

# 机载 MIMO 雷达自适应匹配滤波检测器

江胜利, 王鞠庭, 何 劲, 刘 中

(南京理工大学电子工程系, 南京 210014)

**摘 要:** 针对机载 MIMO 雷达在未知统计特性杂波时的目标检测问题, 首先提出自适应匹配滤波检测器(MIMO Adaptive matched filter, MIMO-AMF), 利用 MIMO 雷达的空间分集特性提高检测性能, 并推导出检测概率和虚警概率表达式。然后, 基于 MIMO 雷达杂波协方差矩阵的块对角特性, 给出一种简化 MIMO-AMF 检测器, 大大减小 MIMO-AMF 的计算复杂度, 同时降低对参考单元数目的要求, 并在只有两个接收雷达单元的情形下, 推导出简化 AMF 检测性能的表达式。结果表明, 上述两种检测器相对于杂波协方差矩阵都具有恒虚警特性, 能够在未知杂波背景下有效的检测目标。

**关键词:** MIMO 雷达; 自适应匹配滤波检测器; 恒虚警

**中图分类号:** TN951

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-1328(2009)04-1640-06

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.055

## 0 引言

近年来, 随着雷达研究的深入和多输入多输出(Multi-Input Multi-Output, MIMO)通信的快速发展, 雷达与 MIMO 通信交融建立起来的 MIMO 雷达受到雷达界的广泛关注。目前的 MIMO 雷达研究主要集中在两种不同形式的 MIMO 系统: 一是基于相控阵体制的 MIMO 雷达<sup>[1-2]</sup>, 雷达单元之间的间距足够小, 采用相干处理各单元发射的信号; 二是基于多基地(Multi-static)或多站点(Multi-site)的 MIMO 雷达<sup>[3-7]</sup>, 收发单元间距足够大, 从而使得各单元信号相互独立, 以此获得空间分集增益提高雷达的检测和估计性能。本文重点研究第二类 MIMO 雷达。文献[3]首次提出此类 MIMO 雷达的概念, 在此基础上, 人们对 MIMO 雷达的波形设计<sup>[4]</sup>、参数估计和目标定位<sup>[5]</sup>以及检测<sup>[3-7]</sup>等方面进行了深入的研究, 其基本思想是把传统雷达的相关成果推广到 MIMO 雷达。

在高斯背景下 MIMO 雷达的目标检测中, 文献[3-4]研究了 MIMO 雷达对静止目标的检测性能, 利用 MIMO 雷达的空间分集特性克服目标角闪烁对检测性能的影响; 文献[5-6]将文献[3]的工作推广到运动目标检测领域, 利用 MIMO 雷达的空间分集减小目标小径向速度对检测性能的影响; 文献

[7]首次将 STAP 扩展到 MIMO 雷达中, 研究了机载 MIMO 雷达在二维杂波下的最优和分布式检测器。然而, 文献[3-5, 7]的研究是基于已知杂波协方差统计特性的假设条件, 文献[6]则没有对 MIMO 雷达的检测性能进行理论分析。

众所周知, 机载雷达通常要在未知统计特性杂波中检测目标<sup>[8-10]</sup>。此时, 杂波统计特性一般通过大量独立同分布(IID)的临近参考单元数据估计得出。因此, 开展机载 MIMO 雷达自适应处理是 MIMO 雷达研究的一个重要方面。在过去的几十年里, 人们在单基地雷达中开展了大量自适应处理方面的研究, 提出了各种具有恒虚警特性的检测器<sup>[8-12]</sup>。本文将单基地雷达的 AMF 检测器<sup>[11]</sup>推广到机载 MIMO 雷达, 提出 MIMO-AMF 检测器, 充分利用 MIMO 雷达的分集特性减小目标角闪烁和小径向速度对雷达检测性能的影响, 并从理论上分析了其检测性能。然后, 根据杂波协方差矩阵的块对角特性, 提出一种具有恒虚警特性的简化 MIMO-AMF 检测器, 大大减小 MIMO-AMF 的复杂度, 同时降低对 IID 参考单元数目的要求, 因此有利于 MIMO 雷达的实时处理, 具有一定实用价值。

