

空间目标远距离相对运动的非开普勒特性研究

陈磊, 白显宗, 马志昊

(国防科学技术大学航天与材料工程学院, 长沙 410073)

摘要: 空间目标相对运动是空间机动的基础, 所采用的研究方法是开普勒轨道的扩展与改进。将空间目标相对距离用地心角描述, 建立小偏心率假设下两目标地心角表示的相对距离一阶近似解析表达式, 讨论了近地轨道空间目标相对距离的周期性, 相对距离变化曲线可以看作是一个缓慢变化周期曲线上的快速振荡。分析了考虑摄动影响时相对轨道倾角和轨道交点随时间的漂移, 并对长期摄动影响作用下轨道交点的运动进行了分析和计算。依据上述分析, 对相对运动的非开普勒特性进行了讨论。

关键词: 非开普勒; 相对运动; 摄动; 空间目标

中图分类号: V412.4⁺1 文献标识码:A 文章编号: 1000-1328(2009)01-0059-08

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.011

0 引言

开普勒轨道作为航天轨道技术的研究基础, 对于航天技术的发展起到至关重要的作用。目前随着轨道计算精度的提高, 对于开普勒轨道研究越来越深入细致, 主要方法有两个:

(1) 在轨道计算中考虑各种摄动力的影响, 对圆锥曲线进行修正, 获取更加准确的轨道参数;

(2) 采用轨道拼接技术, 为了能够充分利用自然力和航天器推力, 对空间轨道进行分段, 每一段近似可以认为是开普勒轨道, 但综合一起却没有圆锥曲线特性。霍曼转移轨道就具有这种特性。

随着航天任务的发展, 空间目标之间的相对运动特性成为研究的热点。空间交会对接中, 两个航天器之间的相对运动所采用的C-W方程在推导中采用了开普勒轨道理论, 但是所推导的结果与开普勒轨道存在较大差异, 已经独立应用于工程实践。

对于空间目标远距离的相对运动, 目前仍没有一个很好的解决方法。本文将对空间目标的远距离相对运动特性进行分析和讨论。对于空间目标远距离相对运动, 不论是其运动的描述方法, 还是其运动规律, 都具有非开普勒特性。该研究对于航天器碰撞预警、规避机动以及空间平台大范围机动均有重要的理论和实际意义。

两个空间目标在各自的轨道上作周期运动, 其

轨迹可近似认为是两个在缓慢变化的轨道面内椭圆运动的叠加, 两者之间的相对时空关系决定了两目标的相对运动。从理论上讲, 两空间目标之间的相对运动只需要将单个目标运动的结果相减便可以得到, 但是这样得到的相对运动微分方程式形式复杂, 难以获得解析解, 不利于相对运动规律的研究。本文不建立完整的相对运动方程, 而是对两目标之间相对距离的时间特性进行研究。首先在近圆轨道假设条件下研究近地轨道空间目标相对距离变化的周期性, 然后对主要摄动力的影响进行分析, 并基于摄动力分析空间目标轨道交点的运动规律, 最后讨论空间目标远距离相对运动的非开普勒特性。

1 空间目标相对距离的周期性

在不考虑摄动力影响时, 空间目标的运动轨迹是一个闭合椭圆轨道上的周期运动, 那么两空间目标之间的相对距离的变化也必然具有一定的周期性。本节将建立小偏心率假设条件下两目标地心角表示的相对距离一阶近似解析表达式, 并讨论近地轨道空间目标之间相对距离变化的周期性。

1.1 空间目标相对距离的地心角描述

设轨道面不重合的两目标在天球上的投影分别为 S_R 与 S_T , 以目标 S_R 轨道面的天球投影为基本平面, 其轨道面正法向方向为天顶, 建立如图1所示的天球坐标系。则两目标轨道面的天球投影存在两个

交点, 记其中目标 S_T 相对于目标 S_R 上升(由天底向天顶方向运动)的点为 S , 称之为相对升交点, 相应的另一个交点称为相对降交点; u'_R, u'_T 分别为两目标相对于 S 的相位角, δ_R, δ_T 则分别为 S 在两目标轨道上的纬度幅角; 两目标的赤道升交点分别记为 N_R 与 N_T , 轨道倾角分别为 i_R, i_T ; 两目标之间的地心夹角为 γ , 称之为目标地心角; 两目标轨道面之间的夹角记为 I , 称之为相对轨道倾角。

