

广域差分新方法的定位性能与差分网优化布局

蔡成林^{1,2,3}, 李孝辉¹, 吴海涛¹

(1. 中国科学院国家授时中心, 临潼 710600; 2. 湖南人文科技学院, 娄底 417000;
3. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要: 提出了一种星钟和星历分离的广域差分原理以及一站时间同步其他站无需时间同步的实现方法, 通过简易差分网验证了这种原理和方法的正确性、有效性和可行性。同时, 针对简易差分网存在定位的均匀性较差和覆盖区域较小等问题, 提出了一种差分网优化布局方案, 通过进一步分析, 得出这种布局具有差分定位精度高、定位均匀性好和基本覆盖我国领海领地的能力。

关键词: 广域差分方法; 差分站; 定位精度; 标准差

中图分类号: V249.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2009)04-1404-06

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.016

0 引言

WAAS (The Wide Area Augmentation System, WAAS) 等广域差分方法是将星钟和星历统一解算的, 这种方法的缺陷在于利用 GPS 逆定位原理 (即用多个地面基准站解算卫星的星钟和星历) 解算 GPS 卫星的差分改正数时, 其四维解算方法得出的 DOP 值在几百以上^[1-4]。若将星钟去掉, 利用图 1 所示的差分网观测 MEO 卫星, DOP 值可以降低到 10 左右, 这意味着星历误差改正的精度可大大提高。从这一点出发, 我们提出了星钟和星历分离解算的广域差分方法, 即将传统的星钟和星历四维矢量统一解算方法变为先分离星钟误差再进行星历改正数的三维解算方法。在具体的分离方法上分别提出星钟误差的一站式分离和星历误差的相对分离。

在上述差分网中, 差分站 1 作为时间同步站, 称为主差分站, 其它站不要求时间同步, 这些时间不同步的差分站称为副差分站。简易的广域差分网由一个主差分站和五个副差分站组成。

本文拟回答三个问题: (1) 该广域差分方法是否有效的问题。(2) 两种建网方法: 差分网时间同步和一站同步其他站不同步, 对用户定位精度是否等效的问题。(3) 差分网如何优化布局以及优化后的差分网是否具有良好的定位均匀性和覆盖国内领

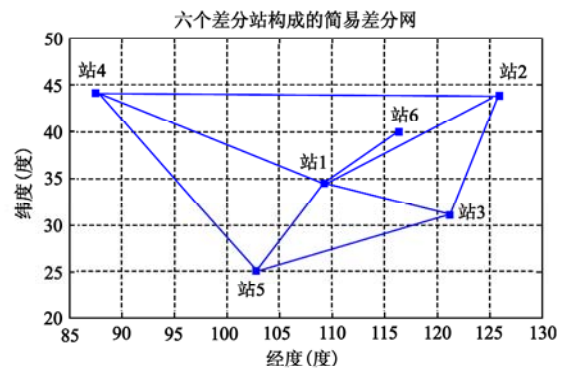


图 1 简易的广域差分网

Fig. 1 A simple wide area differential network

海领地的能力。

1 广域差分新方法的基本原理

星钟和星历分离解算的广域差分方法的核心是如何分离的问题。由于星钟误差的空间无关性, 这种误差可以通过一个与系统时间同步的主基准站分离, 即一站式分离。如果卫星的真实位置是已知的, 那么这种星钟误差可以通过主差分站的伪距观测得到, 可以表示为

$$\rho_{CLK}^k = \rho_1^k - R_1^k \quad (1)$$

式中 ρ_1^k = 主差分站 1 到卫星 k 的站星伪距, R_1^k = 主差分站 1 到卫星 k 的几何距离, ρ_{CLK}^k = 星钟误差, 其

收稿日期: 2008-07-30; 修回日期: 2008-11-05

基金项目: 湖南省教育厅科学研究青年项目 (08B039); 国家自然科学基金委员会—中国科学院天文联合基金资助项目 (10778715); 国家 973 计划项目 (2007CB815502)

