

# 风险投资家和创业者的双边匹配模型研究

曹国华, 胡 义

(重庆大学 经济与工商管理学院, 重庆 400044)

摘 要: 在风险投资领域中, 风险投资家和创业者选择与谁建立投资关系, 对创业公司未来收益的大小有着重要的影响。利用Gale&Shapley的学院录取模型, 结合风险投资的实际, 建立双边匹配模型, 探讨风险投资家和创业者之间的双向选择关系, 并以实例说明模型的求解及应用。

关键词: 风险投资家; 创业者; 匹配模型

中图分类号: F830.59

文献标识码: A

文章编号: 1001-7348(2009)05-0028-03

## 0 引言

风险投资是风险投资家和创业者为推动创新项目走向成功的一种融资安排。风险投资家参与投资, 追求的是因技术或服务创新带来的高额利润; 而创业者引入风险投资除了获得资本支持外, 还利用风险投资家的参与来建立公司的信誉, 并引入其增值服务以提升公司的价值。实践表明, 风险投资关系的建立是个双向选择的过程, 需要风险投资家和创业者一致同意才能达成。

为获得风险投资家的投资, 创业者一般都将创业公司的产品、生产计划、市场前景、经营理念等相关特征写入商业计划书, 作为向风险投资家申请融资的凭证。通常情况下, 风险投资家收到的商业计划书远远超过其能够或愿意投资的数量。因此, 风险投资家会对申请融资的创业公司的商业计划书质量进行审慎评估, 筛选之后决定是否将它们列为潜在投资对象。商业计划书中反映的创业公司的这些特征, 直接决定了企业未来的收益大小, 也是风险投资家评估投资项目价值最为关注的因素<sup>[1]</sup>。

而风险投资家投资于创业者的公司, 除了获得部分股权以分享企业未来收益外, 还积极参与被投资公司的日常经营管理, 监督创业者的行为<sup>[2]</sup>。一种典型的参与方式就是直接占有董事会的席位, 利用自身某方面的专家技能为被投资公司提供增值服务。这种增值服务对未来收益也有着重要的影响, 其影响的大小与风险投资家的投资经验、专家团队结构等特征有着很大的关系。Kaplan&Schoar<sup>[3]</sup>认为造成创业公司收益率不同的一个最可能的解释, 就是风险投资家的这些特征存在差异。Sorensen<sup>[4]</sup>的实证研究发现, 由经验丰富的风险投资家投资的创业公司更可能公开上市。

因此, 在建立投资关系之前, 选择对谁投资和由谁来投资, 是摆在风险投资家和创业者之间的艰难选择, 选择的结果对创业公司的成功与否以及收益的大小有着重要影响。要想使创业公司获得最大价值, 不仅风险投资家, 也包括创业者, 都会根据自身的评判标准来选择另一方建立投资关系。这一双向选择问题与Gale&Shapley<sup>[5]</sup>研究的学院录取问题(College Admission Problem)极其相似, 都是根据自身评判标准选择另一方建立配对关系, 以追求个体效用的最大化。双边匹配博弈模型是解决这类问题的有效途径。在风险投资的双边匹配博弈中, 风险投资家选择对与之匹配的创业公司投资, 创业者选择向与之匹配的风险投资家融资。

目前大多数学者研究的是风险投资家根据对创业公司的评估来选择创业者的问题, 如孙秋鹏、于超银和王方明、林建国等。而对创业者如何选择风险投资家以及两者如何建立双边匹配的投资关系的研究则较为鲜见, 仅有Sorensen&Dam等的少数文献。本文旨在对这一问题进行探讨, 利用博弈理论, 结合风险投资的实际, 建立风险投资家和创业者的双边匹配模型, 来分析二者的最优选择问题, 并用一个实例说明了模型的求解及应用。

## 1 风险投资的双边匹配模型

### 1.1 模型的构建

考虑一个包含 $m$ 个风险投资家和 $n$ 个创业者的风险投资市场, 二者都是风险中性的。风险投资家的构成用集合 $I = \{v_1, \dots, v_i, \dots, v_m\}$  ( $m \geq 2$ ) 表示, 每个风险投资家具有一系列特征, 如资金规模、投资经验、专家团队结构等, 且这些特征是可以观察到的。创业者的构成用集合 $J = \{e_1, \dots, e_j,$

收稿日期: 2007-10-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(70571089)

