

# 分导飞行器多模型自适应控制方法研究

丁保春<sup>1</sup>, 姜苍华<sup>2</sup>, 钟震<sup>2</sup>, 李亚菲<sup>2</sup>, 段广仁<sup>2</sup>, 周进<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学航天与材料工程学院, 长沙 410073; 2. 哈尔滨工业大学控制理论与制导技术研究中心, 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 基于单位四元数描述和一种偏差动态线性化方法, 得到了刚体飞行器的一种间接式多模型自适应控制律, 解决了转动惯量不确定且可能发生突变的分导飞行器的姿态跟踪问题。该控制策略可以有效地检测出转动惯量的突变, 然后切换到当前最合适的控制器进行控制。理论分析证明采用该控制策略闭环系统全局渐近稳定, 数值仿真表明该方案具有比单模型自适应控制更好的暂态跟踪性能。

**关键词:** 分导飞行器; 姿态控制; 自适应控制; 多模型; 切换

**中图分类号:** V412.4      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2009)01-0171-08

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.030

## 0 引言

分导飞行器在飞行过程中按照任务的需要会多次释放载荷, 造成质心和转动惯量的大幅度突变。对于这种具有大范围参数不确定性的系统, 如何设计姿态控制律保证控制的稳定性、速度和精度, 同时又减小控制余量是工程实现上的难题。众所周知, 传统鲁棒控制局限于充分小范围内的参数变化, 而传统自适应控制又对突变响应过慢, 以至于在收敛前出现大幅振荡。多模型自适应控制将多模型描述、控制律切换、参数调节这三者统一在一起, 首先基于某判据将偏差最小的模型对应的控制器切换进回路, 再在一个相对长的时间尺度上调节参数以提高控制精度<sup>[1]</sup>。相比单模型的自适应控制方法, 多模型自适应控制能够处理的参数不确定性范围更大, 对于参数的突变适应力更强, 暂态响应性能更佳。考虑到分导控制的特殊要求, 本文期望提出适合于分导飞行器的多模型自适应控制律, 保证姿态跟踪的稳定性、快速性和控制精度。

多模型自适应控制的研究始于上世纪70年代, 90年代成为自动控制界的研究热点<sup>[2]</sup>。在方法上, 它可分为直接切换、间接切换、多控制器凸组合三种类型<sup>[1]</sup>, 其中后两类的实际应用较多。文献[3]将它应用于机械臂控制, 文献[4-7]将它应用于航空航天领域。此外, 在化工过程、生物医学等方面, 多模

型自适应控制也有很多应用。在理论上, 经过三十多年的发展多模型自适应控制在线性定常系统上已有较为完整的解决方案<sup>[8]</sup>, 而非线性系统的多模型自适应控制只在基于神经网络的方法<sup>[9,10]</sup>和某些特定类型的系统上取得了结果<sup>[3,7,11]</sup>。

对于刚体飞行器来说, 它的姿态动力学、运动学方程是非线性的, 这对多模型自适应控制律的设计造成了困难。而文献[7]虽然基于多自适应观测器加变结构控制的方案给出了刚体飞行器的轨迹跟踪多模型自适应控制律, 但并没有给出严格的稳定性证明。

在文献[3]讨论的一类刚性连接机械臂的轨迹跟踪控制问题中, 文章采用间接自适应控制方案构造计算转矩控制律将机械臂的跟踪偏差动态转化为一个二阶线性系统, 继而得到了相应的多模型自适应控制方案。但是, 刚体飞行器的旋转角速度是姿态角(或姿态四元数)导数的非线性函数, 无法直接应用上述方法。本文在四元数描述的基础上, 借助于文献[12]给出的偏差线性化方法, 成功地将姿态跟踪偏差动态表示为偏差四元数矢量部分的二阶线性微分方程, 得到了确保渐近跟踪的分导飞行器的多模型自适应控制方案, 实现了由文献[3]中的机械臂多模型自适应控制方案向刚体飞行器的推广。理论分析和仿真实验证明了方案的有效性。

注意到, 工程中对于飞行器姿态的控制往往是

采用一种事先装订的增益调度控制律,它以时间或某种可测信号为调度变量,按照程序切换控制律。然而,分导过程中一旦某一载荷未能按程序分离,事先装订的增益调度控制律就失去了对正确调姿和推进的保证。考虑到这一因素,有必要为姿态控制算法增加模型辨识环节,增强飞行器姿态控制系统的自主能力。

后文中,  $R^+$  和  $Z^+$  分别表示非负实数集和非负整数集,  $R^n$  代表  $n$  维欧氏空间,  $R^{n \times m}$  代表  $n \times m$  维实矩阵,  $I_n$  代表  $n \times n$  维的单位阵。  $L_\infty$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  分别表示 Lebesgue 意义下的有界函数空间,可积函数空间及平方可积函数空间。

## 1 分导飞行器的多模型自适应控制

### 1.1 问题描述

如果忽略弹性模态和液体晃动造成的影响,分导飞行器的姿态动力学方程可以描述为:

$$M = J\dot{\omega}_{s_0} + \omega_{s_0}^\times J \omega_{s_0} \quad (1)$$

其中,  $M \in R^3$  表示连续的控制力矩,  $J \in R^{3 \times 3}$  为对称正定的转动惯量矩阵,  $\omega_{s_0} \in R^3$  是飞行器相对于惯性坐标系的角速度。规定式(1)中的  $M$ ,  $J$ ,  $\omega_{s_0}$  均为飞行器本体坐标系上的分量形式,其中角速度  $\omega_{s_0}$  可测量。令  $\omega_{s_0} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ , 则符号  $\omega_{s_0}^\times$  表示如下矩阵

$$\omega_{s_0}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}$$

飞行器的运动学方程可以表示为<sup>[13]</sup>:

$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} q_s^T \omega_{s_0} \quad (2a)$$

$$\dot{q}_s = \frac{1}{2} (q_0 I_3 + q_s^\times) \omega_{s_0} \quad (2b)$$

其中,  $(q_0, q_s)$  表示惯性系转到飞行器本体的单位四元数,这里  $q_0 \in R$ ,  $q_s \in R^3$ ,  $q_0^2 + q_s^T q_s = 1$ 。