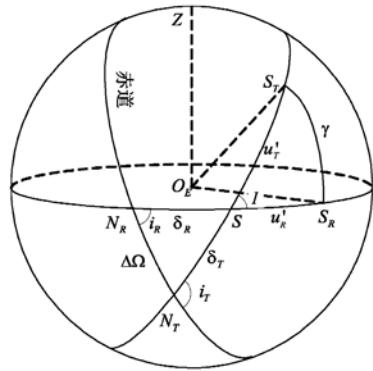


图 1 两目标相对关系在天球上的投影

Fig. 1 Relative motion's projection on celestial sphere

设两目标的地心距分别为 r_R, r_T , 则它们之间的相对距离 r_{rel} 可表示为:

$$r_{rel}^2 = r_R^2 + r_T^2 - 2 r_R r_T \cos \gamma \quad (1)$$

在球面三角形 $S_R S_T S$ 中, 由余弦公式可得^[1]

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \cos u'_R \cos u'_T + \sin u'_R \sin u'_T \cos I \\ &= \frac{1}{2} (1 + \cos I) \cos(u'_R - u'_T) + \\ &\quad \frac{1}{2} (1 - \cos I) \cos(u'_R + u'_T) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $u' = f + \omega - \delta = u - \delta$, f 为真近地点角, ω 为近地点角距, u 为纬度幅角。相对轨道倾角 I 可在球面三角形 $N_R N_T S$ 中求取:

$$\cos I = \cos i_R \cos i_T + \sin i_R \sin i_T \cos \Delta\Omega \quad (I \in [0, \pi]) \quad (3)$$

其中 $\Delta\Omega = \Omega_R - \Omega_T$ 为两航天器的升交点赤经差。相对升交点 S 在两目标轨道上的纬度幅角可在球面三角形 $N_R N_T S$ 中由下式给出:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \delta_R = \frac{\sin \Delta\Omega \sin i_T}{\sin I} \\ \cos \delta_R = \frac{\cos i_R \cos I - \cos i_T}{\sin i_R \sin I} \\ = \frac{\sin i_R \cos i_T - \sin i_T \cos i_R \cos \Delta\Omega}{\sin I} \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \delta_T = \frac{\sin \Delta\Omega \sin i_R}{\sin I} \\ \cos \delta_T = \frac{\cos i_R - \cos i_T \cos I}{\sin i_T \sin I} \\ = \frac{\sin i_R \cos i_T \cos \Delta\Omega - \sin i_T \cos i_R}{\sin I} \end{array} \right. \quad (5)$$

1.2 近圆轨道空间目标相对距离的一阶近似解

要分析目标间相对距离的时间特性, 需要将(1)式表示成时间 t 的显式函数。对于一般的椭圆轨道这一过程必然要涉及到对开普勒方程的求解, 是无法获取解析形式解的。然而当两目标的偏心率很小时, 可以将偏心率 e 视为一阶小量, 从而给出近似的解析形式的表达式。实际应用的航天器特别是近地轨道空间的航天器一般都采用了圆轨道或偏心率很小的近圆轨道, 因此可对偏心率进行一阶近似。

当偏心率为一阶小量时有^[2,3]:

$$f = M + 2e \sin M + o(e^2) \quad (6)$$

又当 $\Delta\theta$ 为小量时有

$$\cos(\theta + \Delta\theta) \approx \cos \theta - \Delta\theta \sin \theta \quad (7)$$

将(6)式代入(2)式并利用(7)式, 忽略二阶及其以上的小量, 可得

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= A \cos((n_R - n_T)t + \phi_1) + \\ &\quad B \cos((n_R + n_T)t + \phi_2) - \\ &\quad 2A(e_R \sin M_R - e_T \sin M_T) \sin \alpha_1 - \\ &\quad 2B(e_R \sin M_R + e_T \sin M_T) \sin \alpha_2 \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}(1 + \cos I) & B &= \frac{1}{2}(1 - \cos I) \\ \phi_1 &= u'_{R0} - u'_{T0} & \phi_2 &= u'_{R0} + u'_{T0} \\ \alpha_1 &= (n_R - n_T)t + \phi_1 \\ \alpha_2 &= (n_R + n_T)t + \phi_2 \end{aligned} \quad (9)$$