## 1 机载 MIMO 雷达回波模型

为方便讨论, 本文研究如图 1 所示的 MIMO 雷

达系统<sup>[5]</sup>。它由一个发射雷达单元和位于不同位置的  $M$  个接收雷达单元构成。假设发射单元在一个相干处理周期(CPI)发射  $N_t$  个脉冲,第  $m$  个接收单元采用阵元数为  $N_m$  的阵列天线接收回波,其接收到待测距离单元和第  $k$  个参考距离单元的空时回波分别为  $z_m$  和  $z_{mk}$  ( $m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K$ ),相应的杂波分量为  $n_m$  和  $n_{mk}$ ,目标的归一化空间频率和多普勒频率分别为  $f_{sm}$  和  $f_{dm}$ ,回波强度为  $a_m$ 。令  $n_k = [n_{1k}^T, n_{2k}^T, \dots, n_{Mk}^T]^T$ ,  $z_k = [z_{1k}^T, z_{2k}^T, \dots, z_{Mk}^T]^T$ ,  $n = [n_1^T, n_2^T, \dots, n_M^T]^T$ ,  $z = [z_1^T, z_2^T, \dots, z_M^T]^T$ ,则 MIMO 雷达对目标的检测可表示以下二元假设检验问题:

$$\begin{aligned}
 H_0: & \begin{cases} z = n \\ z_k = n_k \quad k = 1, \dots, K \end{cases} \\
 H_1: & \begin{cases} z = Sa + n \\ z_k = n_k \quad k = 1, \dots, K \end{cases} \\
 a & = [a_1, a_2, \dots, a_M]^T, S = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_M), \\
 s_m & = [1, e^{j2\pi f_{dm}}, \dots, e^{j2\pi f_{dm}(N_t-1)}]^T \otimes \\
 & [1, e^{j2\pi f_{sm}}, \dots, e^{j2\pi f_{sm}(N_m-1)}]^T
 \end{aligned} \tag{1}$$

其中  $H_0$  和  $H_1$  分别表示有无目标两种情形。 $s_m$  为  $N_t N_m \times 1$  维空时导向向量,  $T$  表示转置,  $\otimes$  表示 Kronecker 积。

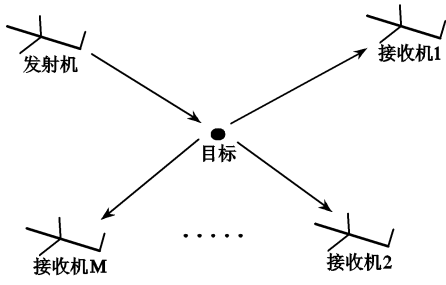


图 1 机载 MIMO 雷达结构框图  
Fig. 1 Configuration of airborne MIMO radar

假设各距离单元杂波是独立同分布的复高斯随机变量,则  $z$  的协方差矩阵  $R$  等于  $z_k$  的协方差矩阵  $R_k$ ,其第  $(i, j)$  个子矩阵  $R_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, M)$  表示第  $i$  个和第  $j$  个接收雷达单元回波间的互协方差矩阵。令

$$\begin{aligned}
 T_0 & = \frac{1}{K+1} \{ zz^H + \sum_{k=1}^K z_k z_k^H \}, \\
 T_1 & = \frac{1}{K+1} \{ (z - Sa)(z - Sa)^H + \sum_{k=1}^K z_k z_k^H \},
 \end{aligned}$$

则在二元假设下,  $z$  和  $z_k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 的联合概率密度函数分别为:

$$\begin{aligned}
 f_0(z, z_k | R, H_0) & = \left\{ \frac{1}{\|\pi R\|} \exp[-\text{tr}(R^{-1} T_0)] \right\}^{K+1} \\
 f_1(z, z_k | a, R, H_1) & = \left\{ \frac{1}{\|\pi R\|} \exp[-\text{tr}(R^{-1} T_1)] \right\}^{K+1}
 \end{aligned} \tag{2}$$