对于式(1)描述的刚体飞行器,考虑未知定常转动惯量的情况。假设转动惯量  $J$  始终分布于一个有界凸区域内,且该凸区域所描述的不确定性已超出了鲁棒控制的处理能力范围。给定一条有界的期望姿态运动轨迹,称飞行器在该轨迹上每一点的体坐标系为期望坐标系,而  $(q_{d0}, q_{ds})$  表示由惯性系旋转到该期望坐标系的单位四元数,其中  $q_{d0} \in R$ ,  $q_{ds} \in R^3$ ,  $q_{d0}^2 + q_{ds}^T q_{ds} = 1$ 。假设该轨迹的角速度  $\omega_{d_0} \in R^3$

和角加速度  $\dot{\omega}_{d_0} \in R^3$  均一致有界。对于上述飞行器,本文的目的是设计一个连续的控制律

$$M_i = f(q_0, q_s, \omega_{s_0}, (q_{d0}, q_{ds}), \omega_{d_0}, \dot{\omega}_{d_0})$$

使得姿态跟踪偏差和角速度跟踪偏差渐近收敛,同时具有良好的暂态性能。

考虑到载荷释放因素,分导飞行器的转动惯量会分布于一个较大的不确定范围内。这样大的不确定性分布使得鲁棒控制律的设计前提不再成立,而且若参数估计初值偏离真实值较远,经常会使自适应控制系统暂态过程振荡。本文采用的思路是引入多模型和切换,构造一个间接式多模型自适应控制器。

### 1.2 控制律设计

对应于飞行器转动惯量参数分布的不确定性,假设可以用  $N$  个模型来描述飞行器的姿态动力学特性。下面,基于这  $N$  个模型来构造  $N$  个参数辨识器。

观察式(1),若将转动惯量  $J$  中的独立参数整理成一个向量

$$p = [j_{11}, j_{12}, j_{13}, j_{22}, j_{23}, j_{33}]^T$$

其中  $j_{ik}$  是矩阵  $J$  的第  $ik$  元,则可将式(1)线性参数化

$$M = G(\dot{\omega}_{s_0}, \omega_{s_0}) p \quad (3)$$

其中,

$$G(\dot{\omega}_{s_0}, \omega_{s_0}) = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 & \dot{\omega}_2 - \omega_1 \omega_3 & \dot{\omega}_3 + \omega_1 \omega_2 \\ \omega_1 \omega_3 & \dot{\omega}_1 + \omega_2 \omega_3 & \omega_3^2 - \omega_1^2 \\ -\omega_1 \omega_2 & \omega_1^2 - \omega_2^2 & \dot{\omega}_1 - \omega_2 \omega_3 \\ -\omega_2 \omega_3 & \omega_2^2 - \omega_3^2 & \omega_2 \omega_3 \\ \dot{\omega}_2 & \dot{\omega}_3 - \omega_1 \omega_2 & -\omega_1 \omega_3 \\ \omega_1 \omega_2 & \dot{\omega}_2 + \omega_1 \omega_3 & \dot{\omega}_3 \end{bmatrix}$$

基于模型  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ , 给定转动惯量参数的一个估计值  $\hat{p}_i$ , 若角加速度  $\dot{\omega}_{s_0}$  可以测量则由式(3)可以得到控制力矩的一个估计值

$$\hat{M}_i = G(\dot{\omega}_{s_0}, \omega_{s_0}) \hat{p}_i$$

若角加速度  $\dot{\omega}_{s_0}$  不可测量,借鉴文献[14]中的方法引入滤波器

$$H(s) = \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

其中  $0 < \alpha \in R$ ,  $s$  为拉普拉斯算子。令

$$G_f(\omega_{s_0}) = H(D)[G(\dot{\omega}_{s_0}, \omega_{s_0})]$$

其中  $D = d/dt$ , 可以得到

$$G_f(\omega_{s_0}) = \alpha G_{f2}(\omega_{s_0}) +$$

$$\frac{\alpha}{D + \alpha} [G_{f1}(\omega_{s_0}) - \alpha G_{f2}(\omega_{s_0})] \quad (4a)$$

其中,

$$G_{f1}(\omega_{s0}) := \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 \omega_3 & \omega_1 \omega_2 \\ \omega_1 \omega_3 & \omega_2 \omega_3 & \omega_3^2 - \omega_1^2 \\ -\omega_1 \omega_2 & \omega_1^2 - \omega_2^2 & -\omega_2 \omega_3 \\ -\omega_2 \omega_3 & \omega_2^2 - \omega_3^2 & \omega_2 \omega_3 \\ 0 & -\omega_1 \omega_2 & -\omega_1 \omega_3 \\ \omega_1 \omega_2 & \omega_1 \omega_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (4b)$$

$$G_{f2}(\omega_{s0}) := \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_1 & 0 & \omega_2 & \omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_1 & 0 & \omega_2 & \omega_3 \end{bmatrix} \quad (4c)$$

函数  $G_f(\omega_{s0})$  可由不含角加速度项的输入  $G_{f1}(\omega_{s0})$  和  $G_{f2}(\omega_{s0})$  滤波得到。令

$$\tilde{M}_{fi} := G_f(\omega_{s0}) \tilde{p}_i \quad (5)$$

$$M_{fi} := H(D)[M] = G_f(\omega_{s0}) p \quad (6)$$

$$\tilde{M}_{fi} := \tilde{M}_{fi} - M_{fi} = G_f(\omega_{s0}) \tilde{p}_i \quad (7)$$

其中,  $\tilde{p}_i := \hat{p}_i - p$  代表参数估计偏差。利用梯度法,可以得到参数辨识律

$$\dot{\tilde{p}}_i = \dot{\hat{p}}_i := -\Gamma G_{f1}^T(\omega_{s0}) \tilde{M}_{fi} \quad (8)$$

其中,  $\Gamma \in R^{6 \times 6}$  对称正定。这样,就得到了对应于模型  $i$  的转动惯量参数的一个在线辨识律,它不需要角加速度信息。