作者简介: 曹国华(1967-), 男, 安徽宣州人, 博士, 重庆大学经济与工商管理学院教授, 硕士生导师, 研究方向为金融工程; 胡义(1983-), 男, 湖南浏阳人, 重庆大学经济与工商管理学院硕士研究生, 研究方向为风险投资。

... ,  $e_n$  } ( $n \geq 2$ ) 表示, 每个创业者具有一系列特征, 如产品技术含量、目标市场规模、管理团队能力等, 这些特征包含在他们撰写的商业计划书中。创业者的自有资金不足以支撑风险企业的运营, 需要从风险投资家处获得外部资金, 从而双方建立起一种投资关系。

假设一个风险投资家可以同时投资于多个创业者, 而一个创业者只能接受一个风险投资家的投资。许多实证研究表明, 风险投资家一般投资于多个风险企业, 建立投资组合来分散风险<sup>[6]</sup>。然而, 受到基金规模、人力资源等因素的限制, 风险投资家投资的创业公司组合包含的公司数目又是有限的<sup>[1]</sup>。令风险投资家  $v_i$  投资的最大企业数为  $q_i$  ( $q_i \geq 1$ ),  $q_i$  称之为风险投资家  $v_i$  的投资容量。

创业者向风险投资家递交商业计划书, 若其创新项目得到风险投资家的接受而予以投资, 则双方形成一种相互匹配的投资关系。将潜在投资关系的集合记为:  $M=I \times J$ 。风险投资家和创业者之间的匹配是一种反映两者对应投资关系的映射  $\mu, \mu \in M$ 。将与风险投资家  $v_i$  匹配的创业者记为:  $\mu(v_i)=e_j$ , 与创业者  $e_j$  匹配的风险投资家记为:  $\mu(e_j)=v_i$ 。若某个风险投资家 (或创业者) 未与任何创业者 (或风险投资家) 建立对应关系, 记为:  $\mu(v_i)=v_i$  或  $\mu(e_j)=e_j$ , 即与自身进行匹配。

在模型中, 假设风险投资公司享有创业公司的股权比例是固定的, 都为  $\lambda$  ( $\lambda \in (0, 1)$ ), 则创业者享有另外  $1-\lambda$  的股权。我们假设不存在任何形式的转移支付, 即不存在质量较差的创业者为了获得风险投资家的投资而承诺给予其更高的股权比例。Holmstrom & Tirole<sup>[7]</sup> 认为, 具有较大道德风险的创业者的事先承诺是没有吸引力的。在建立匹配关系前, 创业者通过观察到的风险投资家特征建立融资偏好, 风险投资家也根据商业计划书中反映的创业公司特征建立他们的投资偏好。用匹配形成的创业公司的事先价值  $V$  来表示这种偏好, 这种事先价值称之为匹配价值。  $V$  的大小取决于风险投资家和创业者双方特征的结合。令风险投资家  $v_i$  投资于创业者  $e_j$  的创业公司的价值为  $V_{ij}$ 。若风险投资家或创业者未与任何另一方匹配, 则其获得的价值为 0。这里, 风险投资家和创业者的价值偏好是严格的。不同匹配形成的创业公司的价值是严格不等的, 即不存在  $V_{ij}=V_{ij}$  或  $V_{ij}=V_{ij}$ 。若  $V_{ij} > V_{ij}$ , 则认为相对于风险投资家  $v_i$ , 创业者  $e_j$  更愿与风险投资家  $v_i$  匹配; 若  $V_{ij} > V_{ij}$ , 则认为相对于创业者  $e_j$ , 风险投资家  $v_i$  更愿与创业者  $e_j$  匹配。

令风险投资家  $v_i$  和创业者  $e_j$  的效用函数分别为  $U_i(\mu(i))$  和  $u_j$ , 则有:

$$U_i(\mu(i)) = \lambda \sum_{j \in \mu(i)} V_{ij}$$

$$u_j = (1-\lambda) V_{\mu(j)}$$

风险投资家和创业者的匹配博弈, 是要解决双方的效用最大化问题, 构建模型如下:

$$\max : U_i(\mu(i)) = \lambda \sum_{j \in \mu(i)} V_{ij}$$

$$\text{st: Max } u_j = (1-\lambda) V_{\mu(j)}$$

### 1.2 模型的均衡

风险投资家和创业者双边匹配博弈的均衡可以用稳定这一概念来描述。当所有的参与人不愿偏离现有的匹配关系去形成新的匹配时, 该匹配是稳定的。在稳定状态下, 不存在这样的风险投资家和创业者的匹配关系  $e_j \in \mu(i)$ , 出现: ①相对于  $v_i, e_j$  更偏好于与另一风险投资家  $v_i$  匹配且  $v_i$  尚有空余的投资容量; ②相对于  $e_j, v_i$  更偏好于与另一创业者  $e_j$  匹配, 且  $e_j$  尚未与其它风险投资家建立匹配关系。

