 任怀宇. 粘弹性阻尼减振在导弹隔冲击结构中的应用 [J]. *宇航学报*, 2007, 28 (6): 1494 - 1499. [REN Huai-Yu. The Application of viscoelastic damping vibration suppression for shock-isolation structure of multistage missile [J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28 (6): 1494 - 1499.]
- [5] ZHANG Shao-hui, CENG Hua-ling. A study on the damping characteristics of laminated composites with integral viscoelastic layers [J]. *Composite Structures*, 2006, (74): 63 - 69.
- [6] Theofanis S. Plagianakos, et al. High-order layerwise mechanics and finite element for the damped dynamic characteristics of sandwich composite beams [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, (41): 6853 - 6871.
- [7] Zapfe J A, Lesieutre G A. A discrete layer beam finite element for the dynamic analysis of composite sandwich beams with integral damping layers [J]. *Computers and Structures*, 1999, (70): 647 - 666.
- [8] Rober D. Cook, et al. 有限元分析的概念与应用 [M]. 关正西, 强洪夫译. 西安: 西安交通大学出版社, 2007. [Rober D. Cook, et al. *Conceptes and Applications of Finite Element Analysis* [M]. Xi 'an: Xi 'an Jiaotong University Press, 2007.]
- [9] Jean-marie Berthelot, et al. Damping analysis of unidirectional glass fiber composite with interleaved viscoelastic layers: Experimental investigation and discussion [J]. *Journal of composite material*, 2006 (21): 1911 - 1932.

作者简介: 徐超 (1979 -), 男, 博士, 讲师, 研究方向为复杂结构动力学与振动控制、宇航先进结构设计。
通信地址: 西北工业大学 249 号信箱 (710072)
电话: (029) 88493620
E-mail: chao_xu@nwpu.edu.cn

Modal Loss Factor Analysis for Sandwich Beams Embedded with Multiple Viscoelastic Damping Thin Layers

XU Chao¹, ZHANG Xing¹, LI Rui-jie², YOU Shao-xiong²

(1. College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi 'an 710072, China;

2. Aerospace Research Institute of Material and Processing Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: The high-order discrete layer-wise theory and a beam finite element were proposed for predicting the natural frequencies and modal loss factors of sandwich damping beams with multiple thin visco-elastic layers. The finite element formulations built by the high-order theory were present. Integrating with the modal strain energy method, the modal loss factor formulas were developed for the complicated sandwich damping beams. Numerical results and evaluations of the present method with traditional hybrid finite elements and experimental results were given. It was clear that the present method is more effective, higher precision and lower expense.

Key words: Damping; Viscoelastic; Finite element; Layer-wise; Modal loss factor