参数辨识律(8)对于不同的模型来说结构完全一致,只有参数估计的初值选择不同。

**注 1:**滤波器  $H(s)$  的引入有助于消除角速度  $\omega_{s0}$  中的测量噪声,但同时也引入了滞后环节。因此,选择滤波器的时间常数  $1/\alpha$  时需综合考虑这两方面的因素。

基于参数辨识律(8),由确定性等价原则可以构造对应于模型  $i$  的轨迹跟踪控制律

$$M_i := M_{1i} + M_{2i} \quad (9a)$$

其中

$$M_{1i} := \hat{J}_i [C_{s0} \dot{\omega}_{do} - \omega_{s0}^\times (C_{s0} \omega_{do}) - k_v \omega_{sd} - kq] + \omega_{s0}^\times \hat{J}_i \omega_{s0} \quad (9b)$$

$$M_{2i} := \left(\frac{1}{\alpha}\right) \hat{J}_i Q^{-1} \dot{Q} \hat{J}_i^{-1} \tilde{M}_{fi} - \left(\frac{1}{\alpha}\right) \dot{\hat{J}}_i \hat{J}_i^{-1} \tilde{M}_{fi} + \left(\frac{1}{\alpha}\right) G_f(\omega_{s0}) \dot{\tilde{p}}_i \quad (9c)$$

参数

$$k = \frac{2}{q_0} \left[ k_p - \frac{\omega_{sd}^T \omega_{sd}}{4} \right] \quad (10)$$

式(9b)和(10)中,  $0 < k_p, k_v \in R$

$$\omega_{sd} := \omega_{s0} - C_{s0} \omega_{do} \quad (11)$$

表示飞行器本体坐标系相对于期望坐标系的角速度。而  $\omega_{do}$  是飞行器的期望坐标系相对于惯性系的角速度在惯性系上的分量形式,  $C_{s0}$  是由惯性系到飞行器本体系的坐标变换阵,

$$C_{s0} = I_3 + 2q_s^\times q_s^\times - 2q_0 q_s^\times$$

相应地,式(9b)中的  $\dot{\omega}_{do}$  表示飞行器的期望坐标系相对于惯性系的角加速度在惯性系上的分量式。式(9c)和式(10)中,  $(q_0, q)$  表示由期望坐标系旋转到飞行器本体系的单位四元数 ( $q_0 \in R, q \in R^3, q_0^2 + q^T q = 1$ ), 它与相对角速度  $\omega_{sd}$  间存在如下关系<sup>[12]</sup>

$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} q^T \omega_{sd} \quad (12a)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{2} Q \omega_{sd} = \frac{1}{2} (q_0 I_3 + q^\times) \omega_{sd} \quad (12b)$$

注意到,若  $1/q_0 \in L_\infty$  矩阵  $Q$  可逆,且有

$$Q^{-1} = Q^T + \frac{qq^T}{q_0} \quad (13)$$

控制律(9)包括两部分,其中  $M_{1i}$  是利用参数估计值构造的计算转矩控制律,  $M_{2i}$  是因引入滤波器  $H(s)$  而增加的补偿项<sup>[14]</sup>。与文献[14]和[3]中控制律不同的是这里的比例增益  $k$  由一个正标量变成了(10)式。这一做法借鉴了文献[12]的成果。后面将会看到,正是由于(10)式的引入和  $M_{2i}$  中增加的  $\hat{J}_i Q^{-1} \dot{Q} \hat{J}_i^{-1} \tilde{M}_{fi} / \alpha$  项,本文实现了对偏差动态的线性化。

将  $M_i$  代入系统(1)可得到闭环方程

$$M_{2i} + G(\dot{\omega}_{s0}, \omega_{s0}) \tilde{p}_i = \hat{J}_i (\dot{\omega}_{sd} + k_v \omega_{sd} + kq) \quad (14)$$

其中

$$\dot{\omega}_{sd} = \dot{\omega}_{s0} - C_{s0} \dot{\omega}_{do} + \omega_{s0}^\times (C_{s0} \omega_{do}) \quad (15)$$

由式(12b)可以得到

$$\omega_{sd} = 2Q^{-1} \dot{q} \quad (16)$$

对上式等号两边求导,进一步可得<sup>[12,13]</sup>

$$\dot{\omega}_{sd} = 2Q^{-1} \left[ \ddot{q} + \frac{\omega_{sd}^T \omega_{sd}}{4} q \right] \quad (17)$$

将式(16), (17), (10)代入式(14),且利用等式

$$Q^{-1} q = q_0^{-1} q \quad (18)$$

可以得到

$$M_{2i} + G(\dot{\omega}_{s0}, \omega_{s0}) \tilde{p}_i = 2\hat{J}_i Q^{-1} (\ddot{q} + k_v \dot{q} + k_p q) \quad (19)$$

进一步由

$$\begin{aligned}
& M_{2i} + G(\dot{\omega}_{so}, \omega_{so}) \tilde{p}_i \\
& = \left( \frac{1}{\alpha} \right) G_f(\omega_{so}) \dot{\tilde{p}}_i + \left( \frac{1}{\alpha} \right) \tilde{J}_i Q^{-1} \dot{Q} \tilde{J}_i^{-1} \tilde{M}_{fi} - \\
& \quad \left( \frac{1}{\alpha} \right) \dot{\tilde{J}}_i \tilde{J}_i^{-1} \tilde{M}_{fi} + G(\dot{\omega}_{so}, \omega_{so}) \tilde{p}_i \\
& = \left( \frac{1}{\alpha} \right) \tilde{J}_i Q^{-1} \dot{Q} \tilde{J}_i^{-1} \tilde{M}_{fi} + \left( \frac{1}{\alpha} \right) \tilde{J}_i \left( \frac{d\tilde{J}_i^{-1}}{dt} \right) \tilde{M}_{fi} + \\
& \quad G(\dot{\omega}_{so}, \omega_{so}) \tilde{p}_i + \left( \frac{1}{\alpha} \right) G_f(\omega_{so}) \dot{\tilde{p}}_i \\
& = \tilde{J}_i Q^{-1} \left[ \left( \frac{1}{\alpha} \right) \dot{Q} \tilde{J}_i^{-1} \tilde{M}_{fi} + \left( \frac{1}{\alpha} \right) Q \left( \frac{d\tilde{J}_i^{-1}}{dt} \right) \tilde{M}_{fi} + \right. \\
& \quad \left. Q \tilde{J}_i^{-1} G(\dot{\omega}_{so}, \omega_{so}) \tilde{p}_i + \left( \frac{1}{\alpha} \right) Q \tilde{J}_i^{-1} G_f(\omega_{so}) \dot{\tilde{p}}_i \right] \\
& = \tilde{J}_i Q^{-1} \frac{D+\alpha}{\alpha} [Q \tilde{J}_i^{-1} G_f(\omega_{so}) \tilde{p}_i] \\
& = \tilde{J}_i Q^{-1} \frac{D+\alpha}{\alpha} [Q \tilde{J}_i^{-1} \tilde{M}_{fi}]
\end{aligned}$$

