

基于 Lyapunov 指数的铝蜂窝板 频率漂移机理分析

何蕊¹, 罗文波², 王本利¹, 孔宪仁¹

(1. 哈尔滨工业大学卫星技术研究所, 哈尔滨 150086; 2. 中国空间技术研究院, 北京 100086)

摘要: 为研究频率漂移现象,对两块不同形状的铝蜂窝夹层板在不同量级下进行随机振动试验,发现固有频率随激振量级增加下移。对可产生频率漂移原因进行了分析,排除了试件损坏及试验条件导致的原因。同时,引入混沌理论,计算出振动数据的最大 Lyapunov 指数大于零,证明振动中存在混沌现象,证实蜂窝板中的非线性是导致频率漂移的主要原因。

关键词: 非线性时间序列; 混沌; 频率漂移; 铝蜂窝板; 随机试验

中图分类号: V524.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328 (2009) 02-0463-05

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.011

0 引言

频率漂移是振动试验中产生的基频随激振量级变化而发生变化的现象。在很多卫星振动试验中都发生了频率漂移现象,美国的 CASSINI 土星探测器^[1],1995年在试验时发现随着激振力的增加,存在较大幅度的频率漂移。国内陈昌亚等学者对卫星频率漂移现象作了很多研究工作,并从结构和材料非线性方面分析频率漂移现象^[2]。王萍萍从结构非线性和卫星连接方式中的接触问题研究了卫星发生频率漂移的原因^[3]。

由于蜂窝夹层板是卫星等航天器制造中普遍使用的材料,已经有很多学者从夹层结构的理论分析、数值计算,芯层的细观结构性能分析,实验方法等方面进行研究并取得了很好的成果。作为卫星最基本组成部分,本文着重于研究蜂窝板的频率漂移现象。

目前,普遍认为频漂是一种非线性问题。近年来,以混沌理论为核心的当代非线性科学的发展对非线性时间序列的研究起到了推动作用,在很多领域得到了发展。

本文引入混沌理论,揭示出蜂窝板振动数据的混沌特性,从另一个角度解释了产生可恢复频率漂移的主要原因。

1 频漂现象

频率漂移现象是近年来结构振动试验中出现的结构基频随激振量级改变而产生改变的现象。随着复合材料的普遍应用,这种现象越来越明显,成为现代航天研究中不可忽视的问题。

对于基础材料来说,不考虑连接的影响,频漂主要有几种原因。

其一是材料内部发生损坏,这样,就导致材料结构发生改变,则其固有频率必然发生变化,这种频漂称为不可恢复频漂。

另一种是由于材料自身的性质产生的漂移,这种漂移当外界激振量级回到初始值后其固有频率也回到初值,即可恢复频漂。对于可恢复频漂,就有必要从材料本身的性质进一步进行研究,判断其是否为非线性因素所导致。

2 基于 Lyapunov 指数的混沌判据及计算方法

判定混沌是混沌研究的前提。判断一个时间序列是否为混沌序列只需计算出时间序列的最大 Lyapunov 指数即可,如果最大 Lyapunov 指数大于零,则可确定时间序列为混沌序列。非线性是混沌现象存在的必要条件,进而确定非线性时间序列。计算 Lyapunov 指数的方法有 Wolf 法^[4]、Jacobian 法和小

数据量法等^[5]。本文根据具体情况和各计算方法的适用性,从中选取 Wolf 法进行计算。

Wolf 法是由 Wolf 在 1985 年提出的,该方法是直接基于相轨线、相平面、相体积等演化来估计 Lyapunov 指数。这类方法统称为 Wolf 方法,它在混沌的研究和基于 Lyapunov 指数的混沌时间序列预测中应用十分广泛。

设混沌时间序列 x_1, x_2, \dots , 嵌入维数 m , 时间延迟 τ , 则重构相空间

$$Y(t_i) = (x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x(t_i + (m-1)\tau)) \quad (1)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N)$$

取初始点 $Y(t_0)$, 设其与最近邻点 $Y_0(t_0)$ 的距离为 L_0 , 追踪这两点的时间演化, 直到 t_1 时刻, 共间距超过某规定值 $\varepsilon > 0$, $L'_0 = |Y(t_1) - Y_0(t_1)| > \varepsilon$ 保留 $Y(t_1)$, 并在 $Y(t_1)$ 邻近另找一个点 $Y_1(t_1)$ 使得 $L_0 = |Y(t_1) - Y_1(t_1)| < \varepsilon$ 并且与之夹角尽可能的小, 继续上述过程, 直至 $Y(t)$ 到达时间序列的终点 N , 这时追踪演化过程总的迭代次数为 M , 则最大 Lyapunov 指数为^[6]

$$\sigma = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{i=0}^{M-1} \ln \frac{L'_i}{L_i} \quad (2)$$