负值 $-\rho_{CLK}^k$ 表示星钟改正数。但是,实际上卫星的真实位置并不已知,所以上式 R_1^k 中所代表的真实卫星位置 S 用广播星历 E 代替,这种代替导致星钟误差修正并不是代表星钟误差的真值,其星钟误差与真值的偏差为 $R_1^E - R_1^S$ 。星钟修正的实质将卫星的星历从真实位置修正到广播星历。

假设副差分站的时间是不同步的,在用户至卫星的伪距方程中需要考虑差分站的时钟偏差,包含站钟误差的伪距方程可以表示为

$$\rho_i^k = R_i^k + \rho_{CLK}^k + c \cdot \Delta t_i + \Delta \rho_i^k \quad (2)$$

这里 i 表示差分站的编号, $\Delta \rho_i^k$ = 星历误差, Δt_i = 站钟时间偏差。 ρ_i^k 、 R_i^k 和 ρ_{CLK}^k 所表示的含义除差分站编号不同外与式(1)是一致的。由于同一差分站观测不同卫星采用相同的接收机,站钟时间偏差可以采用星际单差的方法消除,于是有

$$\Delta \rho_i^k - \Delta \rho_i^j = \rho_i^k - \rho_i^j - (R_i^k - R_i^j) - [\rho_i^k - R_i^k - (\rho_i^j - R_i^j)] \quad (3)$$

等式左边是两个星历误差之差,我们称为相对星历误差,由于右边各量均是已知的,所以它也是间接已知量。为了度量的统一性,我们选择一个基准星作为比较的标准,例如选择卫星 1 作为基准星, $j = 1$, 则上式可以变为

$$\Delta \rho_i^k - \Delta \rho_i^1 = \rho_i^k - \rho_i^1 - (R_i^k - R_i^1) - [\rho_i^k - R_i^k - (\rho_i^1 - R_i^1)] \quad (4)$$

把 $\Delta \rho_i^k - \Delta \rho_i^1$ 分配给第 k 颗卫星,作为第 k 颗卫星的星历伪距修正量。星历改正数可以通过 3 个或 3 个以上的方程联合解算得到。采用广播星历位置作为修正星历的估计位置,于是可得线性方程组

$$\begin{cases} \cos\alpha_1^k \Delta X^k + \cos\beta_1^k \Delta Y^k + \cos\gamma_1^k \Delta Z^k = \Delta \rho_1^k \\ \cos\alpha_2^k \Delta X^k + \cos\beta_2^k \Delta Y^k + \cos\gamma_2^k \Delta Z^k = \Delta \rho_2^k \\ \vdots \\ \cos\alpha_m^k \Delta X^k + \cos\beta_m^k \Delta Y^k + \cos\gamma_m^k \Delta Z^k = \Delta \rho_m^k \end{cases} \quad (5)$$

式中, $\cos\alpha_i^k$, $\cos\beta_i^k$, $\cos\gamma_i^k$ 为第 i 个差分站到第 k 颗卫星的单位矢量的方向余弦,即为

$$\cos\alpha_i^k = \frac{x^k - x_i}{R_i^k}, \cos\beta_i^k = \frac{y^k - y_i}{R_i^k}, \cos\gamma_i^k = \frac{z^k - z_i}{R_i^k},$$

$$\Delta X^k = X^k - x^k, \Delta Y^k = Y^k - y^k, \Delta Z^k = Z^k - z^k$$

上面方程组写成矩阵形式:

$$H^k = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1^k & \cos\beta_1^k & \cos\gamma_1^k \\ \cos\alpha_2^k & \cos\beta_2^k & \cos\gamma_2^k \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos\alpha_m^k & \cos\beta_m^k & \cos\gamma_m^k \end{bmatrix},$$

$$\Delta \rho^k = \begin{bmatrix} \Delta \rho_1^k \\ \Delta \rho_2^k \\ \vdots \\ \Delta \rho_m^k \end{bmatrix}, \Delta E^k = \begin{bmatrix} \Delta X^k \\ \Delta Y^k \\ \Delta Z^k \end{bmatrix}$$