可以得到

$$\frac{D+\alpha}{\alpha} \left[ \frac{1}{2} Q \tilde{J}_i^{-1} \tilde{M}_{fi} \right] = \ddot{q} + k_v \dot{q} + k_p q \quad (20)$$

上式为偏差四元数矢量部分  $q$  的一个二阶线性非齐次方程。

**注 2:** 为使  $k$  有界以及  $Q$  可逆, 必须保证  $1/q_0 \in L_\infty$ 。注意到, 若跟踪偏差为零, 则有  $q_0 = \pm 1$  且  $q = 0$ ; 要使  $q_0 = 0$ , 姿态偏差需达到  $\pm 180^\circ$ 。因此, 只要设计适当的期望轨迹使得初始跟踪偏差为零, 在适当的轨迹跟踪控制律作用下保证姿态跟踪偏差在小范围内,  $1/q_0 \in L_\infty$  的要求可以满足。

式(8)–(10)就构成了针对模型  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  的自适应控制律。注意到, 这  $N$  组控制律除了转动惯量的估计值  $\tilde{J}_i$  (或  $\tilde{p}_i$ ) 以及输入估计偏差  $\tilde{M}_{fi}$  有所区别, 其余参数 ( $k_p, k_v, \alpha$ ) 和结构完全相同。

按照间接多模型自适应控制的基本框架, 下一步需要设计适当的切换规则以确定当前时刻哪一个模型对应的控制律切入控制回路。为叙述方便引入如下定义:

**定义 1:** 切换序列<sup>[3]</sup> 一个有限或无限的序列  $T_i$ :  $T_i \in R^+$ , 若满足  $T_0 = 0$  且对  $\forall i \in Z^+$  有  $T_i < T_{i+1}$ , 就称其为一个切换序列。若进一步存在  $T_{\min} > 0$  使得对  $\forall i \in Z^+$  有  $T_{i+1} - T_i \geq T_{\min}$  成立, 就称其为一个允许切换序列。

**定义 2:** 切换规则<sup>[3]</sup> 一个函数  $h(t): R^+ \rightarrow \{1, \dots, N\}$ , 若存在切换序列  $T_{i=0}^\infty$  使得对于某些  $\infty > i$

$\in Z^+$  当  $t \in [T_i, T_{i+1})$  时有  $h(t) = h(T_i)$ , 就称其为一个切换规则。相应地, 允许切换序列对应的切换规则被称为允许切换规则。

在切换规则  $h(t)$  下,  $t \geq 0$  时刻切入回路的控制力矩可用下式表示:

$$M(t) := M_{h(t)}(t) = M_{h(t)}(t) + M_{\tilde{h}(t)}(t) \quad (21)$$

与文献[3]类似, 选用如下模型判断函数

$$S_i(\tilde{M}_{fi}(t)) := \gamma_1 \tilde{M}_{fi}^T(t) \tilde{M}_{fi}(t) + \gamma_2 \int_{t-T_w}^t \tilde{M}_{fi}^T(\tau) \tilde{M}_{fi}(\tau) d\tau \quad (22)$$

其中,  $0 < \gamma_1, \gamma_2 \in R, 0 < T_w \in R$  为积分区间的长度。采用该模型判断函数, 通过适当选择参数  $\gamma_1, \gamma_2, T_w$ , 既可避免控制律因  $\tilde{M}_{fi}(t)$  的瞬时变化而频繁切换, 又可防止控制律对模型跳变的敏感性因  $\tilde{M}_{fi}(t)$  的历史值过度累积而降低。基于此, 切换规则  $h(t)$  可定义为:

$$h(t) := \arg \min_i S_i(\tilde{M}_{fi}(t)), t \in R^+ \quad (23)$$

按照定义 1 和 2, 只要每次切换后保证在一个任意小的驻留时间  $T_{\min} > 0$  内控制器不进行下一次切换, 式(22)和(23)就构成了多模型自适应控制律(8)–(10)和(21)的一组允许切换规则。驻留时间  $T_{\min}$  的设定有助于防止控制律的频繁切换。

## 2 分导飞行器多模型自适应控制的稳定性分析

在给出主要结果前先引入如下结论。

**引理 1:** (参见文[15]) 考虑如下线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \\ y(t) = c^T x(t) \end{cases}$$

其中  $A \in R^{n \times n}$  的特征值均具有负实部,  $b, c \in R^n$ 。若  $u(t) \in L_2$ , 则  $y(t) \in L_2 \cap L_\infty$ ,  $y(t)$  连续,  $y(t) \in L_2$ , 且  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$ 。若  $u(t) \in L_\infty$ , 则  $y(t) \in L_\infty$  且  $y(t) \in L_\infty$ 。

注意, 只要  $b$  和  $c$  维数适当, 该引理同样适用于多人多出系统<sup>[3]</sup>。

**引理 2:** (参见文[14]) 假设  $F$  是一个线性严格真指数稳定的传递函数, 且  $f_1 \in L_1, f_2 \in L_2, f_\infty \in L_\infty$ , 则  $g = F[f_1 + f_2 + f_\infty] \in L_\infty$ 。

**引理 3:** (参见文[14]) 假设  $F$  是一个线性严格真指数稳定的传递函数,  $v(t)$  满足

$$v(t) = F[v(t)(f_1 + f_2) + g_1 + g_2 + g_\infty]$$

且  $v(t) = v_0 + v_2$ , 其中关于时间的函数  $f_1, g_1 \in L_1, f_2, g_2, v_2 \in L_2, g_0, v_0 \in L_\infty$ , 则  $v(t) \in L_\infty$ 。

