

# 基于 IMM\_UKF 的红外导弹滑模制导

曾宪伟<sup>1</sup>, 方洋旺<sup>1</sup>, 王洪强<sup>1</sup>, 陈晨<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学工程学院, 西安 710038; 2. 中国人民解放军驻电子二十九所军事代表室, 成都 610041)

**摘要:** 针对红外空空导弹被动制导问题, 将交互式多模型算法 (IMM) 和不敏滤波 (UKF) 算法结合起来估计目标状态, 同时设计了滑模制导律来提高目标的可观性, 从而提高导弹制导精度。仿真结果表明在同等可观性条件下, IMM\_UKF 较自适应两步滤波 (ATSF) 估计精度高, 与滑模制导律结合起来提高了制导精度, 减小了脱靶量。

**关键词:** 交互式多模型; 不敏滤波; 滑模制导律; 自适应两步滤波

**中图分类号:** V448      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2009)04-1385-05

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.013

## 0 引言

在现代导弹制导系统中, 红外导引头不向空中辐射任何能量, 它通过接收目标辐射的热能进行探测和定位, 具有较强的抗干扰能力。由于其不辐射能量, 因而不容易被侦察和定位, 使得它在工作时不会暴露自己, 有很好的隐蔽性。但是, 这种探测器只能测量出导弹-目标相对视线角 (或相对视线角速度), 如何在仅有角度测量信息的情况下对目标进行估计引起了人们的浓厚兴趣。仅有角度测量信息的制导问题称为被动制导问题, 被动制导问题又是一个非线性估计问题, 因此必须研究稳定性好、收敛速度快、估计精度高的非线性滤波方法。常用的非线性滤波方法是扩展 Kalman 滤波 (EKF), 但是当系统线性化误差较大时, 此方法精度差, 而且容易发散<sup>[1]</sup>; Song T L<sup>[2]</sup> 等提出了修正增益推广 Kalman 滤波器 (MGEKF), 精度较 EKF 有明显提高, 但设计难度较高; 周荻<sup>[3-5]</sup> 等对推广 Kalman 滤波器进行了改进, 提出了改进的推广 Kalman 滤波器和自适应两步滤波器等, 较 MGEKF 性能有较大提高, 但是参数调节困难。同时, 在被动制导条件下, 导弹的机动飞行轨迹会对滤波器的性能产生直接影响<sup>[6-7]</sup>, 因此在设计导引律时有必要考虑系统可观性指标。

由于 Unscented Kalman Filter (UKF) 比 EKF 滤波稳定, 精度高, 本文将交互式多模型算法 (IMM) 与 UKF 算法结合起来, 作为目标状态估计算法; 同

时, 在考虑系统可观性的基础上, 基于运动跟踪变结构控制理论设计了滑模制导律。

## 1 问题描述

考虑带有距离-方位测量的平面寻的问题, 在直角坐标系下, 目标相对导弹的运动状态包含有相对位置、相对速度以及目标加速度分量, 即  $X = [r_x \ r_y \ v_x \ v_y \ a_{Tx} \ a_{Ty}]$ 。为了使问题简化, 假设导弹的自动驾驶仪无惯性滞后, 则目标-导弹相对运动的状态方程为

$$X(k+1) = AX(k) + Ba_m(k) + Cw_T(k) \quad (1)$$

其中, 选择目标运动模型为匀速运动模型 (CV) 时,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = - \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ T & 0 \\ 0 & T \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ T & 0 \\ 0 & T \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

选择目标机动模型为匀加速运动模型 (CA) 时, 则有

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 & T^2/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T & 0 & T^2/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = - \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ T & 0 \\ 0 & T \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ T & 0 \\ 0 & T \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

这里  $T$  是采样周期,  $a_M = [a_{M_x} \ a_{M_y}]^T$  为导弹加速度向量,  $w_T = [w_{T_x} \ w_{T_y}]^T$  为零均值高斯白噪声。