其中  $H$ 、 $\|\cdot\|$  和  $\text{tr}(\cdot)$  分别表示共轭转置、矩阵的行列式和迹。

由以上信号模型可以看出, MIMO 雷达从不同角度探测目标,使得各接收雷达单元接收到目标回波强度和 Doppler 频率互不相同。因此,目标回波强度和目标 Doppler 频率在各接收单元中都出现衰落的概率很小,正是这种空间分集特性提高了 MIMO 雷达的检测性能。

## 2 MIMO 雷达 AMF 检测器及其性能分析

本节首先基于(1)式的 MIMO 雷达回波模型,给出一种具有恒虚警特性的 MIMO-AMF 检测器;然后,根据杂波协方差矩阵的块对角特性,提出了一种简化 MIMO-AMF 检测器。为阐述简洁,本节只给出结果,有关推导参见附录。

### 2.1 MIMO-AMF 检测器

AMF 检测器的基本思想如下:首先假定杂波协方差矩阵已知,基于待测单元的数据推导出 GLRT 检测器,然后根据参考单元数据得出的杂波协方差矩阵最大似然估计值,再将其代入上述 GLRT 检测器中。

当 MIMO 雷达的杂波协方差矩阵  $R$  已知时,广义最大似然比可表示为:

$$\frac{\max_a f_1(z | a, R, H_1)}{f_0(z | R, H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma_0 \tag{3}$$

由(3)式可得  $a$  的最小二乘估计值  $\hat{a}$  为  $(S^H R^{-1} S)^{-1} S^H R^{-1} z$ ,将  $\hat{a}$  代入(3)式,经推导可得  $R$  已知时,基于 MIMO 雷达待测单元数据的 GLRT 检测器为:

$$z^H R^{-1} S (S^H R^{-1} S)^{-1} S^H R^{-1} z \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma_1 \tag{4}$$

由独立同分布的参考单元数据可得  $R$  的最大似然估计  $\hat{R}$  为  $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K z_k z_k^H$ ,用  $\hat{R}$  代替(4)式中的  $R$ ,令

$\hat{M} = K \hat{R}$ ,可推导出 MIMO-AMF 检测器为:

$$z^H \hat{M}^{-1} S (S^H \hat{M}^{-1} S)^{-1} S^H \hat{M}^{-1} z \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma \tag{5}$$

同时,根据(1)式的回波模型,可以推导出  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{R}$  都未知时,基于 MIMO 雷达所有单元数据的 GLRT 检测器为:

$$\frac{\mathbf{z}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{z}}{1 + \mathbf{z}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{z}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma \quad (6)$$

比较(5)式和(6)式可知 AMF 检测器无需计算  $1 + \mathbf{z}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{z}$ , 从而大大减小运算量,使算法易于实现。采用文献[9]对单基地 GLRT 检测器检测量统计特性的研究方法,对(5)式左端进行白化和酉变换等操作后,可将(5)式表示为:

$$\frac{t}{\tau} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma \rho \quad (7)$$

其中在  $H_0$  条件下,  $2t$  和  $2\tau$  都是中心 chi 平方分布,自由度分别为  $2M$  和  $2(K - N_t \sum_{m=1}^M N_m + 1)$ ; 在  $H_1$  条件下,  $2\tau$  的概率密度函数与  $H_0$  时相同,  $2t$  是自由度为  $2M$ 、非中心参数等于  $2\rho \mathbf{a}^H \mathbf{S}^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{a}$  ( $0 < \rho < 1$ ) 的非中心 chi 平方分布,  $\rho$  是估计杂波协方差矩阵引起的损失因子,其概率密度函数为:

$$f_\rho(\rho) = \frac{K!}{\left[ \sum_{m=1}^M (N_t N_m - 1) - 1 \right]! \left[ K - \sum_{m=1}^M (N_t N_m - 1) \right]} \times (1 - \rho)^{\sum_{m=1}^M (N_t N_m - 1) - 1} \rho^{K - \sum_{m=1}^M (N_t N_m - 1)} \quad (8)$$