对于多模型自适应控制律(8) - (10)和(21)有如下结论:

**定理 1:**假设飞行器(1)的转动惯量参数始终位于一个有界凸区域内,且对应于转动惯量参数的不确定分布,飞行器的姿态动力学特性可用  $N$ 个模型来描述。对该飞行器应用自适应控制律(8) - (10)和(21)以及任意的允许切换规则  $h(t)$ 。若  $1/q_0 \in L_\infty$ , 且对于  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  参数辨识律(8)经适当修正保证  $\hat{J}_i^{-1} \in L_\infty$ , 那么在期望运动轨迹有界 ( $\omega_{do}, \dot{\omega}_{do} \in L_\infty$ ) 的条件下该多模型自适应控制律是全局收敛的,即:

- (1)  $q_s, \omega_{so}, \dot{\omega}_{so} \in L_\infty$
- (2)  $\tilde{M}_{\beta h(t)}, q, \dot{q}, \omega_{sd} \rightarrow 0$

其中,  $\tilde{M}_{\beta h(t)} := \hat{M}_{\beta h(t)} - M_{f0}$

**证明:**考虑到约束条件  $q_0^2 + q_s^T q_s = 1$ , 显然有  $q_0, q_s \in L_\infty$ , 且  $C_{s0} \in L_\infty$ 。同理,  $q_{d0}, q_{sd}, q_0, q \in L_\infty$ 。选取 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} \tilde{p}_i^T \Gamma^{-1} \tilde{p}_i$$

求导并代入参数辨识律(8)可得

$$\dot{V}(t) = -\tilde{M}_{\beta i}^T \tilde{M}_{\beta i}$$

易知,  $\tilde{p}_i \in L_\infty$  和  $\tilde{M}_{\beta i} \in L_2$ , 且对于任意的允许切换规则  $h(t)$  有  $\tilde{p}_{h(t)}, \hat{J}_{h(t)} \in L_\infty$  (转动惯量参数限制在一个有界凸区域内)和  $\tilde{M}_{\beta h(t)} \in L_2$ 。

由式(20)的推导过程,可知在切换律(21)的作用下闭环控制系统满足关系

$$\frac{D + \alpha}{D^2 + k_v D + k_p} \left[ \frac{1}{2\alpha} Q \hat{J}_{h(t)}^{-1} \tilde{M}_{\beta h(t)} \right] = q \quad (24)$$

按照假设,参数辨识律可保证  $\hat{J}_i^{-1} \in L_\infty$ , 则  $\hat{J}_{h(t)}^{-1} \in L_\infty$ 。由  $q_0, q \in L_\infty$ , 知  $Q \in L_\infty$ 。若  $1/q_0 \in L_\infty$ , 由式(13)知  $Q^{-1} \in L_\infty$ 。因而

$$\left( \frac{1}{2\alpha} \right) Q \hat{J}_{h(t)}^{-1} \tilde{M}_{\beta h(t)} \in L_2$$

在此基础上,因为  $k_v, k_p > 0$ , 由引理 1 可以得出  $q, \dot{q} \in L_2$ 。若  $1/q_0 \in L_\infty$ , 则由  $q_0^2 + q^T q = 1$  可知

$$\dot{q}_0 = -\frac{q^T \dot{q}}{q_0} \in L_2$$

另外,  $\omega_{sd} = 2Q^{-1} \dot{q} \in L_2$ 。这样,由假设  $\omega_{do} \in L_\infty$  可得

$$\omega_{so} = \omega_{sd} + C_{s0} \omega_{do} = (L_2) + (L_\infty) \quad (25)$$

其中,  $(L_2)$  和  $(L_\infty)$  分别表示具有  $L_2$  和  $L_\infty$  属性的两个信号。

因为  $\dot{Q} = \dot{q}_0 I_3 + \dot{q}^\times \in L_2$ , 再由  $\hat{J}_{h(t)}^{-1} \in L_\infty$  考虑  $\hat{J}_{h(t)} \in L_\infty$  和  $\tilde{M}_{\beta h(t)} \in L_2$ , 易知  $M_{2h(t)}$  的第一项

$$\left( \frac{1}{\alpha} \right) \hat{J}_{h(t)} Q^{-1} \dot{Q} \hat{J}_{h(t)}^{-1} \tilde{M}_{\beta h(t)} \in L_1 \quad (26)$$

另外,由式(4)知,

$$G_{\beta 2}(\omega_{so}) = (L_\infty) \omega_{so} = (L_2) + (L_\infty)$$

$$G_{\beta 1}(\omega_{so}) = (L_1) + (L_2) + (L_\infty)$$

因为  $\alpha > 0$ , 由引理 2 可知

$$\frac{\alpha}{D + \alpha} [G_{\beta 1}(\omega_{so}) - \alpha G_{\beta 2}(\omega_{so})] \in L_\infty$$

于是有

$$G_f(\omega_{so}) = (L_\infty) \omega_{so} + (L_\infty) = (L_2) + (L_\infty)$$

继而,

$$\begin{aligned} \dot{\hat{p}}_{h(t)} &= -\Gamma G_f^T(\omega_{so}) \tilde{M}_{\beta h(t)} \\ &= [(L_\infty) \omega_{so} + (L_\infty)](L_2) \\ &= (L_2) \omega_{so} + (L_2) \end{aligned}$$

这样,

$$\dot{\hat{J}}_{h(t)} = (L_2) \omega_{so} + (L_2)$$

$M_{2h(t)}$  的第二项

$$\begin{aligned} -\left( \frac{1}{\alpha} \right) \dot{\hat{J}}_{h(t)} \hat{J}_{h(t)}^{-1} \tilde{M}_{\beta h(t)} &= [(L_2) \omega_{so} + (L_2)](L_2) \\ &= (L_1) \omega_{so} + (L_1) \end{aligned} \quad (27)$$

最后,  $M_{2h(t)}$  的第三项

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{\alpha} \right) G_f(\omega_{so}) \dot{\hat{p}}_{h(t)} &= -\left( \frac{1}{\alpha} \right) G_f(\omega_{so}) \Gamma G_f^T(\omega_{so}) \tilde{M}_{\beta h(t)} \\ &= [(L_\infty) \omega_{so} + (L_\infty)]^2 (L_2) \\ &= [(L_2) + (L_1)] \omega_{so} + (L_2) \end{aligned} \quad (28)$$