红外导引头量测方程为

$$z(k) = \arctan[r_y(k)/r_x(k)] + v(k) \quad (2)$$

其中,  $v(k)$  是红外量测视线角 (LOS) 噪声, 满足零均值高斯分布, 协方差为  $R$ 。

## 2 IMM\_UKF 算法

设  $M^{(t)}(k)$  表示模型  $M^{(t)}$  在第  $k$  个采样周期有效这一事件, 则  $M^{(s)}(k-1)$  表示在第  $k-1$  个采样周期模型  $M^{(s)}$  有效的事件, 具有  $r$  个模型的基于 IMM 和 UKF 算法如下:

(1) 由上一时刻模型  $s$  的估计  $\hat{X}^{(s)}(k-1|k-1)$  及其协方差  $P^{(s)}(k-1|k-1)$ , 计算匹配于模型  $M^{(t)}$  的滤波器的混合初始条件, 假定模型间转换符合 Markov 模型:

$$\begin{aligned} & \hat{X}^{(t)}(k-1|k-1) \\ &= \sum_{j=1}^r \hat{X}^{(j)}(k-1|k-1) \cdot \mu^{(j,t)}(k-1|k-1) \cdot \\ & \hat{P}^{(t)}(k-1|k-1) \\ &= \sum_{j=1}^r [P^{(j)}(k-1|k-1) + (\hat{X}^{(j)}(k-1|k-1) - \\ & \hat{X}^{(t)}(k-1|k-1)) \cdot (\hat{X}^{(j)}(k-1|k-1) - \\ & \hat{X}^{(t)}(k-1|k-1))^T] \cdot \mu^{(j,t)}(k-1|k-1) \cdot \\ & \mu^{(j,t)}(k-1|k-1) \\ &= p(M^{(j,t)}(k-1) | M^{(t)}(k), Z^{k-1}) \\ &= \frac{1}{\bar{c}_t} \pi_{jt} \mu^{(j)}(k-1) \\ & j, t = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\bar{c}_t = \sum_{i=1}^r \pi_{it} \mu^{(i)}(k-1)$  是正则化常数;  $\mu^{(j)}(k-1)$  是模型  $M^{(j)}$  的概率;  $\pi_{jt}$  是模型  $M^{(j)}$  到模型  $M^{(t)}$  的转移概率。

(2) 各个模型进行 UKF 滤波。对第  $t = 1, \dots, r$  个模型以  $\hat{X}^{(t)}(k-1|k-1)$  和  $\hat{P}^{(t)}(k-1|k-1)$  进行 UKF 滤波:

① 初始化: 利用  $\hat{X}^{(t)}(k-1|k-1)$  和  $\hat{P}^{(t)}(k-1|k-1)$  求状态向量  $X$  的 Sigma 点  $\{X_i^{(t)}\}$  和权值  $\{w_i^{(t)}\}$ ;

② Sigma 点预测: 利用各个状态模型进行一步预测, 得到状态预测 Sigma 点  $\{X_i^{(t)}(k|k-1)\}$  及测量的预测 Sigma 点  $\{z_i^{(t)}(k)\}$ , 并利用  $\{w_i^{(t)}\}$  计算预测值  $X^{(t)}(k|k-1)$  及  $z^{(t)}(k)$ ;

协方差预测: 利用  $\{X_i^{(t)}(k|k-1)\}$ ,  $\{z_i^{(t)}(k)\}$ ,  $\{w_i^{(t)}\}$  计算  $X$  的预测协方差  $P^{(t)}(k|k-1)$ ,  $X$  和观测  $z(k)$  的互协方差  $P_{xz}^{(t)}(k)$ , 新息协方差  $S^{(t)}(k)$ ;

③ 测量更新: 计算卡尔曼增益

$$K^{(t)} = P_{xz}^{(t)}(k) / \{S^{(t)}(k) + R(k)\} \quad (4)$$

状态更新

$$X^{(t)}(k|k) = X^{(t)}(k|k-1) + K^{(t)} \{z(k) - z^{(t)}(k)\} \quad (5)$$

协方差更新

$$P^{(t)}(k|k) = P^{(t)}(k|k-1) + K^{(t)} \{S^{(t)}(k) + R(k)\} (K^{(t)})^T \quad (6)$$