根据  $2t$ 、 $2\tau$  以及  $\rho$  的概率密度函数,可推导出 MIMO-AMF 检测器的虚警概率和检测概率分别为:

$$P_{fa} = \sum_{i=1}^M \frac{(c_0 + M - i)!}{c_0! (M - i)!} \int_0^1 \frac{(\gamma \rho)^{M-i}}{(1 + \gamma \rho)^{c_0 + M + 1 - i}} f_\rho(\rho) d\rho$$

$$P_d = \int_0^1 P_d(\rho) f_\rho(\rho) d\rho \quad (9)$$

其中:

$$P_d(\rho) = 1 - (\gamma \rho)^{M-1} (1 + \gamma \rho)^{-(c_0 + M)} \sum_{j=1}^{c_0 + 1} \binom{c_0 + M}{j + M - 1} (\gamma \rho)^j \left[ 1 - \sum_{i=1}^M A_i \left( \frac{\rho}{\rho + (1 + \gamma \rho) / (\lambda_i \sigma_i^2)} \right) \right]^j;$$

$$c_0 = K - N_t \sum_{m=1}^M N_m$$

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$  为矩阵  $\mathbf{S}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{S}$  的  $M$  个特征值。

由(9)式可以看出, MIMO-AMF 检测器的虚警概率率和参考单元数  $K$ 、发射脉冲数  $N_t$ 、各个接收雷达的阵元数  $N_m$  以及门限  $\gamma$  有关,因此相对于杂波

协方差矩阵具有恒虚警特性。当 MIMO 雷达收发共置且各接收单元采用相同阵列时,各导向向量  $\mathbf{s}_m$  相同,此时,若(7)式中的  $\rho$  取常数  $\frac{1}{1 - \gamma}$ , (9)式与文献[10]中(6)式和(7)式一致。

### 2.2 简化 MIMO-AMF 检测器

由(5)式可以看出 MIMO-AMF 检测器有两个缺陷:其一,需要通过  $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^H$  估计杂波协方差矩阵  $\mathbf{R}$ , 这就要求 IID 参考距离单元的数目应大于  $2N_t \sum_{m=1}^M N_m$  [13], 而在雷达的实际工作环境中,一般很难获得如此多的 IID 参考单元;其二,  $\hat{\mathbf{R}}$  的维数等于  $N_t \sum_{m=1}^M N_m$ , 当  $M$  很大时,将无法实时对  $\hat{\mathbf{R}}$  求逆。考虑到 MIMO 雷达各接收单元数据互不相关 [14], 因此其协方差矩阵  $\mathbf{R}$  具有块对角特性,基于该特性本节给出一种简化 MIMO-AMF 检测器,降低对 IID 参考单元数目的要求,同时大幅度减小矩阵求逆运算量。

当  $\mathbf{R}$  为块对角阵且  $\mathbf{R}$  已知时,广义似然比可表示为:

$$\prod_{i=1}^M \max_{a_i} \left\{ \frac{1}{\|\pi \mathbf{R}_{ii}\|} \exp[-\text{tr}(\mathbf{R}_{ii}^{-1} \mathbf{T}_{1i})] \right\}^{K+1} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma_0 \quad (10)$$

其中  $\mathbf{T}_{1i} = \frac{1}{K+1} \{ (\mathbf{z}_i - a_i \mathbf{s}_i)(\mathbf{z}_i - a_i \mathbf{s}_i)^H \}$ ,  $\mathbf{T}_{0i} = \frac{1}{K+1} \{ \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H \}$ , 类似 2.1 节式(3)~式(6)的推导,可得简化 MIMO-AMF 检测器为:

$$\sum_{i=1}^M \mathbf{z}_i^H \hat{\mathbf{M}}_{ii}^{-1} \mathbf{s}_i (\mathbf{s}_i^H \hat{\mathbf{M}}_{ii}^{-1} \mathbf{s}_i)^{-1} \mathbf{s}_i^H \hat{\mathbf{M}}_{ii}^{-1} \mathbf{z}_i \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma \quad (11)$$