综合式(26) - (28)有

$$M_{2h(t)} = [(L_2) + (L_1)] \omega_{so} + (L_2) + (L_1)$$

同样,还可得到

$$M_{1h(t)} = (L_2) + (L_1) + (L_\infty)$$

因而,

$$\begin{aligned} M_{h(t)} &= M_{1h(t)} + M_{2h(t)} \\ &= [(L_2) + (L_1)] \omega_{so} + (L_2) + (L_1) + (L_\infty) \end{aligned} \quad (29)$$

这样由式(1)可以得出

$$\dot{\omega}_{so} = [(L_2) + (L_1)] \omega_{so} + (L_2) + (L_1) + (L_\infty)$$

在上式等号两端加上  $\omega_{so}$  有

$$\omega_{s0} = \frac{1}{D+1} \{ [(L_2) + (L_1)] \omega_{s0} + (L_2) + (L_1) + (L_{\infty}) \}$$

考虑到式(25),由引理 3 可以得出  $\omega_{s0} \in L_{\infty}$ 。于是有  $\omega_{sd} = \omega_{s0} - C_{s0}\omega_{d0} \in L_{\infty}$ 。考虑式(12)还可得出  $\dot{q}_0, \dot{q} \in L_{\infty}$ , 并且  $\dot{Q} \in L_{\infty}$ 。另外,

$$G_f(\omega_{s0}) = (L_{\infty}) \omega_{s0} + (L_{\infty}) \in L_{\infty}$$

因而由(7)式知  $\tilde{M}_{fi} \in L_{\infty}$ , 继而  $\tilde{M}_{fi(t)} \in L_{\infty}$ 。仿照前面的分析可以得出  $M_{fi(t)} \in L_{\infty}$ , 且由式(1)还可以得到  $\dot{\omega}_{s0} \in L_{\infty}$ 。

最后,由  $\omega_{s0}, \dot{\omega}_{s0} \in L_{\infty}$  可知  $\dot{G}_f(\omega_{s0}) \in L_{\infty}$ , 而

$$\dot{\tilde{p}}_i = \dot{\tilde{p}}_i = -\Gamma G_f^T(\omega_{s0}) \tilde{M}_{fi} \in L_{\infty}$$

因此

$$\dot{\tilde{M}}_{fi} = \dot{G}_f(\omega_{s0}) \tilde{p}_i + G_f(\omega_{s0}) \dot{\tilde{p}}_i \in L_{\infty}$$

$\tilde{M}_{fi}$  一致连续。又因为  $\tilde{M}_{fi} \in L_2 \cap L_{\infty}$ , 所以  $\tilde{M}_{fi} \rightarrow 0$ , 进而有  $\tilde{M}_{fi(t)} \rightarrow 0$ 。考虑式(24)和

$$\left\{ 1 + \frac{(\alpha - k_v)D - k_p}{D^2 + k_v D + k_p} \right\} \left[ \frac{1}{2\alpha} Q_{fi}^{-1} \tilde{M}_{fi(t)} \right] = \dot{q}$$

易知  $q, \dot{q} \rightarrow 0$ 。进一步得  $Q \rightarrow \pm I_3$ , 且  $\omega_{sd} = 2Q^{-1}\dot{q} \rightarrow 0$ 。□

**注 3:**定理 1 指出,在  $1/q_0 \in L_{\infty}$ , 且参数辨识律(8)经适当修正保证  $\hat{J}_i^{-1} \in L_{\infty}$  (一般只需  $\hat{J}_i$  正定)的前提下,将多模型自适应控制律(8)–(10)和(21)应用于飞行器(1)并采用允许切换规则(22)和(23)可以保证轨迹跟踪偏差渐近收敛。考虑到分导飞行器实际载荷释放的次数有限,若载荷释放的间隔足够长,每一段的跟踪偏差能够保证收敛且切换过程稳定到某一模型,那么多模型自适应控制律(8)–(10)和(21)–(23)的性能是有保证的。

### 3 分导飞行器多模型自适应控制的数值仿真

为了验证多模型自适应控制律(8)–(10)和(21)–(23)的有效性,本节就分导飞行器一次载荷释放的调姿过程进行仿真。第一阶段由 0s 开始到 20s 结束,飞行器由初始姿态  $\psi_0 = 18^\circ$ ,  $\vartheta_0 = -85.8^\circ$ ,  $\varphi_0 = 0^\circ$  ( $\psi, \vartheta, \varphi$  为按  $z-y-x$  旋转顺序定义的俯仰角,偏航角,滚转角)旋转到  $\psi_{20} = -85.8^\circ$ ,  $\vartheta_{20} = 0^\circ$ ,  $\varphi_{20} = 0^\circ$ 。初始和终端时刻的角速度均为零。在 20s 时飞行器释放载荷,然后转入第二阶段

的调姿,到 40s 时飞行器的终端姿态  $\psi_{40} = 18^\circ$ ,  $\vartheta_{40} = -3^\circ$ ,  $\varphi_{40} = 0^\circ$ , 角速度为零。前后两阶段转动惯量的标称值分别为

$$J_1 = [1600, -12.1, -8.6, 2900, -1.6, 2350]^T$$

$$J_2 = [1300, -12.1, -300, 2200, -1.6, 2000]^T$$

假设各阶段初始和终端姿态对应的四元数分别为  $(q_0, q_i)$  和  $(q_0, q_f)$ 。由初始位置到终端位置的旋转可以表示成偏差四元数  $(q_0, q_e)$

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 & q_f^T \\ q_f & -q_0 I_3 + q_f^\times \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_i \end{bmatrix}$$

该四元数  $(q_0, q_e)$  可以确定一根欧拉轴  $\xi$  和一个旋转角  $\phi_f$ , 即  $q_0 = \cos(0.5\phi_f)$ ,  $q_e = \sin(0.5\phi_f)\xi$ 。由此,可以定义期望运动轨迹  $(q_{d0}, q_d)$

$$\begin{bmatrix} q_{d0}(t) \\ q_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_0(t) & -\theta^T(t) \\ \theta(t) & \theta_0(t) I_3 - \theta(t)^\times \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_i \end{bmatrix} \quad (30)$$