可得线性方程组的矩阵形式为

$$\Delta \rho^k = H^k \Delta E^k \quad (6)$$

这是超定方程,采用线性最小二乘法的解为

$$\Delta E^k = (H^k H^k)^{-1} H^k \Delta \rho^k \quad (7)$$

则第 k 颗卫星的修正星历为

$$\begin{cases} X^k = x^k + \Delta X^k \\ Y^k = y^k + \Delta Y^k \\ Z^k = z^k + \Delta Z^k \end{cases} \quad (8)$$

在上述广域差分算法中,由于卫星的真实位置未知,所以这种星钟和星历误差分离并不代表真实分离,而是差分站观测的伪距误差在星钟误差和星历误差间的分配。这种分配导出的差分修正量是否具有可用性,需要通过用户的定位和定时偏差予以验证。下文先对用户定时性能予以简要分析,用户定位性能则在第 3 节重点讨论。

上述星钟一站式分离将卫星的星历从真实位置修正到广播星历,而星历误差相对修正将各广播星历之间的相对伪距误差加以修正,但其公共的基准星的星历没有修正,转化为伪距误差为 $R_1^E - R_1^S$, 它对所有用户都是相同的,只要将这个量修正到 0,在假设伪距误差只有星钟和星历误差的前提下,所有用户至所有卫星间的伪距误差就修正到 0,从而由用户定位方程导出无定时和定位误差的用户定位绝对解。但基准星的真实位置未知,不能直接得到 $R_1^E - R_1^S$, 这就需要利用主差分站的绝对解(时间同步,测绘位置)已知的特点逆推这个值,根据前面得出的多颗星 ($N \geq 4$) 的差分改正数和用户定位方程可以解算出主差分站的差分定位解,与已知的绝对解比较可以获得主差分站的差分定位解的定位误差和定时误差,将定时偏差折算为伪距即为主差分站到基准星 1 的伪距误差 $R_1^E - R_1^S$, 这就是所要修正的星钟偏差,其负值即星钟二次改正数。经过星钟二次修正后,服务区内所有用户均能得到高精度定时结果。

2 差分算法中的用户定位解算算法

假设选择 $N \geq 4$ 颗 MEO 卫星作为差分用户的瞬时定位星座,待解算的用户位置 $P_u(x_u, y_u, z_u)$ 。

利用第一节得出的差分改正数(星钟改正数 $-\rho_{CLK}^k$)和星历改正数 (x^k, y^k, z^k) 及观测伪距 ρ_k 可以得到差分用户的定位方程,表示为

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{(x^1 - x_u)^2 + (y^1 - y_u)^2 + (z^1 - z_u)^2} + ct_u \\ \rho_2 = \sqrt{(x^2 - x_u)^2 + (y^2 - y_u)^2 + (z^2 - z_u)^2} + ct_u \\ \vdots \\ \rho_N = \sqrt{(x^N - x_u)^2 + (y^N - y_u)^2 + (z^N - z_u)^2} + ct_u \end{cases} \quad (9)$$

利用一个近似位置 $\hat{x} = (\hat{x}_u, \hat{y}_u, \hat{z}_u)$ 和时间偏差估计值 \hat{t}_u 对上述方程组进行线性化处理,即得

$$\begin{cases} \Delta\rho_1 = a_x^1 \Delta x_u + a_y^1 \Delta y_u + a_z^1 \Delta z_u - ct_u \\ \Delta\rho_2 = a_x^2 \Delta x_u + a_y^2 \Delta y_u + a_z^2 \Delta z_u - ct_u \\ \vdots \\ \Delta\rho_N = a_x^N \Delta x_u + a_y^N \Delta y_u + a_z^N \Delta z_u - ct_u \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\Delta x_u = x_u - \hat{x}_u, \Delta y_u = y_u - \hat{y}_u, \Delta z_u = z_u - \hat{z}_u, \Delta t_u = t_u - \hat{t}_u; (a_x^j, a_y^j, a_z^j) =$ 用户到卫星的单位矢量,即方向余弦,上标表示第 j 颗卫星; $\Delta\rho_j =$ 伪距估计值和伪距测量值之差,即 $\Delta\rho_j = \hat{\rho}_j - \rho_j$ 。