u'_{R0}, u'_{T0} 为初始时刻两目标相对于轨道面交点 S 的相位角。

由椭圆运动展开式有

$$E = M + e \sin M + o(e^2) \quad (10)$$

同时地心距可表示为

$$r = a(1 - e \cos E) \quad (11)$$

将(10)式代入(11)式并忽略二阶及其以上小量, 有

$$\begin{aligned} r &\approx a(1 - e \cos(M + e \sin M)) \\ &= a(1 - e \cos M \cos(e \sin M) - \\ &\quad e \sin M \sin(e \sin M)) \\ &\approx a(1 - e \cos M) \end{aligned} \quad (12)$$

将(8)与(12)两式代入相对距离表达式(1)并忽略二阶及其以上小量,则可将其化简为如下的形式:

$$r_{rel}^2 = R_{rel}^2 + 2 a_R e_R F_R(M_R) + 2 a_T e_T F_T(M_T) \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} R_{rel}^2 &= a_R^2 + a_T^2 - 2 a_R a_T \cos \gamma' \\ \cos \gamma' &= A \cos((n_R - n_T)t + \phi_1) + \\ &B \cos((n_R + n_T)t + \phi_2) \\ F_R(M_R) &= (a_T \cos \gamma' - a_R) \cos M_R + \\ 2 a_T (\sin \alpha_1 + B \sin \alpha_2) \sin M_R &\quad (14) \\ F_T(M_T) &= (a_R \cos \gamma' - a_T) \cos M_T + \\ 2 a_R (-A \sin \alpha_1 + B \sin \alpha_2) \sin M_T \end{aligned}$$

从(13)式可以看出,当两目标的偏心率都很小时,目标相对距离的变化在偏心率的一阶近似下表现为多个周期振荡函数的合成,其中 R_{rel}^2 在相对距离的变化过程中对变化趋势起决定性作用。 R_{rel} 实际上是表示当两目标在以各自长半轴为半径的圆轨道上运动时,它们之间的相对距离随时间的变化。而偏心率一阶项引起的扰动只是使相对距离在 R_{rel} 曲线附近作小幅振荡,对相对距离的变化趋势不能起到决定性的影响。

1.3 近地轨道空间目标相对距离的周期性

在前面的分析中已经指出,当两目标的偏心率很小时,它们之间相对距离随时间变化的主要部分可以看作两目标在以各自长半轴为半径的圆轨道上运动时的相对距离变化,因此在以下讨论中认为两目标均在圆轨道上运行。

1.3.1 目标相对距离变化的周期性

运行于圆轨道上的两空间目标之间的相对距离可表示为(1)式,由于运行于圆轨道上的航天器,在沿轨道运动的过程中地心距为常量,则相对距离的变化可由目标地心角的变化完全表征,此时地心角 γ 可以表示为

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= A \cos[(n_R - n_T)t + \varphi_1] + \\ &B \cos[(n_R + n_T)t + \varphi_2] \quad (15) \end{aligned}$$

当两目标的轨道面不重合且轨道高度不同时,上式由两个简谐振荡函数构成,其振幅分别为 A 、 B , 振荡周期分别为

$$T_L = \frac{2\pi}{|n_R - n_T|} \quad T_S = \frac{2\pi}{|n_R + n_T|} \quad (16)$$

显然有 $T_L > T_S$, 因此我们称 T_L 为长周期, T_S 为短周期, 相应的振荡函数也分别称为长周期项与短周期项。如果两目标轨道高度差远小于两目标的

地心距,则相对距离变化曲线可以看作是一个缓慢变化周期曲线上的快速振荡。

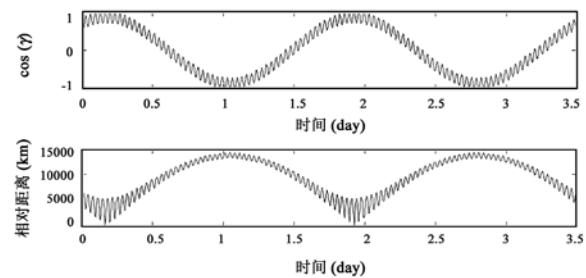


图 2 $I = 45^\circ$ 时相对距离变化曲线

Fig. 2 Relative distance vs. time while $I = 45^\circ$

图 2 与图 3 分别给出了当两航天器的相对轨道倾角 $I = 45^\circ$ 和 $I = 135^\circ$ 时两目标地心角余弦 $\cos \gamma$ 曲线与相对距离曲线,其中 S_R 轨道高度为 800km, S_T 轨道高度为 600km, 偏心率均为 0, 计算过程中不考虑摄动力的影响。通过计算得到此时相对距离变化的两个周期为 $T_L = 1.616$ 天和 $T_S = 0.0343$ 天。