按如下方法定义  $\bar{V}_{ij}, \underline{V}_{ij}$  和集合  $S(i), S(j)$ :

$$\bar{V}_{ij} = \max [ V_{\mu(j)}, \min_{j' \in \mu(i)} (V_{ij'}) ];$$

$$\underline{V}_{ij} = \max [ \min_{i' \in S(j)} (V_{i'j}), \max_{j' \in S(i)} (V_{ij'}) ];$$

$$S(i) = \{ e_j \in E : V_{ij} > V_{\mu(j)} \};$$

$$S(j) = \{ v_i \in V : V_{ij} > \min_{j' \in \mu(i)} (V_{ij'}) \}$$

对于没有形成匹配关系的风险投资家  $v_i$  和创业者  $e_j, \bar{V}_{ij}$  是  $v_i$  和  $e_j$  偏离各自当前匹配而相互形成新的匹配的机会成本。创业者  $e_j$  当前匹配的价值为  $V_{\mu(j)}$ , 风险投资家的投资组合中, 最差公司的价值为  $\min_{j' \in \mu(i)} V_{ij'}$ 。因此, 若  $v_i, e_j$  放弃各自当前的匹配而相互形成新的匹配, 偏离的机会成本就是它们当前匹配价值的最大值。若  $V_{ij} > \bar{V}_{ij}$ , 风险投资家和创业者都希望偏离当前匹配而相互形成新的匹配; 若对于所有未匹配的风险投资家和创业者, 都有  $V_{ij} < \bar{V}_{ij}$ , 则它们不会放弃当前匹配, 当前匹配是稳定的。

对于一个匹配对  $(v_i, e_j), \underline{V}_{ij}$  是它们保持当前匹配的机会成本, 集合  $S(i), S(j)$  分别包含了风险投资家和创业者可行的偏离。风险投资家  $v_i$  可行的偏离是所有愿意放弃当前匹配而与  $v_i$  进行匹配的创业者。类似的, 创业者  $e_j$  可行的偏离是所有愿意放弃当前匹配而与  $e_j$  进行匹配的风险投资家。保持当前匹配的机会成本就是各自可行偏离形成价值的最大值, 若对于所有的匹配, 都有  $V_{ij} > \underline{V}_{ij}$ , 则它们不会偏离当前匹配, 当前匹配是稳定的。因此, 我们得出稳定的第二种表述:

匹配  $\mu$  是稳定的, 且仅当对于所有  $v_i, e_j \notin \mu$ , 都有  $V_{ij} < \bar{V}_{ij}$ ;  
匹配  $\mu$  是稳定的, 且仅当对于所有  $v_i, e_j \in \mu$ , 都有  $V_{ij} > \underline{V}_{ij}$ 。

这两种表述是等价的, 在稳定状态下, 前者是对没有形成匹配关系的  $v_i, e_j$  的约束, 后者是对形成匹配对的  $(v_i, e_j)$  的约束。

在学院录取模型中, Gale & Shapley 已经证明了双边匹配博弈一定存在稳定的均衡。由于本文的风险投资家和创业者的双边匹配模型是学院录取模型的一种延伸, 同理也可以证明其存在稳定的均衡。

## 2 风险投资双边匹配模型求解过程及应用

### 2.1 模型的求解过程

Gale & Shapley 提出了“延迟接受”算法来求解双边匹配

模型的均衡,这一算法同样适用于风险投资的双边匹配模型。模型的求解过程如下:

第一步,所有的创业者根据自己与不同风险投资家形成匹配所产生的创业公司匹配价值的大小,将风险投资家进行排序。首先向最优选择(即匹配价值最大)的风险投资家递交商业计划书。风险投资家收到商业计划书后,根据其匹配价值,选择接受排在最前面的 $q$ 个创业者的融资申请,并拒绝之后的其他创业者。若递交商业计划书的创业者数目少于其投资容量,则接受所有的申请。