(3) 模型概率的更新

$$\begin{aligned} \Lambda^{(t)}(k) &= p(z(k) | M^{(t)}(k), Z^{k-1}) \\ &= p(\tilde{z}^{(t)}(k) | M^{(t)}(k), Z^{k-1}) \\ &= |2\pi S^{(t)}(k)|^{-1/2} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\tilde{z}^{(t)}(k))^T \cdot \right. \\ & \left. (S^{(t)}(k))^{-1}(\tilde{z}^{(t)}(k))\right\} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mu^{(t)}(k) = P(M^{(t)}(k) | Z^k) = \frac{1}{c} \Lambda^{(t)}(k) \bar{c}_t \quad (8)$$

$t = 1, 2, \dots, r$

其中,  $\tilde{z}^{(t)}(k) = z(k) - z^{(t)}(k)$ ,  $\bar{c}_t = \sum_{j=1}^r \pi_{jt} \mu^{(j)}(k-1)$ ,  $c = \sum_{j=1}^r \Lambda^{(j)}(k) \bar{c}_j$ 。

(4) 状态估计

$$\hat{X}(k|k) = \prod_{i=1}^r X^{(i)}(k|k)u^{(i)}(k)$$

$$P(k|k) = \prod_{i=1}^r [P^{(i)}(k|k) + (\hat{X}(k|k) - \hat{X}^{(i)}(k|k)) \cdot (\hat{X}(k|k) - X^{(i)}(k|k))^T]u^{(i)}(k) \quad (9)$$

### 3 滑模制导律

选取视线坐标系为参考系,制导过程可以描述为:

$$\dot{\omega} = -2\dot{r}\omega/r - a_m/r + a_t/r \quad (10)$$

其中,  $\omega$  是弹目视线角速度,  $r$  是弹目相对距离,  $\dot{r}$  是弹目相对速度,  $a_m$  和  $a_t$  分别是导弹和目标沿垂直于弹目视线方向的加速度。

$$\omega = \frac{v_y \cdot r_x - v_x \cdot r_y}{r_x^2 + r_y^2} \quad r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$$

$$\dot{r} = \frac{r_x \cdot v_x + r_y \cdot v_y}{r}$$

$$a_t = a_{Ty} \cdot \sin(\text{atan}(r_y/r_x)) - a_{Tx} \cdot \cos(\text{atan}(r_y/r_x))$$

根据运动跟踪变结构控制理论,设给定的运动为  $\omega_d$ , 偏差为  $e = \omega - \omega_d$ 。为了跟踪指令信号,选取切换函数

$$s = e \quad (11)$$

令滑模趋近律为

$$\dot{s} = -k \cdot |s| \cdot s/r - \varepsilon \cdot \text{sgn}(s)/r \quad (12)$$

式中,  $k$  和  $\varepsilon$  均为大于零的常数。

把式(11)代入(12)得

$$\dot{e} = -k \cdot |e| \cdot e/r - \varepsilon \cdot \text{sgn}(e)/r \quad (13)$$

由  $e$  的定义和式(10)可得

$$\dot{e} = -2\dot{r}\omega/r - a_m/r + a_t/r - \dot{\omega}_d \quad (14)$$

注意到  $\dot{r} < 0$ ,  $\omega = e + \omega_d$ , 综合式(13)和(14)得到:

$$a_m = (k + 2) |\dot{r}| e + a_t + \varepsilon \text{sgn}(e) - 2\dot{r}\omega_d - r\dot{\omega}_d \quad (15)$$

上式就是滑模制导律表达式。

### 4 仿真分析

#### 4.1 仿真条件设置

为了方便算法比较,仿真条件参照参考文献[5],设末制导初始时刻目标与导弹的相对位置为  $r_{x0} = 15\text{km}$ ,  $r_{y0} = 5\text{km}$ , 相对速度为  $v_{x0} = -578\text{m/s}$ ,