其中

$\theta_0(t) = \cos(0.5\phi(t))$ ,  $\theta(t) = \sin(0.5\phi(t))\xi$  旋转角  $\phi(t)$  服从指数律变化

$$\phi(t) = \phi_f - \phi_f \exp(-\beta t^2)$$

其中,  $\beta > 0$  刻画了旋转速度,仿真中取  $\beta = 0.08$ 。该期望轨迹表示绕欧拉轴  $\xi$  按指数率由初始姿态旋转到终端姿态,且其角速度和角加速度均是有界的。

为了检验控制算法的模型判断能力和轨迹跟踪效果,只采用两个模型,模型一和二的参数估计初值分别对应转动惯量参数的标称值  $J_1$  和  $J_2$ 。而分导飞行器前后两阶段的转动惯量真实值分别为

$$J_1' = (I_6 + 0.05 R_1) J_1$$

$$J_2' = (I_6 + 0.05 R_2) J_2$$

其中

$$R_1 = \text{diag}(-2.1707, -0.0592, -1.0106,$$

$$0.6145, 0.5077, 1.6924)$$

$$R_2 = \text{diag}(1.1892, -0.0376, 0.3273,$$

$$0.1746, -0.1867, 0.7258)$$

$R_1$  和  $R_2$  的对角元是零均值单位方差正态分布的随机数。

选择增益  $\Gamma = I_6$ , 滤波器  $H(s)$  的时间常数  $1/\alpha = 1s$ 。通过仿真实验,选取  $k_p = 24.8250$ ,  $k_v = 96.8917$ 。最后,在模型判断函数(21)中选取  $\gamma_1 =$

$\gamma_2 = 0.5, T_w = 0.1s$ 。为了提高模型判断的能力,在 20s 时将转动惯量的估计值重置为其初值。

在下面的仿真中,假设载荷在 20s 时释放。图 1 给出了分导飞行器在 0~40s 时欧拉角和角速率的变化情况。图 2 为施加的多模型自适应控制律  $M_{h(t)} = [m_1, m_2, m_3]^T$  和切换规则  $h(t)$  的变化曲线,其中  $h(t)$  在 20.02s 时由 1 变为 2,表示模型判断的结果由模型 1 变为模型 2。

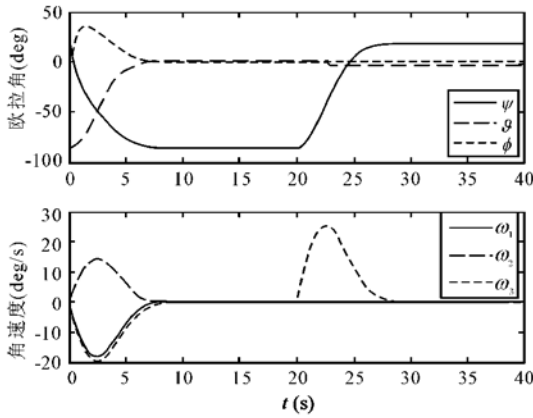


图 1 飞行器的欧拉角和角速率

Fig.1 Euler angles and angle rates of the spacecraft

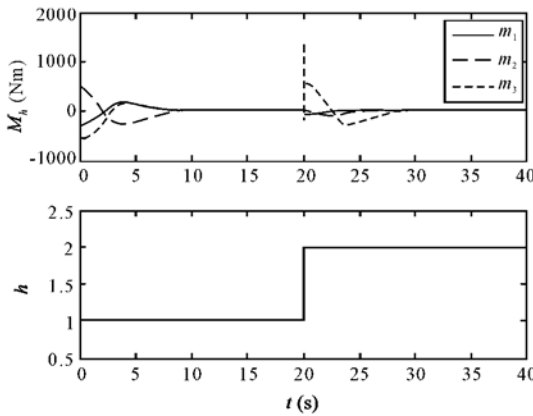


图 2 控制力矩和切换规则

Fig.2 Control torque and switching rule

图 3 为转动惯量的估计曲线,其中实线代表真实转动惯量,短划线和虚线分别代表模型 1 和模型 2 对应的参数辨识器给出的转动惯量估计结果。可见,转动惯量参数的估计值始终有界。

图 4 和图 5 分别给出了偏差四元数 ( $q_0, q$ ) 和偏差角速度  $\omega_{sd} = [\omega_{sd1}, \omega_{sd2}, \omega_{sd3}]^T$  的变化曲线。其中实线为多模型自适应控制律  $M_h$  的结果,虚线为全程采用模型 1 对应的控制律  $M_1$  的结果。可见,

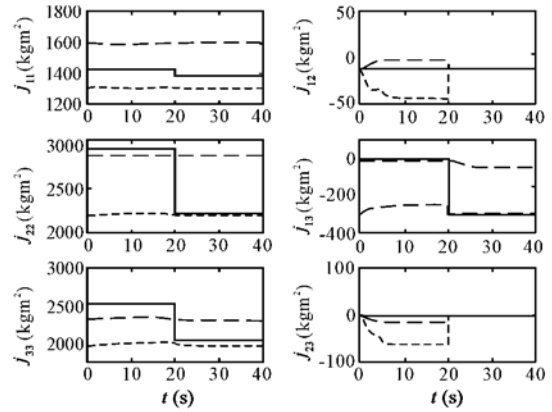


图 3 转动惯量估计

Fig.3 Inertia of the spacecraft and its estimate

载荷释放后采用多模型自适应控制律的跟踪偏差要比采用单模型的小。另外,在  $0 \leq t \leq 40s$  整个时间段有  $q_0 \approx 1$ 。这说明通过设计合适的期望轨迹和跟踪控制律,  $1/q_0 \in L_\infty$  这一要求能够满足。