定义矩阵和向量:

$$\Delta\rho = \begin{bmatrix} \Delta\rho_1 \\ \Delta\rho_2 \\ \vdots \\ \Delta\rho_N \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} a_x^1 & a_y^1 & a_z^1 & 1 \\ a_x^2 & a_y^2 & a_z^2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ a_x^N & a_y^N & a_z^N & 1 \end{bmatrix}, \Delta x = \begin{bmatrix} \Delta x_u \\ \Delta y_u \\ \Delta z_u \\ -c\Delta t_u \end{bmatrix}$$

写成矩阵形式

$$\Delta\rho = H\Delta x \quad (11)$$

这是超定方程,其线性最小二乘解为

$$x = \hat{x} + \Delta x = \hat{x} + (H^T H)^{-1} H^T \Delta\rho \quad (12)$$

3 广域差分方法的有效性验证

广域差分的目标是改善差分用户的导航精度,因此,其有效性验证的最直接方法就是通过用户差分与不差分的定位结果比较来评价其改善程度。验证时差分数据采用 GPS 星座的仿真数据,北京时间 8:00 ~ 8:30,PRN17,PRN18,PRN26 和 PRN31 等四颗卫星对六个差分站都是可视的,利用 IGS(国际 GPS 服务组织)的精密星历(15 分钟一个数据)内插后的星历当成真实星历(一秒钟 1 个星历数据),广播星历、广播星钟以及伪距观测量等模拟数据严格按照各种误差实际进行设计,比如星历误差的系统误差为 5 ~ 10m,其随机误差的标准差为 10 ~ 20cm,

采用 P 码的伪距观测量的随机误差的为 0.3m(基准站的接收机应比用户接收机性能更好且采用双频精密码接收机)等。定位精度通过精密度^[5],即靶图中的定位偏差(测绘位置 - 解算位置)直观表示。

图 2 和图 3 分别表示六站差分网的网内和网外差分用户差分(差分后)和不分(差分前)相对于测绘位置的定位偏差。靶图的靶心表示测绘位置,与靶心的偏离表示用户的解算位置与测绘位置的偏差。从两图看出,差分后网内和网外的定位偏差较差分前有较大改善,这说明这种差分方法对网内和网外用户均是有效的。但网外的差分效果比网内差,所以要使差分用户能获得较高的定位精度,最好使差分用户位于差分网内。

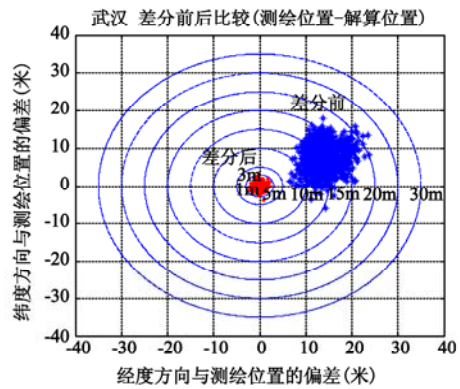


图 2 网内用户的差分定位精度

Fig. 2 Differential positioning accuracy of the user inside the network

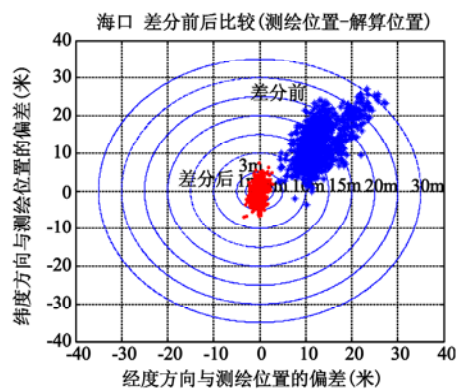


图 3 网外用户的差分定位精度

Fig. 3 Differential positioning accuracy of the user outside the network

为了进一步分析大范围的定位精度以及定位精度的均匀性,引入定位精度标准差(1σ),其估计值用标准差的极大似然估计表示^[5]:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x)^2} \quad (13)$$