$v_{y0} = -396\text{m/s}$ , 目标加速度为  $a_{Tx0} = a_{Ty0} = 10\text{m/s}^2$ ; 两种滤波器的初值均为  $r_{x0} = 15.1\text{km}$ ,  $r_{y0} = 5.1\text{km}$ ,  $v_{x0} = -478\text{m/s}$ ,  $v_{y0} = -296\text{m/s}$ ,  $a_{Tx0} = a_{Ty0} = 10\text{m/s}^2$ ; 在 IMM\_UKF 算法中,选择两个 CA 模型和一个 CV 模型,模型初始概率为  $u_0 = [0.2, 0.2, 0.6]$ , 模型之间的转移概率为

$$\pi_{ij} = \begin{bmatrix} 0.80 & 0.15 & 0.05 \\ 0.05 & 0.80 & 0.15 \\ 0.15 & 0.05 & 0.80 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 1$ ,  $\beta = 2$ ,  $\kappa = 0$ ; 在 ATSF 算法中,  $M_{j0} = \text{diag}[10^3 I_3, 10^2 I_3, 10]$ ,  $\hat{R}_0 = 10^{-6}$ ,  $b = 0.98$ ; 滑模制导律中,  $k = 3$ ,  $e = 1$ ,  $\omega_d = 0.02 \times \sin(2\pi t/15)$ 。仿真步长  $T = 0.01\text{s}$ , 仿真次数 50 次。

#### 4.2 仿真结果及分析

在上述条件下,经过 Monte-Carlo 仿真得到的结果如图 1-5 所示。从图 1 导弹拦截目标的弹道曲线可以看出,导弹运动振幅较大,视线角速率振荡幅值较大,充分增强了可观性,滤波性能得到提高,只要参考信号的幅度和频率选择不是太高,导弹过载执行机构不会有太大的负担。从图 2 和图 4 可以看出 IMM\_UKF 算法的位置均方误差小于 1km, 明显小于 ATSF, 估计精度高,而且在跟踪后期导弹与目标的距离较近时,可观测性明显下降,IMM\_UKF 估计误差仍然控制在 1km 范围内,ATSF 误差明显增大;类似的,从图 3 和图 5 可以看出 IMM\_UKF 算法的速度均方误差在 100m/s 上下,而 ATSF 的  $x$  轴速度均方误差开始时在 300m/s 到 700m/s 之间震荡,ATSF 的  $y$  轴速度均方误差开始时在 200m/s 左右,

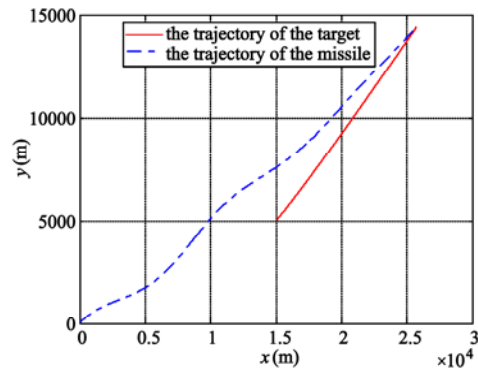


图 1 导弹追踪目标的弹道仿真曲线

Fig. 1 The trajectory simulation of the missile tracking the target

最高达到 500m/s, IMM\_UKF 算法的速度估计精度明显高于 ATSF。

考虑到导弹计算的实时性, 对算法的运算速度进行了获取。在 CPU 为 1.3G 的计算机上, 一个循环的计算时间为 1.2306ms, 基本可以满足实时处理, 如果使用专门的数字处理芯片, 工程是可以实现的。