其中  $\hat{\mathbf{M}}_{ii} = \sum_{k=1}^K \mathbf{z}_{ik} \mathbf{z}_{ik}^H$ 。

比较(11)式和(5)式可以看出:简化 MIMO-AMF 只需对各个子块  $\hat{\mathbf{M}}_{ii}$  进行操作,其运算量由  $O(N^3)$  减小到  $O(\sum_{m=1}^M (N_t N_m)^3)$ ; 同时降低对 IID 参考单元数目的要求。

类似于文献[10]附录的推导,(11)式可表示为:

$$\sum_{i=1}^M \frac{t_i}{\tau_i} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \gamma \quad (12)$$

由本文的附录可知, (12) 式所示检测器中各个随机变量在  $H_0$  条件下与杂波无关, 因此简化 MIMO-AMF 相对于杂波协方差矩阵也具有恒虚警特性。在一般情况下很难给出其虚警概率和检测概率的闭合表达式, 只有通过蒙特卡罗仿真的方法进行分析。当  $M = 2$  时, 可求得虚警概率和检测概率分别为:

$$P_{fa} = \int_0^1 \int_0^1 P_{fa}(\rho_1, \rho_2) f_{\rho_1}(\rho_1) f_{\rho_2}(\rho_2) d\rho_1 d\rho_2 \quad (13)$$

$$P_d = \int_0^1 \int_0^1 P_d(\rho_1, \rho_2) f_{\rho_1}(\rho_1) f_{\rho_2}(\rho_2) d\rho_1 d\rho_2$$

其中  $P_{fa}(\rho_1, \rho_2)$  和  $P_d(\rho_1, \rho_2)$  的表达式分别见附录 (16) 式和 (19) 式。

### 3 计算机仿真

在数值仿真中, MIMO 雷达的目标回波采用文献 [3] 所给模型, 其起伏特性满足第一类起伏模型, 即  $\mathbf{a} \sim CN(\mathbf{0}, \sigma_t^2 \mathbf{I})$ 。空时杂波采用文献 [9] 所给模型, 即杂波的协方差矩阵元素为:

$$\begin{aligned} & r(\Delta n_t, \Delta n_m) \\ &= \sum_{l=1}^L \sigma_{cl}^2 \exp \left\{ -2 \left[ \pi \sigma_{cm} (\Delta n_m + m_0 \Delta n_t) \right]^2 - \right. \\ & \quad \left. j2\pi (\Delta n_m + m_0 \Delta n_t) f_{cml} \right\} \exp \left\{ -2 (\pi \sigma_{ct} \Delta n_t)^2 \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $m_0 = \frac{2v_a}{df_{PRF}}$ ,  $\Delta n_m = n_m - n'_m$ ,  $\Delta n_t = n_t - n'_t$ ,  $v_a$  表示雷达平台运动速度,  $d$  表示接收线阵阵元间距,  $f_{PRF}$  表示发射脉冲重复频率,  $L$  表示杂波在角度-多普勒平面中的峰值数,  $\sigma_{cm}$  和  $\sigma_{ct}$  表示杂波峰的宽度,  $\sigma_{cl}^2$  表示各杂波峰的功率。

$$\text{信杂比定义为 } \text{SCR} = \frac{\sigma_t^2}{\sum_{l=1}^L \sigma_l^2}$$

仿真参数设置如下: 虚警概率  $P_{fa} = 10^{-3}$ ; 发射单元一个 CPI 内的脉冲数为 5; 接收单元数为 3, 各接收雷达单元都采用阵元数等于 4、阵元间距等于半个波长的均匀线阵接收回波,  $L = 3$ ,  $\sigma_{cm} = 0.025$ ,  $\sigma_{ct} = 0.01$ ,  $m_0 = 1$ , 因此杂波的峰值分别位于  $(-0.3, -0.3)$ 、 $(0, 0)$  以及  $(0.3, 0.3)$ ; 接收雷达 1~3 接收到的目标归一化多普勒频率和空间频率分别为  $(-0.4, 0)$ 、 $(0.1, 0)$  以及  $(0.3, 0.1)$ 。