式中 x 表示用户的测绘位置, x_i 表示用户的解算位

置, n 表示样本中的数据个数, $\hat{\sigma}$ 表示标准差的极大似然估计, 其为有偏估计。差分前后的标准差如表 1 所示。

表 1 差分前后差分用户定位的标准差(1σ)比较

Table 1 Positioning STD (1σ) of differential user without differential and with differential

差分站或用户	经度偏差的标准差(m)			纬度偏差的标准差(m)			差分数据源
	差分前	差分后(同步)	差分后(不同步)	差分前	差分后(同步)	差分后(不同步)	
站 1	17.35	0.65	0.64	9.54	0.55	0.55	是
站 2	19.72	0.58	0.48	2.03	0.32	0.31	是
站 3	16.99	0.51	0.50	4.25	0.56	0.53	是
站 4	15.93	0.25	0.25	15.48	0.18	0.17	是
站 5	16.16	0.53	0.39	18.84	0.71	0.60	是
站 6	18.73	0.69	0.64	5.22	0.43	0.43	是
武汉	17.02	0.77	0.77	7.94	0.83	0.84	网内用户
成都	16.48	0.90	0.84	14.00	0.88	0.89	网内用户
拉萨	15.26	1.01	1.01	14.22	1.42	1.39	网外用户
海口	16.56	1.03	0.99	17.21	2.12	2.14	网外用户

表 1 给出 1 小时内 6 个差分站、2 个网内和 2 个网外差分用户分别采用无差分的单点定位(差分前)、时间同步的差分算法和时间不同步差分算法解算出的在经度和纬度方向的定位偏差标准差。从表 1 数据可以得出:(1)无论是经度方向还是纬度方向,差分前后各个差分站以及网内差分用户的定位精度(1σ)有了非常显著的改善,这说明这种星钟和星历分离的广域差分方法对定位精度的改善是有效的。(2)站间时间不严格同步与严格同步比较,两者的定位精度基本上相等,由此可以得出时间不同步对差分用户的定位精度没有负面影响,实际上,可以看出,有些站的定位精度反而更好一些,这是由于星际单差进一步抵消了电离层和对流层等误差。这一点论证了差分网可以采用一站同步其他站不同步的建设方案的正确性。(3)差分后各个差分站以及网内差分用户的定位精度还是具有较大的差别,且网内差分用户比几个差分站的定位精度差(图 2 所示的武汉,其最大定位偏差超过 3m),这种定位的不均匀性要求广域差分网需要进一步优化。(4)网外差分用户定位精度也能得到较大的改善,但网外用户比网内用户定位精度差(如图 3 所示的海口,其最大定位偏差超过 5m),从均匀性和覆盖范围考虑,需要增加差分站和扩大差分网的覆盖范围。

4 增加一个西部站和一个南部站

鉴于六站差分网存在定位不均匀性以及最佳作用范围不能覆盖我国的领地和领海的问题,对六站广域差分网进行如下改进:在西部喀什和南部海口分别增加一个差分站,建立 8 个差分站组成的广域差分网(如图 4)。

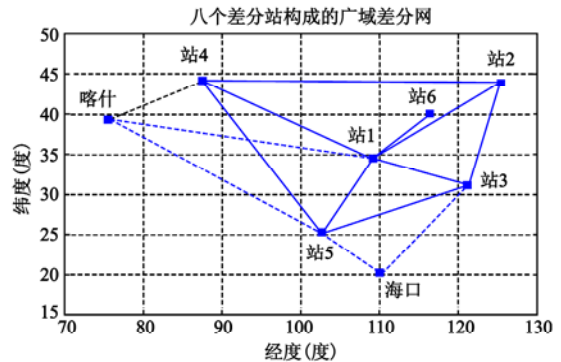


图 4 改进的广域差分网

Fig. 4 Improved wide area differential network

为了便于和六站差分网作定位精度的比较,分析时网内用户(武汉)不变,网外用户选择与测绘位置的距离几百公里的中沙群岛,差分后两个用户与测绘位置的定位偏差分别如图 5 和图 6 中所示。从图 5 可以看出,由 8 站差分网解算出网内用户(武汉)的最大定位偏差已减小到 3 米以内,较六站差分网的武汉用户一定程度的提高。网外的中沙群岛采用普通