Lyapunov 指数作为沿轨道长期平均的结果, 是一种整体特征, 其值为实数。正的 Lyapunov 指数表明运动轨道在每个局部都不稳定, 相邻轨道指数迅速分离。轨道在整体性的稳定因素作用下反复折叠, 形成混沌引子。因此, $\lambda > 0$ 可以作为混沌行为的判据。

2 试验验证

2.1 试验方法

随着计算机技术的发展, 对振动台随机振动的控制问题得到解决, 随机振动试验也越来越普及, 主要应用在环境试验及工作可靠性试验中。用随机振动分析结构的模态参数的特点是在很短的时间里获得需要的分析数据, 故可以降低航天器试验成本, 本文即采用随机振动试验。

2.2 试验方案

将由铝蜂窝板制成的梁与 T 型板分别用夹具一端固定在 9t 的振动台台面上。台面控制信号与蜂窝板上输出信号均由加速度计进行采集, 加速度计由专用双面胶固定在试件上, 梁试件测点的布置

避开零幅值点, T 型板在不同的位置布多个测点用以比较, 以便从中选择采集效果好的数据进行分析。随机激励频段为 10 ~ 1000 Hz, 输入功率谱密度分别为 0.0005 g²/Hz, 0.001 g²/Hz, 0.002 g²/Hz, 0.004 g²/Hz, 0.008 g²/Hz, 0.016 g²/Hz, 即均方根加速度在 0.704 g, 0.996 g, 1.4 g, 1.98 g, 2.81 g, 3.98 g 的不同振动量级进行激振。

试件尺寸及测点布置见图 1。

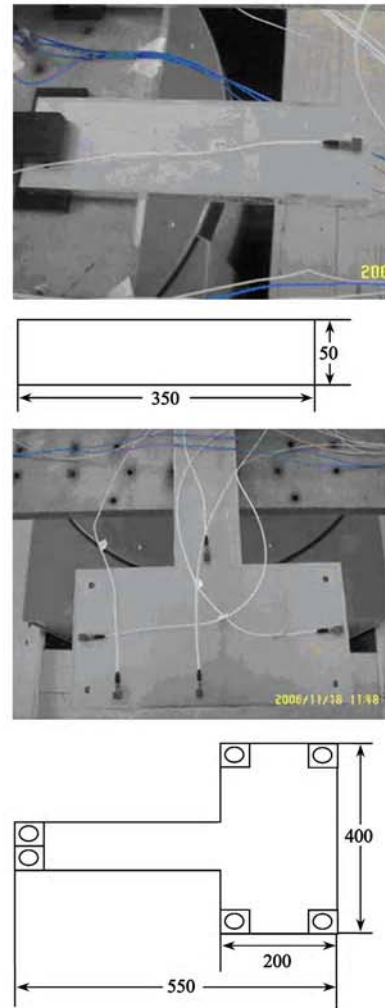


图 1 试验试件和尺寸图

Fig. 1 Test board and the dimension

3 计算结果与比较

本文试验中, 试件由台面带动振动, 故可认为输入为布置在台面上的加速度计采集的信号, 输出为布置在试件上的加速度计采集的信号。

根据输入输出数据, 做出不同激励下的幅频图和频漂图, 为突出细节部分, 将 T 型板一阶二阶分开作图。列于图 2 - 图 4。

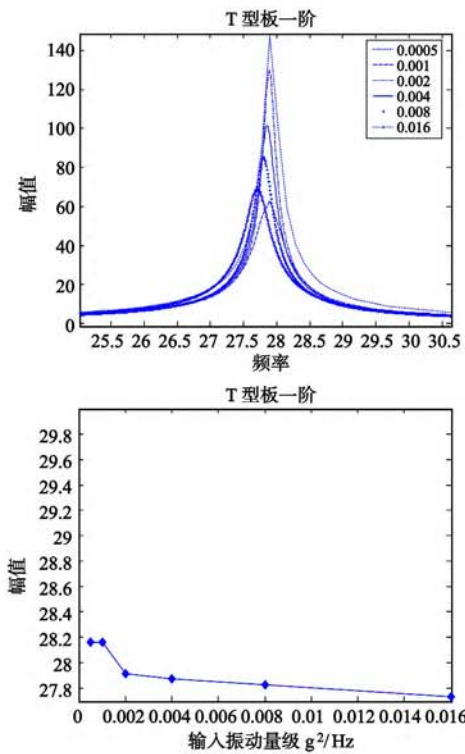


图 2 T 型板幅频图一阶及频率漂移图

Fig. 2 Frequency and amplitude curve and the decrease curve of First order of T board