图 2 给出参考单元数  $K$  为 180, 在不同信杂比下, MIMO-AMF、简化 MIMO-AMF 以及对接收雷达 2 的数据进行 AMF 处理三种 AMF 检测器的性能。

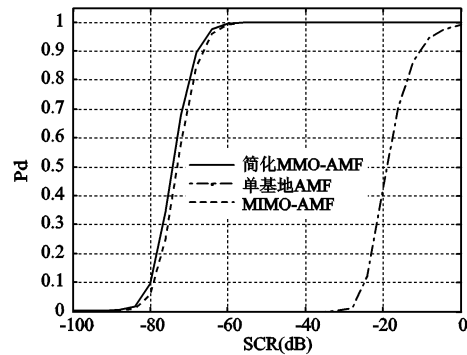


图 2 不同信杂比下三种 AMF 检测器的性能  
Fig. 2 Detection performance of three different AMF detectors as a function of SCR

图 3 给出参考单元数  $K$  为 70 时, MIMO-AMF、简化 MIMO-AMF 在不同信杂比下的检测性能。

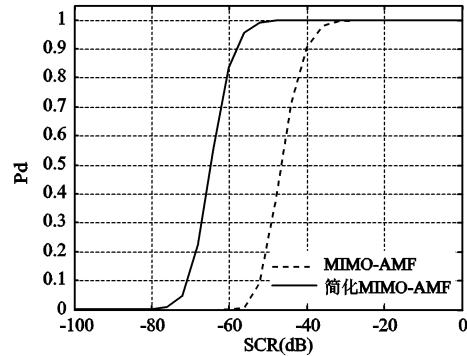


图 3 不同信杂比下 MIMO-AMF 与简化 MIMO-AMF 性能  
Fig. 3 Detection performance of MIMO-AMF and simplified MIMO-AMF as a function of SCR

由仿真结果可得以下结论:

(1) MIMO-AMF 和简化 MIMO-AMF 的检测性能都明显优于单基地 AMF, 这是因为目标相对于雷达 2 的空时频率接近杂波的峰值, 单基地 AMF 在滤除杂波的同时也滤去了目标; 而 MIMO 雷达利用 3 个单元同时探测目标, 此时, 雷达 1 和雷达 3 的目标离杂波峰值较远, 因此将 3 个接收单元的数据进行融合处理, 能充分利用 MIMO 雷达的空间分集特性提高检测性能。

(2) 在参考单元数量有限时, 简化 MIMO-AMF 的检测性能优于 MIMO-AMF。其原因如下: 文献 [13] 的理论推导表明, 若要使杂波协方差矩阵估计误差所引起的检测性能损失小于 3dB, 独立同分布参考单元的数量至少要等于空时维数的 2 倍。根据仿真条件可知简化 MIMO-AMF 和 MIMO-AMF 的空

时维数分别为 20 和 60,因此它们所需的参考单元数量至少为 40 和 120,才能使检测性能损失小于 3dB。在图 2 中,由于参考单元数为 180,所以两者的检测性能相差不大,此时,简化 MIMO-AMF 的检测性能只略优于 MIMO-AMF;而图 3 中,参考单元数为 70,显然 MIMO-AMF 无法正确估计出杂波协方差矩阵,故此时简化 MIMO-AMF 的检测性能明显优于 MIMO-AMF。

4 结论

针对机载 MIMO 雷达在未知统计特性杂波中的目标检测问题,本文将单基地 AMF 检测器拓展到 MIMO 雷达,提出相对杂波协方差矩阵具有恒虚警特性的 MIMO-AMF 和简化 MIMO-AMF 检测器,充分利用 MIMO 雷达的空间分集特性提高目标检测性能。相比 MIMO-AMF,简化 MIMO-AMF 降低对参考单元数目的要求和矩阵求逆的运算量,因此更适用于工作在参考单元受限的非均匀杂波环境下。

附录:

(1) 在  $H_0$  条件下,  $2t_i$  和  $2\tau_i$  都是中心 chi 平方分布,自由度分别为 2 和  $2(K - N_t N_i + 1)$ ; 在  $H_1$  条件下,  $2t_i$  满足自由度为 2 的非中心 chi 平方分布,非中心参数  $2\mu_i$  等于  $2\rho_i a_i^H s_i^H \mathbf{R}_{ii}^{-1} s_i a_i$ ;  $2\tau_i$  的概率密度函数与  $H_0$  时相同。令  $\rho_i$  ( $0 < \rho_i < 1$ ) 表示是估计杂波协方差矩阵各子块  $\mathbf{R}_{ii}$  引起的损失因子,其概率密度函数为:

$$f_{\rho_i}(\rho_i) = \frac{K!}{(N_t N_i - 2)!(K - N_t N_i + 1)!} \cdot (1 - \rho_i)^{N_t N_i - 2} \rho_i^{K - N_t N_i + 1} \quad (15)$$

因此在  $H_0$  条件下,  $\xi_i \rho_i (K - N_t N_i + 1)$  服从自由度等于  $(2, 2 \times (K - N_t N_i + 1))$  中心  $F$  分布,故  $\xi_i$  的概率密度函数为  $f_{\xi_i}(\xi_i | H_0) = \frac{\rho_i (K - N_t N_i + 1)}{(1 + \xi_i \rho_i)^{K - N_t N_i + 2}}$ 。

令  $\xi = \xi_1 + \xi_2$ , 则  $\xi$  的概率密度函数为  $f_{\xi}(\xi | H_0) = \int_0^{\infty} f_{\xi_1}(\xi_1 | H_0) f_{\xi_2}(\xi - \xi_1 | H_0) d\xi_1$ 。因此给定  $\rho_1$  和  $\rho_2$ , 条件虚警概率可表示为:

$$P_{fa}(\rho_1, \rho_2) = \int_{\gamma}^{\infty} f(\xi | H_0) d\xi \quad (16)$$

(2) 在  $H_1$  条件下,可推导出给定  $\rho_1$  和  $\rho_2$ , 随机变量  $\xi_i$  ( $i = 1, 2$ ) 的条件分布函数为:

$$F_{\xi_i/\rho_i}(\xi_i | H_1) = \sum_{j=1}^{K - N_t N_i + 1} \binom{K - N_t N_i + 1}{j} (\xi_i \rho_i + 1)^{-(K - N_t N_i)} \times (\xi_i \rho_i)^j \sum_{m=0}^{j-1} \frac{1}{\rho_i s_i^H \mathbf{R}_{ii}^{-1} s_i \sigma_s^2} \left(1 + \frac{\xi_i \rho_i + 1}{\rho_i s_i^H \mathbf{R}_{ii}^{-1} s_i \sigma_s^2}\right)^{-(m+1)} \quad (17)$$

由于  $\xi_1$  和  $\xi_2$  相互独立,因此条件检测概率可表示为:

$$P_d(\rho_1, \rho_2) = 1 - \int_0^{\gamma} p_{\xi_2/\rho_2}(\xi_2 | H_1) F_{\xi_1/\rho_1}(\gamma - \xi_2 | H_1) d\xi_2 \quad (18)$$

将(17)式及其导数代入(18)式,并令  $g_i = s_i^H \mathbf{R}_{ii}^{-1} s_i$ ,  $K_i = K - N_t N_i + 1$  ( $i = 1, 2$ ), 经化简可将  $P_d(\rho_1, \rho_2)$  表示为:

$$P_d(\rho_1, \rho_2) = 1 - \sum_{j_1=1}^{K_1} \binom{K_1}{j_1} \sum_{m_1=0}^{j_1-1} \frac{1}{\rho_1 g_1 \sigma_s^2} \sum_{j_2=1}^{K_2} \binom{K_2}{j_2} \sum_{m_2=0}^{j_2-1} \frac{1}{\rho_2 g_2 \sigma_s^2} \times \int_0^{\gamma} \frac{[(\gamma - \xi_2)\rho_1]^{j_1} [(\gamma - \xi_2)\rho_1 + 1]^{-(K_1-1)}}{\left(1 + \frac{(\gamma - \xi_2)\rho_1 + 1}{\rho_1 g_1 \sigma_s^2}\right)^{m_1+1}} \times \frac{\partial \left[ (\xi_2 \rho_2)^{j_2} (\xi_2 \rho_2 + 1)^{-(K_2-1)} \left(1 + \frac{\xi_2 \rho_2 + 1}{\rho_2 g_2 \sigma_s^2}\right)^{-(m_2+1)} \right]}{\partial \xi_2} d\xi_2 \quad (19)$$

参考文献:

[ 1 ] Bekkerman I, Tabrikian J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars[J]. IEEE Trans. on SP., 2006, 54(10): 3873 - 3883.