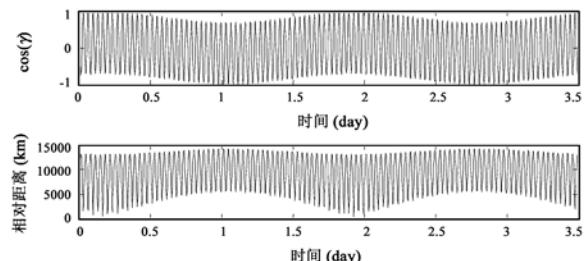


图 3 $I = 135^\circ$ 时相对距离变化曲线

Fig. 3 Relative distance vs. time while $I = 135^\circ$

以上的分析说明在近地轨道,两目标之间的相对距离变化具有宏观周期性,即由于长周期远大于短周期,从宏观上看空间目标相对距离的变化具有周期为长周期的近似周期性,但由于短周期与长周期一般不具有整数倍数关系,因此在每个长周期内曲线变化的具体情况并不完全相同。

相对距离变化的周期性说明两目标之间能够周期性交会,同时这种周期性交会具有如下特点:两目标的交会发生在长周期项的极小值点附近,由于短周期项的快速振荡,在该点附近可能出现多个满足给定的距离约束条件的交会;当约束的距离条件很小时,在一个长周期内的绝大部分时间里两目标不存在交会的机会。当然如果所约束的相对距离过小也可能在一个长周期内都不存在满足条件的交会。

1.3.2 特殊情况的讨论

以上的分析是建立在两目标轨道周期不同且轨

道面不重合的基础上,以下对一些特殊情况进行简单讨论。

(1) 轨道周期相同

当两目标轨道周期相同时,将 $n_R = n_T = n$ 代入(15)式有

$$\cos \gamma = A \cos \phi_1 + B \cos(2nt + \phi_2) \quad (17)$$

在不考虑摄动力影响时,相对轨道倾角恒定,因此长周期项为常量,且 $\cos \gamma \leqslant A \cos \phi_1 + B$, 则当初始相位差较大时两目标不可能近距离交会。

(2) 共面同向运动

两目标共面且同向运动是指两者的相对轨道倾角 $I = 0$, 代入(15)式有:

$$\cos \gamma = \cos[(n_R - n_T)t + \phi_1] \quad (18)$$

此时两目标的天球投影形成一种追逐关系,当它们的轨道周期不相同时,在每个长周期内只存在一次连续时间的交会。同时由于不存在短周期振荡,这一次交会所持续的时间相对比较长。

(3) 共面异向运动

两目标轨道共面异向运动是指两者之间的相对轨道倾角 $I = 180^\circ$, 代入(15)式得:

$$\cos \gamma = \cos[(n_R + n_T)t + \phi_2] \quad (19)$$

显然,在每个短周期内都可实现一次交会,但每次交会的持续时间比较短,且两目标之间的相对速度也比较大。

2 空间目标相对运动的摄动分析

在空间目标的实际飞行过程中,将受到地球非球形引力、大气阻力、太阳光压、日月引力等摄动因素的影响。在近地轨道的所有摄动因素中,地球引力 J_2 项摄动影响是最大的,在分析空间目标相对运动时必须考虑。由于周期项摄动(长周期项和短周期项)的影响有限,在分析过程中仅考虑长期项摄动的影响。

2.1 摄动对相对轨道倾角的影响

由轨道摄动理论,在一阶意义上空间目标轨道长半轴和偏心率均无长期变化,轨道不收缩,轨道变化主要表现为轨道面和拱线的旋转,呈现一个长期进动椭圆的特征^[2]。摄动力可导致两目标相对轨道倾角 I 的变化。相对轨道倾角的变化是由两目标轨道面的旋转引起的,考虑摄动力影响条件下的相对轨道倾角余弦表达式为:

$$\cos I = \cos i_R \cos i_T + \sin i_R \sin i_T \cos(\Delta\Omega_0 + \Delta\dot{\Omega}t) \quad (20)$$