第二步,被拒的创业者向次优选择的风险投资家递交商业计划书。风险投资家根据其匹配价值和剩余投资容量,选择接受排在前面的创业者的融资申请,而拒绝其他的创业者。

依此类推,未被接纳的创业者继续根据匹配价值大小,依次向其他风险投资家递交商业计划书,直到被其中一个风险投资家接受为止。风险投资家则根据匹配价值和投资容量,来选择接受排在前面的创业者的融资申请,直到其投资容量全部满足而拒绝所有创业者为止。

最后,当所有创业者的商业计划书被其中一个风险投资家接受,或所有风险投资家的投资容量全部满足时,风险投资的双边匹配过程终止。这样,一个稳定的匹配就形成了。

### 2.2 求解过程的应用

假设市场上有6个创业者( $J=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ ),它们寻求从4个风险投资家( $I=\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ )手中获得资金,风险投资家的投资容量分别为2,2,1,1。风险投资家和创业者匹配的创业公司价值如表1所示。

表1 创业公司的匹配价值

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$
$e_1$	8.3	6.6	5.9	4.7
$e_2$	7.8	7.1	5.4	4.2
$e_3$	7.3	6.1	4.9	3.2
$e_4$	5.6	4.4	6.8	3.7
$e_5$	5.1	3.9	6.3	2.7
$e_6$	4.6	3.4	5.8	2.2

其匹配过程如下:

(1)根据匹配价值的大小,创业者 $e_1, e_2, e_3$ 向他们认为最优选择的风险投资家 $v_1$ 递交商业计划书, $e_4, e_5, e_6$ 向他们认为最优选择的 $v_3$ 递交商业计划书,而 $v_2, v_4$ 则没有收到任何创业者的融资申请。风险投资家们在收到商业计划书后,根据匹配价值选择可以接受创业项目。这一阶段的结果是,创业者 $e_1$ 和 $e_2$ 的商业计划书被风险投资家 $v_1$ 接受, $e_4$ 的商业计划书被 $v_3$ 接受,而 $e_3, e_5$ 和 $e_6$ 的商业计划书被拒绝。同时, $v_2, v_4$ 分别有2,1的投资容量剩余。

(2)创业者 $e_3, e_5$ 和 $e_6$ 分别向次优选择的风险投资家递交商业计划书。由于风险投资家 $v_1$ 的投资容量已满,因此拒绝了 $e_5, e_6$ 的融资申请,而风险投资家 $v_2$ 选择接受了创业者 $e_3$ 的融资申请。这一阶段的结果是,创业者 $e_3, e_6$ 的商业计

划书再次被拒绝,同时,风险投资家 $v_2, v_4$ 各有一个投资容量剩余。

(3)创业者 $e_5, e_6$ 向他们各自第三次选择的风险投资家 $v_2$ 递交商业计划书。由于 $v_2$ 只有一个投资容量剩余,根据匹配价值,他选择接受 $e_5$ 而拒绝 $e_6$ 。这一阶段的结果是, $e_6$ 的商业计划书仍未被接受,而 $v_4$ 有一个投资容量剩余。

最后, $e_6$ 向风险投资家 $v_4$ 递交商业计划书,并被 $v_4$ 所接受,一个稳定的匹配形成,其结果是:

$$\begin{pmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \\ v_1 & v_1 & v_2 & v_3 & v_2 & v_4 \end{pmatrix}$$

### 3 结论

本文运用双边匹配博弈模型,分析了风险投资家和创业者如何建立双向选择的投资关系,以最优化自身效用的问题。研究发现,在该博弈模型中,存在惟一、稳定的均衡。在均衡状态下,双方的选择都是最优的,且形成的匹配对的数目等于风险投资家的投资容量之和与创业者数目之间的较小值。

这些结论对研究我国风险投资市场的设计具有重要的启示。①该博弈模型之所以能够形成一个最优的稳定匹配,其一个重要前提是信息是完全的,所有参与者的特征都可以被观察到或识别出来。因此,如何将这些参与者的私人信息披露出来,提高风险投资市场透明度,对增加市场的有效性十分重要。②均衡状态下匹配对的数目,可以作为风险投资家决定是否进入市场的重要参考。只有创业者的数目可以满足其投资容量时,进入市场才是有利可图的。③由于风险投资家一般对创业公司的特征具有相同或相近的偏好,因此,那些优秀的创业者能够受到更多的风险投资家的青睐。

#### 参考文献:

[1] KAPLAN STEVEN. Per Strumborg. Characteristics, contracts, and actions: Evidence from venture capitalist analyses [J]. Journal of Finance, 2004, 59:2177-2210.