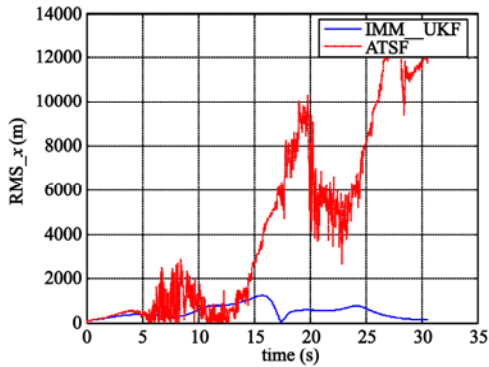


图 2 x 轴方向位置的均方误差  
Fig.2 RMS x position error

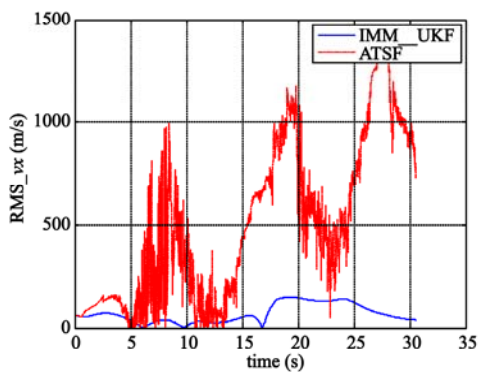


图 3 x 轴方向速度的均方误差  
Fig.3 RMS x speed error

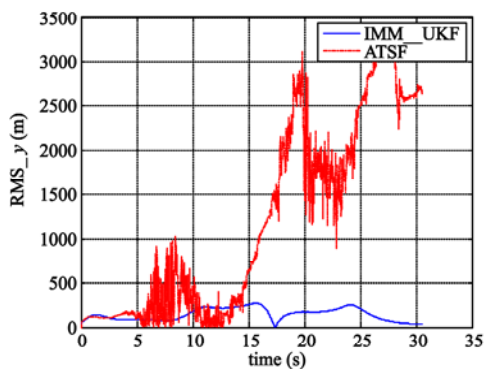


图 4 y 轴方向位置的均方误差  
Fig.4 RMS y position error

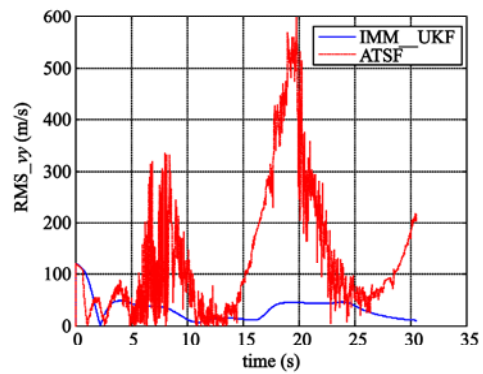


图 5 y 轴方向速度的均方误差  
Fig.5 RMS y speed error

### 5 结论

本文将交互式多模型算法 (IMM) 和不敏滤波 (UKF) 算法结合起来, 同时使用滑模制导律来提高目标的可观性, 从而提高导弹制导精度。仿真结果表明在同等可观性条件下, IMM\_UKF 位置和速度的估计均方误差都小于 ATSF, 估计精度高, 与滑模制导律结合起来提高了制导精度, 减小了脱靶量, 同时实时性好, 可以工程实现。

### 参考文献:

- [1] Aidala V J. Kalman filter behavior in bearings-only tracking applications[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1979, 15(1): 29-39.
- [2] Song T L, Speyer J L. A stochastic analysis of a modified gain extended kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1985, 30(10): 940-949.
- [3] 周荻, 胡振坤, 胡恒章. 自适应推广 KALMAN 滤波应用于导弹的被动制导问题[J]. 宇航学报, 1997, 18(4): 31-36. [ZHOU Di, HU Zhen-kun, HU Heng-zhang. Adaptive extended Kalman filtering for passive missile guidance problem[J]. Journal of Astronautics, 1997, 18(4): 31-36.]
- [4] 周荻, 胡恒章, 杨旭东. 改进的推广 KALMAN 滤波器在导弹被动制导中的应用[J]. 宇航学报, 1998, 19(2): 7-12. [ZHOU Di, HU Heng-zhang, YANG Xu-dong. Application of Modified extended Kalman filter to passive missile guidance[J]. Journal of Astronautics, 1998, 19(2): 7-12.]
- [5] 周荻, 慕春棣, 胡恒章. 自适应两步滤波器及其在寻的导弹被动制导中的应用[J]. 宇航学报, 1999, 20(3): 105-110. [ZHOU Di, MU Chun-di, HU Heng-zhang. Adaptive two-step filter with applications to missile guidance with passive measurements [J]. Journal of Astronautics, 1999, 20(3): 105-110.]
- [6] Nardone S C, Aidala V J. Observability criteria for bearing-only