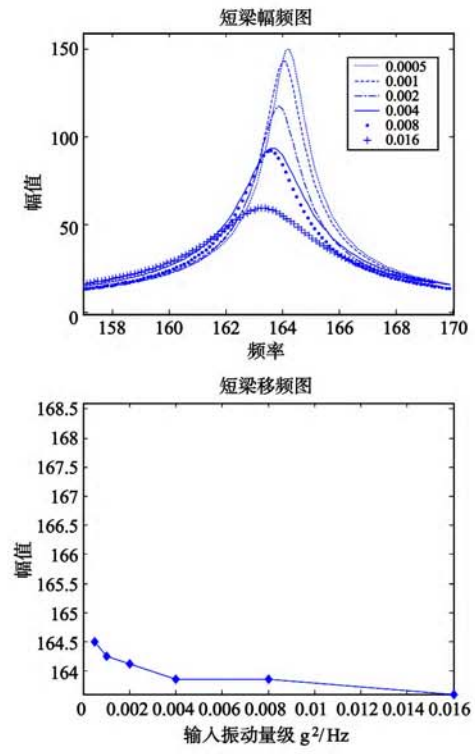


图 4 梁幅频图及频率漂移图

Fig. 4 Frequency and amplitude curve and the decrease curve

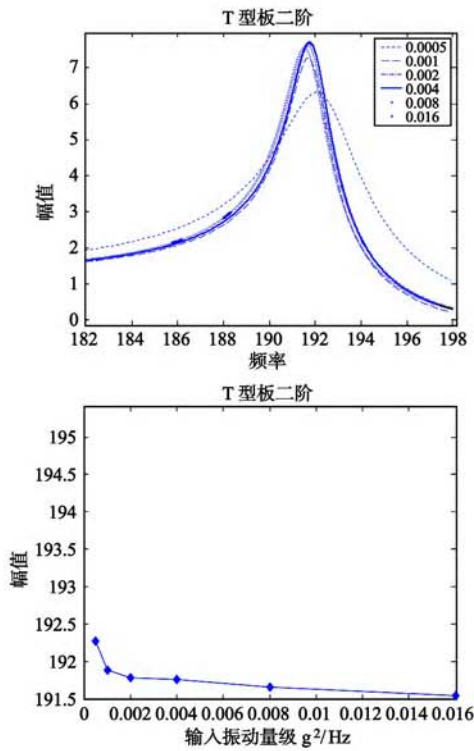


图 3 T 型板幅频图二阶及频率漂移图

Fig. 3 Frequency and amplitude curve and the decrease curve of second order of T board

由图 2 - 图 4 的幅频图与频率漂移图可看出, 在 500Hz 内, 梁存在一阶固有频率, 在 163Hz 附近; T 型板在 500Hz 内存在两阶固有频率, 分别在 28Hz 与 192Hz 附近。梁与 T 型板在激励量级增加的时候均出现了不同程度的频率漂移, 趋势是随着激励量级的增大固有频率降低。

4 频率漂移产生机理分析

由于振动试验可导致蜂窝板发生内部损坏, 损坏后结构变了则固有频率必然发生变化, 为了验证试验中是否发生损坏, 在随机激励振动试验后, 用第一次激励量级对各试验试件重新做振动试验, 同时保持其他参数不变。对两次振动试验作出的幅频图前后对比结果见图 5。

由幅频曲线可看出两次曲线吻合很好, 由此看出, 蜂窝板在外激励增加时固有频率向低频发生漂移, 激励回到初始值后, 固有频率的值也回到初始值, 可以说明蜂窝板内部并无损坏。说明本文中得到的频率漂移现象是可恢复频漂。