[2] 保罗·冈珀斯, 乔希·勒纳. 风险投资周期[M]. 北京: 经济科学出版社, 2002.

[3] KAPLAN STEVEN, ANTOINETTE SCHOAR. Private equity performance: Returns, persistence, and capital flows [J]. Journal of Finance, 2005, 60:1791-1823.

[4] SORENSEN MORTEN. How Smart is Smart Money? A Two-Sided Matching Model of Venture Capital [J]. The Journal of Finance, Forthcoming, 2007.

[5] GALE D, SHAPLEY L S. College admissions and the stability of marriage [J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69:9-15.

[6] LERNER JOSH. The syndication of venture capital investments [J]. Financial Management, 1994, 23:16-27.

[7] HOLMSTROM BENGT, JEAN TIROLE. Financial intermediation, loanable funds, and the real sector [J]. Quarterly Journal of Economics, 1997, 112:663-691.

# 区域产业集群形成与发展的GERT网络研究

阮爱清,徐雪峰

(温州大学 城市学院,浙江 温州 325035)

**摘 要:**运用随机网络理论,构建了区域产业集群形成与发展的GERT网络模型,提出了区域产业集群形成与发展的“夭折”概率与“成熟”概率两个概念,并以高科技产业集群为例求解。在此基础上,研究政府在产业集群的不同阶段给予支持时,各种方案对产业集群形成与发展的作用效果。产业集群“成熟”概率的变化,说明了政府在产业集群发展的初期给予支持是最优的选择,进而说明了政府对产业集群支持的必要性以及支持方案的选择效果。

**关键词:**产业集群;GERT网络;“成熟”概率

中图分类号:F062.9

文献标识码:A

文章编号:1001-7348(2009)05-0031-04

## 0 引言

产业集群指在某一产业或产品生产中,大量互相联系的企业及相关的机构在一定地域聚集,依靠比较稳定的分工协作,形成有竞争优势的群体<sup>[1]</sup>。产业集群在当今经济世界中占有越来越重要的位置,从意大利艾米利亚-罗马格纳到德国巴登-符腾堡,从美国的硅谷到台湾的新竹和

印度的提若普尔,都闪烁着产业集群的耀眼光芒。我国从改革开放至今经过30年的发展,出现了许多具有特色的区域性产业集群,如广东的电子类产业集群、苏州地区的IT产业集群、浙江的服装类产业集群等等。

区域性产业集群作为发展区域经济的一种有效组织模式,越来越引起学术界和政府决策部门的高度关注,产业集群形成与发展的研究也成为最近几年的研究热点。目前,已有一部分学者,如隋广军和申明浩<sup>[2]</sup>、魏守华<sup>[3]</sup>等,运

- [8] HALUK ERGIN,Tayfun Sonmez. Games of school choice under the Boston mechanism [J].Journal of Public Economics, 2006,90:215-237.
- [9] ALVIN E.ROTH,MARILDA SOTOMAYOR.The College Admissions Problem Revisited[J]. Econometrica,1989,3559-570.

- [10] 孙秋鹏,于银超.高科技风险投资项目风险评价体系[J].中国软科学,2001,15(1),18-22.
- [11] 王方明,林建国.风险企业价值评估模型探讨[J].财经论丛,2002(6):69-74.

(责任编辑:赵贤瑶)

## Study on the Two-Sided Matching Model between Venture Capitalists and Entrepreneurs

Cao Guohua, Hu Yi

(School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:**In the venture capital fields, venture capitalists' and entrepreneurs' decisions of choosing who to make the investment relationship have an important influence on the magnitude of future income for venture enterprise. This paper uses the College Admission Model proposed by Gale and Shapley, and forms a two-sided matching model to study the relationship between venture capitalists and entrepreneurs based on the reality of venture capital. We study the equilibrium of the model by an example.

**Key Words:**Venture Capitalists; Entrepreneurs; Matching Model

收稿日期:2007-10-18

基金项目:国家自然科学基金项目(70473037);南京航空航天大学特聘教授科研创新基金项目(1009-260812)

作者简介:阮爱清(1977-),女,福建宁德人,博士,温州大学城市学院讲师,研究方向为产业经济、系统工程。