的单点定位的最大偏差超过 40 米,差分后除个别点外基本上保持在 10 米以内,说明这种差分网对距离几百公里的网外用户的差分作用也是非常有效。

为了进一步分析八站差分网的优越性,分别选

择 4 个网内和 4 个网外用户予以进一步说明。由于六站差分网验证了时间同步与时间不同步的差分算法具有等效性,所以表 2 只给出后者和不分差的差分定位比较结果。

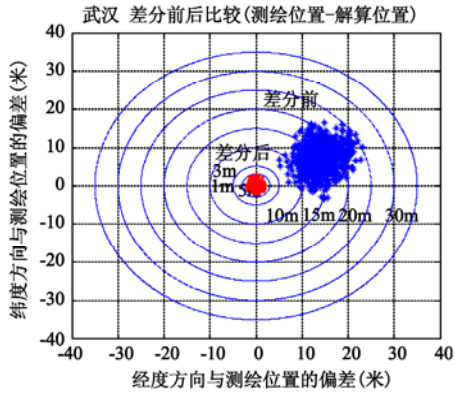


图 5 网内用户的差分定位精度

Fig. 5 Differential positioning accuracy of the user inside the network

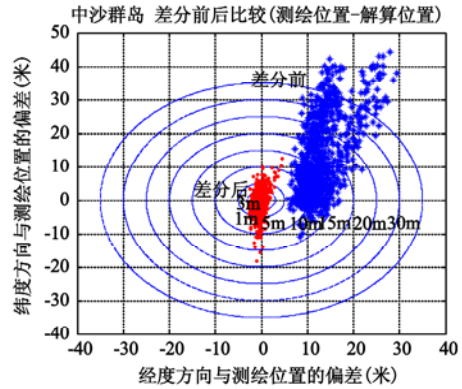


图 6 网外用户的差分定位精度

Fig. 6 Differential positioning accuracy of the user outside the network

表 2 改进的差分网网内外用户的差分定位精度(1σ)

Table 2 Positioning STD (1σ) of differential user inside and outside the improved network

差分站	经度偏差标准差(m)		纬度偏差标准差(m)		差分用户	经度偏差标准差(m)		纬度偏差标准差(m)	
	差分前	差分后	差分前	差分后		差分前	差分后	差分前	差分后
站 1	17.35	0.64	9.54	0.57	武汉(网内)	17.00	0.71	7.84	0.76
站 2	19.72	0.53	2.03	0.36	成都(网内)	16.42	0.82	14.00	0.86
站 3	16.99	0.59	4.25	0.63	合肥(网内)	17.21	0.71	6.04	0.74
站 4	15.93	0.64	15.48	0.47	济南(网内)	18.09	0.80	5.37	0.61
站 5	16.16	0.58	18.84	0.83	漠河(网外)	23.13	1.20	1.88	0.56
站 6	18.73	0.64	5.22	0.45	台北(网外)	16.23	0.78	5.23	1.13
站 7(喀什)	12.10	0.49	21.55	0.57	中沙群岛(网外)	16.24	1.08	16.03	3.31
站 8(海口)	16.39	0.53	17.14	1.03	南沙群岛(网外)	19.02	2.48	56.10	8.69