5 最大 Lyapunov 指数的计算

应用 Wolf 法需要预先计算几个参数。本文中

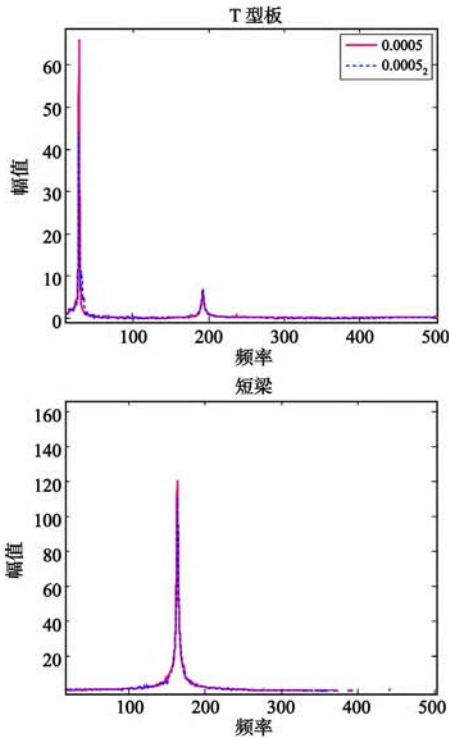


图 5 各试件相同激励前后幅频图对比
Fig. 5 The contrast of the first and the last test in the same condition

应用互信息法计算时间延迟 τ ; 用虚假临近法^[7] (FNN) 计算关联维数 d ; 然后根据 $m \geq 2d + 1$ 得到嵌入维数 m ; 利用求太阳黑子的平均周期方法计算平均周期 P 。

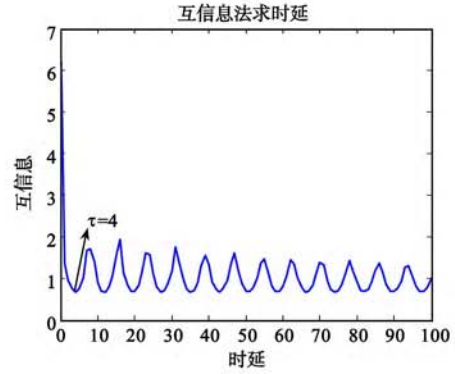
以梁在 $0.0005g^2/Hz$ 激振量级下的振动数据为例, 依次计算时间延迟 τ , 嵌入维数 m , 平均周期 P , 再通过 Wolf 法计算最大 Lyapunov 值, 图 6 为计算过程中得到的各参数图。

图 6 (a) 为应用互信息法计算时间延迟 τ , 取图中互信息第一个零点时的时延为 τ , 可得出 $\tau = 4$; 然后用虚假临近法计算关联维数, 由图 6 (b) 中可得 $d = 5$; 取 $m \geq 2d + 1$ 得 $m = 11$; 平均周期取图示最高峰处周期值由图 6 (c) 取 $P = 15$ 。

得到各参数后, 根据 Wolf 法定义编制程序计算最大 Lyapunov 指数。将各试件在不同激振量级下的各参数及最大 Lyapunov 指数的计算结果列于表 1。

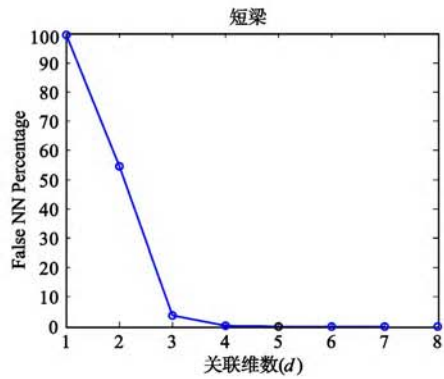
从表 1 中看出, 两块板在文中试验激励下最大 Lyapunov 指数均大于零, 故可得出结论, 在文中试验环境中板的振动均存在混沌现象, 由于非线性是混沌现象存在的必要条件, 则证明了试验数据有混

沌, 既表明结构中一定存在非线性。考虑到试验用试件并无连接螺钉及其他非线性来源, 故可认为这种非线性主要来源于蜂窝板材料本身的性质。



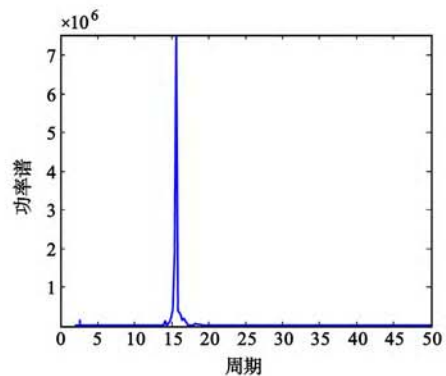
(a) 互信息法计算时间延迟图

(a) Calculation time delay by mutual information approach



(b) 虚假临近法计算关联维数图

(b) Calculation of embedding dimension of test data by false nearest neighbors approach