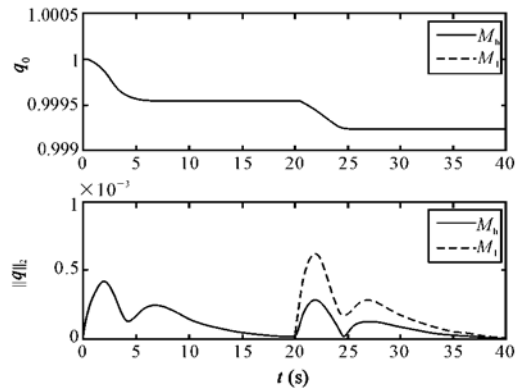


图 4 姿态跟踪偏差

Fig.4 Error quaternion

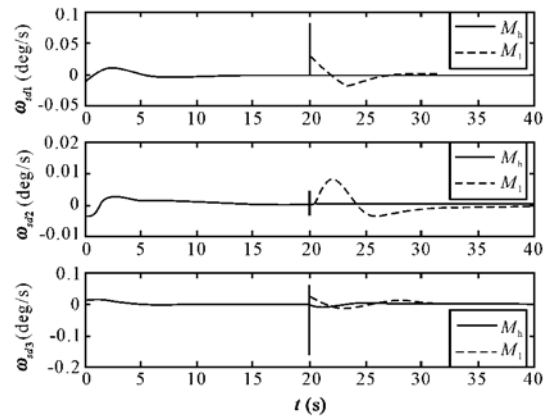


图 5 角速率跟踪偏差

Fig.5 Tracking error of angle rates

#### 4 结论

随着空间任务复杂性的提高,飞行器参数的大范围突变已成为一个不可忽视的问题。利用四元数描述和文献[12]给出的偏差动态线性化方法,本文将一类刚性连接机械臂的多模型自适应控制方案<sup>[3]</sup>推广到了具有非线性姿态运动特性的刚体飞行器中,解决了转动惯量具有大不确定性的分导飞行器的姿态跟踪控制问题。理论分析证明该控制策略具有全局稳定性,数值仿真表明对于转动惯量的突变该方案判断准确,并且具有比单模型自适应控制更好的暂态性能。

除去参数不确定性,实际飞行器的姿态运动还可能受到外界干扰的影响。分析本文中提出的多模型自适应控制方案对于外部扰动的鲁棒性并研究可能的补偿措施是下一步需要开展的工作。

#### 参考文献:

- [ 1 ] Narendra K S, Balakrishnan J. Adaptive control using multiple models[J]. IEEE Trans Automatic Control, 1997, 42 (2): 171 - 187.
- [ 2 ] 王伟, 李晓理. 多模型自适应控制[M]. 北京: 科学出版社, 2001. [WANG Wei, LI Xiao-li. Multiple Model Adaptive Control [M]. Beijing: Scientific Press, 2001(in Chinese). ]
- [ 3 ] Ciliz M K, Narendra K S. Adaptive control of robotic manipulators using multiple models and switching[J]. The Int J of Robotics Research, 1996, 15(6): 592 - 610.
- [ 4 ] Athans M, Castanon D, et al. The stochastic control of the F-8C aircraft using a multiple model adaptive control (MMAC) method-Part I: Equilibrium flight[J]. IEEE Trans Automatic Control, 1977, 22 (5): 768 - 780.
- [ 5 ] Maybeck P S, Stevens R D. Reconfigurable flight control via multiple model adaptive control methods[J]. IEEE Trans Aerospace and Electronics Systems, 1991, 27(3): 470 - 479.
- [ 6 ] Miyazawa Y. Robust flight control system design with multiple model approach[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 1992, 15(3): 785 - 788.
- [ 7 ] Boskovic J D, Li S-M, Mehra R K. Intelligent spacecraft control using multiple models, switching, and tuning[C]//Proc the 1999 IEEE Int Symp Intelligent Control/Intelligent Systems and Semiotics. Cambridge, USA: IEEE Press, 1999: 84 - 89.
- [ 8 ] Narendra K S, Drioller O A, Feiler M, George K. Adaptive control using multiple models, switching and tuning[J]. Int J Adaptive Control and Signal Processing, 2003, 17: 87 - 102.
- [ 9 ] Chen L, Narendra K S. Nonlinear adaptive control using neural networks and multiple models[J]. Automatica, 2001, 37: 1245 - 1255.
- [ 10 ] Fu Y, Chai T. Nonlinear multivariable adaptive control using multiple models and neural networks[J]. Automatica, 2007, 43: 1101 - 1110.
- [ 11 ] Kalkkuhl J, Johansen T A, Ludeman J. Improved transient performance of non-linear adaptive backstepping using estimator resetting based on multiple models[J]. IEEE Trans Automatic Control, 2002, 47(1): 136 - 140.
- [ 12 ] Bach R, Paielli R. Linearization of attitude-control error dynamics [J]. IEEE Trans Automatic Control, 1993, 38(10): 1521 - 1525.
- [ 13 ] Chou J C K. Quaternion kinematic and dynamic differential equations [J]. IEEE Trans Robotics and Automation, 1992, 8(1): 53 - 64.
- [ 14 ] Middleton R H, Goodwin G C. Adaptive computed torque control for rigid link manipulations[J]. Systems and Control Letters, 1988, 10: 9 - 16.
- [ 15 ] Desoer C A, Vidyasagar M. Feedback Systems: Input-Output Properties[M]. New York: Academic Press, 1975.

作者简介:丁保春(1954-),男,项目总工程师,研究员,硕士,飞行器总体与控制专业,研究方向为飞行器控制。  
通信地址:北京市清河大楼子二(100085)  
电话:13910972107

## Adaptive Control for Post-boost Vehicles Using Multiple Models and Switching

DING Bao-chun<sup>1</sup>, JIANG Cang-hua<sup>2</sup>, ZHONG Zhen<sup>2</sup>, LI Ya-fei<sup>2</sup>, DUAN Guang-ren<sup>2</sup>, ZHOU Jin<sup>1</sup>

(1. College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** This paper discusses the attitude tracking control problem for post-boost vehicles with unknown or changing inertia. Based on the unit quaternion representation and a linearization method of error dynamics, an indirect adaptive control scheme using multiple models and switching is obtained, which can detect the abrupt change of inertia effectively and then switch to the current best controller. Theoretical analysis demonstrates that the overall control system is asymptotically stable globally. Numerical simulations illustrate the improved tracking performance of the proposed scheme compared with that of an adaptive control scheme using a single model.

**Key words:** Post-boost vehicles; Attitude control; Adaptive control; Multiple models; Switching