从表 2 和表 1 数据作一比较,可以得出如下结论:(1)武汉、成都、合肥和济南等网内用户在水平方向的定位精度比六站差分网(如表 1)有进一步提高,其在经度方向的定位精度约为 0.8 米,在纬度方向约为 0.8 米,根据 $\sigma_{水} = \sqrt{\sigma_{经}^2 + \sigma_{纬}^2}$ 可知水平方向的定位精度小于 1.1 米。(2)网内各处的定位精度基本一致,与用户的地理位置基本无关,这说明这种广域差分网布局较好地符合广域差分应具有的定位均匀性内涵;(3)对于距离海口近千公里的南沙群岛,其定位精度也在 10m 以内,说明这种 8 站差分网具有基本覆盖我国领地领海的能力。

5 结论

通过差分网的定位性能和优化布局分析,可以总结出如下结论:

(1)差分站时间不同步与时间同步的差分定位精度基本等同,因此,广域差分网只需一站时间同步,从而可以省去差分网配套的时间同步网建设费用,大大减少建设差分系统的成本。

(2)为了获得定位精度高、均匀性好和差分作用区域能完全覆盖我国疆域,差分站需要通过局部优化和整体优化的统一分析。本文改进的八站差分网布局对我国未来差分系统的建设具有一定的参考价值。

(3)这种星钟和星历分离的广域差分方法具有比传统的广域差分方法更好的定位性能,深入研究其在混合星座中的应用将对我国未来广域增强系统具有重要价值。

参考文献:

- [1] Yeou-Jyh Tsai. Wide area differential operation of the global positioning system: ephemeris and clock algorithms[D], Stanford University, 1999.
- [2] ELLiott D. Kaplan 著, 邱致和, 王万义译. GPS 原理与应用[M], 电子工业出版社, 北京, 2002 年第 1 版: 220 - 225. [ELLIott D. Kaplan, the translation by Qiu Zhi-he, Wang Wan-yi. The Theory and Application of GPS[M], Publishing house of Electronic Industry, Beijing, 2002; 220 - 225.]
- [3] Enge P, Walter T, Pullen S, et al. Wide area augmentation of the global positioning system[J], Proceedings of the IEEE, 1996, 84 (8): 1063 - 1088.
- [4] Parkinson W, Spiker J. Global Positioning System: Theory and Applications Volume II[M]. Published by American Institute of Aeronautics and Aeronautics, Inc[M]. 81 - 114.
- [5] 周渭, 于建国, 刘海霞编著. 测试与计量技术基础, 西安电子科技大学出版社, 2004 年第 1 版: 40 - 45. [ZHOU Wei, YU Jian-guo, LIU Hai-xia, et al. Test and Measurement Technology Foudation[M]. Publishing House of Xi-Dian University, 2004: 40 - 45.]
- [6] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法[M]. 科学出版社, 2003 年第 1 版: 24 - 32. [LIU Ji-yu. Satellite Navigation and Positioning Theory and Method of GPS[M], Publishing House of Science, 2003: 24 - 32.]

作者简介:蔡成林(1969 -),男,副教授,博士生,研究方向为卫星导航系统的差分定位新理论、新技术和新方法。

通信地址:陕西省西安市临潼区书院东路 3 号国家授时中心(710600)

E-mail:chengcailin@126.com

Positioning Performance of a Novel Wide Area Differential Method and Optimized Distribution on Differential Network

CAI Cheng-lin^{1,2,3}, LI Xiao-hui¹, WU Hai-tao¹

(1. National Time Service Center, The Chinese Academy of Sciences, Shaanxi, Lintong 710600, China;

2. Hunan Institute of Humanities, Science and Technology, Loudi 417000, China;

3. The Graduate University of The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: A novel wide area differential principle on the separation of satellite clock errors and satellite ephemeris was proposed. The realization method of a differential station with time synchronization and other stations without time synchronization were discussed. The accuracy, effectiveness, feasibility of the principle and the realization method are verified through the simple differential network. In view of the poor uniformity and small regional coverage of the simple differential network, an optimizing scheme on the distribution of differential network was set forth. Through further analysis, the conclusions that this distribution have high differential positioning accuracy, good positioning uniformity and wider coverage basically including our national territory and marginal sea were drawn.

Key words: Wide area differential method; Differential station; Positioning accuracy; Standard deviation (STD)