(c) 平均周期

(c) The average period

图 6 梁计算参数图

Fig. 6 The calculation curves

表 1 应用 Wolf 法计算各参数及最大 Lyapunov 指数结果

Table 1 Parameters and the largest Lyapunov exponent

试件	参数	激振量级 (g^2/Hz)					
		0.0005	0.001	0.002	0.004	0.008	0.016
梁	τ	4	4	4	4	4	4
	d	5	5	5	5	5	6
	m	11	11	11	11	11	13
	P	15	15	15	15	15	15
	LE1	0.0217	0.0172	0.0066	0.0188	0.0276	0.0109
T 型板	τ	4	4	4	4	4	4
	d	5	5	6	5	6	5
	m	11	11	13	11	13	11
	P	92	91	92	91	92	92
	LE1	0.0023	0.0048	0.0013	0.0014	0.0041	0.0042

4 结论

(1) 对于随机激励试验时铝蜂窝板产生的固有频率向下漂移现象进行分析,首先通过试验排除了结构内部造成损坏产生的移频,既文中得到的是可恢复频漂。

(2) 引入混沌理论,证实试验数据中存在混沌现象,确定系统中存在的非线性是此次试验中产生频率漂移的主要原因。

(3) 所得到的 Lyapunov 指数均处于区间 $[0, 1]$,说明试验数据有较强的拟周期性,可做有限步的预测。

下一步工作还将建立系统的混沌模型,对铝蜂窝板的非线性动力学特性进行进一步的分析。

参考文献:

[1] Smith K S. Modal test of the cassini spacecraft [C]. Bethel, CT

USA: 15th International Modal Analysis Conference, IMAC, Part1, 1997: 804 - 810.

[2] 陈昌亚,王本利,王德禹,张建刚. 随振动量级增加卫星结构频率下移的分析 [J]. 上海航天, 2004, (3): 44 - 48. [CHEN Chang-ya, WANG Ben-li, WANG De-yu, ZHANG Jian-gang. The preliminary research about natural frequency decrease in satellite vibration test when excitation level increased [J]. Aerospace Shanghai, 2004, (3): 44 - 48 (in Chinese).]

[3] 王萍萍,陈昌亚,罗文波等. 卫星振动试验中频漂分析 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 38 (1): 74 - 80. [WANG Ping-ping, CHEN Chan-ya, LUOWen-bo, et al. Ana lysis and test of the frequency shift for satellite with honeycomb sandwich [J]. Journal Of Harbin Institute of Technology, 2006, 38 (1): 74 - 80 (in Chinese).]

[4] Wolf A, Swift J B, Swinney H L and Vastano J A. Determining lyapunov exponents from a time series [J]. Physica 16D, 1985: 285 - 317.

[5] Rosenstein M T, Collins J J and De luca C J. A practical method for calculating largest lyapunov exponents from small data sets [J]. Physica D, 1993, 65: 117 - 134.

[6] 吕金虎. 混沌时间序列分析及其应用 [M]. 武汉大学出版社, 2002: 76 - 79. [LV Jin-hu. Analysis and Application of Chaotic Time-series [M]. Wuhan University Press, 2002: 76 - 79 (in Chinese).]

[7] Mathew B, Kennel, Henry D I, Abarbanel. False neighbors and false strands: a reliable minimum embedding dimension algorithm [J]. Physical Review E (S1063 - 651X), 2002, 66 (2): 1 - 18.

作者简介:何蕊 (1978 -),女,博士生,研究方向为结构动力学。

通信地址:哈尔滨市南岗区一匡街 2 号哈工大科学园 3013# (150086)

电话: (0451) 86402357

E-mail: hit_herui@sina.com

Natural Frequency Decrease Analysis of Aluminum Honeycomb Sandwich Board Based on Lyapunov Exponent

HE Rui¹, LUO Wen-bo², WANG Ben-li¹, KONG Xian-ren¹

(1. Research Institute of Satellite Technology, Harbin Inst of Technology, Harbin 150086, China;

2. China Academy of Space Technology, Beijing 100086, China)

Abstract: Natural frequency decrease phenomenon in random vibration test of difform aluminum honeycomb sandwich board in different test datum was analyzed, no internal breakage was proved. Meanwhile, the largest Lyapunov exponent of test data is larger than zero. The possibility of the presence of chaotic behavior in the time-series data is explored. The non-linear is the main causation of natural frequency decrease is proved.

Key words: Nonlinear time series; Chaotic behavior; Natural frequency decrease; Aluminum honeycomb sandwich board; Random vibration test