其中 $\Delta\Omega_0$ 为初始时刻两航天器轨道升交点赤经差, $\Delta\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_R - \dot{\Omega}_T$ 。对上式两边同时求导可得

$$\dot{I} = \frac{\sin i_R \sin i_T \sin \Delta\Omega}{\sin I} \cdot \Delta\dot{\Omega} \quad (21)$$

其中 $\Delta\Omega = \Delta\Omega_0 + \Delta\dot{\Omega}t$ 。又由

$$\sin I = \frac{\sin \Delta\Omega \sin i_T}{\sin \delta_R} \quad (22)$$

代入(21)式得

$$\dot{I} = \sin i_R \sin \delta_R \cdot \Delta\dot{\Omega} \quad (23)$$

当 $\dot{\Omega}_R \neq \dot{\Omega}_T$ 时相对轨道倾角随时间周期变化,其变化周期为 $T_p = 2\pi / |\dot{\Omega}_R - \dot{\Omega}_T|$, 相对轨道倾角的极值由两目标的轨道倾角决定,由于 $I \in [0, \pi]$, 则其极大值与极小值分别为:

$$\begin{aligned} \cos I_{\min} &= \cos i_R \cos i_T + \sin i_R \sin i_T \\ \cos I_{\max} &= \cos i_R \cos i_T - \sin i_R \sin i_T \end{aligned} \quad (24)$$

相对轨道倾角的周期变化反映在相对距离的周期变化上表现为长周期和短周期项振幅的周期变化,即产生了相对距离变化的第三个周期运动:振幅的周期变化。由于这个周期变化是由 J_2 项摄动的一阶长期项引起的,我们称之为摄动周期。在给定的轨道高度上,目标轨道面的旋转速度由其轨道倾角决定。注意到 $A + B \equiv 1$, 则这种振幅变化是一个此消彼长的过程。由于两目标轨道面的旋转速度不同,当两目标轨道倾角比较接近时,随着轨道面的旋转,二者的轨道将会出现暂时的共面现象。由摄动方程可知,对于轨道高度相差不大的两目标,当轨道倾角的大小比较接近时,它们轨道面旋转的速度接近,所以相对轨道倾角的变化周期很长,往往需要几年的时间才会完成一个周期的变化,因此这种共面现象会持续较长的时间。

2.2 轨道面交点的漂移

从(4)式可以看出,轨道面旋转引起的相对轨道倾角的变化同时将导致两目标轨道面交点的漂移。空间两个不重合的轨道面在天球上的投影包含两个交点,不失一般性我们以相对升交点 S 为例进行讨论。由(4)式可得

$$\tan \delta_R = \frac{\sin \Delta\Omega \sin i_T}{\sin i_R \cos i_T - \sin i_T \cos i_R \cos \Delta\Omega} \quad (25)$$

两端分别对时间求导有

$$\dot{\delta}_R = \frac{\sin i_T (\sin i_R \cos i_T \cos \Delta\Omega - \sin i_T \cos i_R) - (\sin i_R \cos i_T - \sin i_T \cos i_R \cos \Delta\Omega)^2 \cos^2 \delta_R}{(\sin i_R \cos i_T - \sin i_T \cos i_R \cos \Delta\Omega)^2} \cdot (\dot{\Omega}_R - \dot{\Omega}_T) \quad (26)$$

又根据(4)式我们可以得到

$$\begin{aligned} \sin i_R \cos i_T - \sin i_T \cos i_R \cos \Delta\Omega &= \cos \delta_R \sin I \\ \sin i_R \cos i_T \cos \Delta\Omega - \sin i_T \cos i_R &= \cos \delta_T \sin I \end{aligned} \quad (27)$$

代入(26)式并化简可得

$$\dot{\delta}_R = \frac{\sin i_T \cos \delta_T}{\sin I} (\dot{\Omega}_R - \dot{\Omega}_T) \quad (28)$$

上式为相对升交点 S 在目标 S_R 轨道上的漂移速度。同理我们可以得到其在目标 S_T 轨道上的漂移速度为:

$$\dot{\delta}_T = \frac{\sin i_R \cos \delta_R}{\sin I} (\dot{\Omega}_R - \dot{\Omega}_T) \quad (29)$$