[ 2 ] Stoica P, Li J, Xie Y. On probing signal design for MIMO radar[J]. IEEE Trans. on SP., 2007, 55(8): 4151 - 4161.

[ 3 ] Fishler E, Haimovich A, Blum R, et al. Spatial diversity in radars-Models and detection performance[J]. IEEE Trans. on SP., 2006, 54(3): 823 - 838.

[ 4 ] Maio A D, Lops M. Design principles of MIMO radar detectors[J]. IEEE Trans. on AES., 2007, 43(3): 886 - 898.

[ 5 ] Haimovich A M, Blum R S, Cimini L J. MIMO radar with widely separated antennas[J]. IEEE SP. Magazine, 2008, 25(1): 116 - 129.

[ 6 ] Sheikhi A, Zamani A, Norouzi Y. Model-based adaptive target detection in clutter using MIMO radar[C]. In Proc. CIE, 2006, 1: 57 - 60.

[ 7 ] Goodman N A, Bruyere D. Optimum and decentralized detection for multistatic airborne radar[J]. IEEE Trans. on AES., 2007,

- 43(2): 806 – 813.
- [ 8 ] Kelly E J. A adaptive detection algorithm[J]. IEEE Trans. on AES, 1986, 22(1): 115 – 127.
- [ 9 ] Park H, Li J, Wang H. Polarization-space-time domain generalized likelihood ratio detection of radar targets[J]. Signal Processing, 1995, 41(2): 153 – 164.
- [10] Pastina D, Lombardo P, Bucciarelli T. Adaptive polarimetric target detection with coherent radar[J]. IEEE Trans. on AES. , 2001, 37(4): 1194 – 1219.
- [11] Robey F C, Fuhrmann D R, Kelly E J, et al. A CFAR adaptive matched filter detector[J]. IEEE Trans. on AES. , 1992, 28(1): 208 – 216.
- [12] Maio A D, Ricci G. A polarimetric adaptive matched filter[J]. Signal Processing, 2001, 81(3): 2583 – 2589.
- [13] Reed I S, Mallett J D, Brennan E. Rapid convergence rate in adaptive arrays[J]. IEEE Trans on AES, 1974, 10(6): 853 – 863.
- [14] Sammartino P F, Baker C J, Griffiths H D. MIMO radar performance in clutter environment[C]. CIE Radar, Shanghai, 2006: 16 – 19.

作者简介:江胜利(1979 - ),男,博士生,研究方向为雷达波形设计与信号处理。

通信地址:南京理工大学电光学院雷达楼(210014)

电话:(025)84315156

E-mail:jsl2006\_hz@163.com

## Adaptive Matched Filter Detector for Airborne MIMO Radars

JIANG Sheng-li, WANG Ju-ting, HE Jin, LIU Zhong

(Department of Electronic Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210014, China)

**Abstract:** This paper studies the problem of signal detection in clutter with unknown statistical properties for the airborne MIMO radars. Firstly, an adaptive matched filter detector (AMFD) is proposed to improve the detection performance exploiting the spatial diversity of MIMO radar, and the theoretical expression is derived for the detection performance. Secondly, we derive a simplified AMFD based on the block diagonal property of clutter covariance matrix to reduce both the computational complexity and the secondary range cell numbers required for clutter covariance estimation, and a closed form expression for the detection performance is given for the special case of two receiver elements. The results show that both proposed detectors have CFAR with respect to the covariance matrix of clutter, and can effectively detect targets in clutter.

**Key words:** MIMO radar; Adaptive matched filter detector; CFAR