相对升交点的漂移将导致相对距离变化的长短两个周期的变化。在一般意义上, 相对距离变化的两个周期可表示为:

$$T_L = \frac{2\pi}{|\dot{u}'_R - \dot{u}'_T|} \quad T_S = \frac{2\pi}{|\dot{u}'_R + \dot{u}'_T|} \quad (30)$$

将 $u' = f + \omega - \delta$ 代入上式并忽略摄动的周期项影响, 则目标相对距离变化的两个周期可表示为:

$$\begin{aligned} T_L &= \frac{2\pi}{|(\dot{M}_R - \dot{M}_T) + (\dot{\omega}_R - \dot{\omega}_T) - (\dot{\delta}_R - \dot{\delta}_T)|} \\ T_S &= \frac{2\pi}{|(\dot{M}_R + \dot{M}_T) + (\dot{\omega}_R + \dot{\omega}_T) - (\dot{\delta}_R + \dot{\delta}_T)|} \end{aligned} \quad (31)$$

3 考虑摄动因素的空间目标轨道交点分析

空间目标轨道的交点的分析对于空间目标碰撞检测与预警有十分重要的意义。本节我们通过分析两目标轨道交点的动态变化过程, 找出空间目标交会的规律性。在轨空间目标之间的相对运动比较复杂, 但摄动力会使相对关系存在一个长周期变化。对于空间目标, 运行轨道的球面投影可以近似认为是一个大圆。球面上两个大圆之间必然存在两个交点, 如图 4 所示。在北半球的点称为北点, 记为 P_N , 在南半球的点称为南点, 记为 P_S 。如果两个空间目标相撞, 则其必然在这两个交点处碰撞。

设两个空间目标 S_1 和 S_2 , S_1 在 t_{01} 时刻的平根为:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t_{01}) &= (a_{01} \quad e_{01} \quad i_{01} \quad \Omega_{01} \quad \omega_{01} \quad M_{01})^T \\ &= \mathbf{X}_{10} \end{aligned} \quad (32)$$

由参考文献[4-5], S_1 的轨道根数可表示为:

$$a_1(t) = a_{01} + g_{al}(t - t_{01})$$

$$e_1(t) = e_{01} + g_{el}(t - t_{01})$$

$$i_1(t) = i_{01} + g_{il}(t - t_{01})$$

$$\begin{aligned} \Omega_1(t) &= \Omega_{01} + g_{ol}(t - t_{01}) \\ \omega_1(t) &= \omega_{01} + g_{wl}(t - t_{01}) \\ M_1(t) &= M_{01} + g_{Ml}(t - t_{01}) \end{aligned} \quad (33)$$

其中 $g_{al}(t - t_{01})$, $X = a, i, e, \Omega, \omega, M$ 分别为时间 t 的函数, 代表摄动项对轨道根数的影响。同理, S_2 在 t_{02} 时刻的平根和根数随时间的变化可以类似表示。

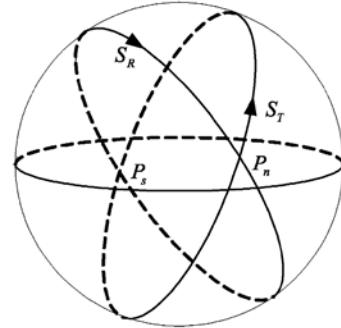


图 4 两目标轨道交点

Fig. 4 Intersection of two objects' orbit

由于轨道根数长周期项和短周期项影响有限, 计算复杂, 为使分析问题进一步清晰, 在分析中可忽略长周期项和短周期项影响, 只考虑长期项影响。本文主要利用 SGP4 模型中的长期项影响公式进行交点分析。

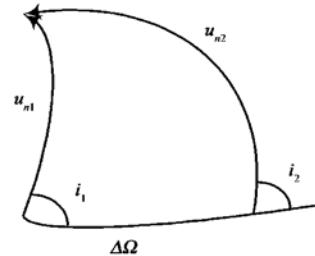


图 5 轨道的球面投影

Fig. 5 Spherical projection of orbit

北点 P_N 的情况如图 5 所示, 由下式可得 u_{nl} 和 u_n2 :

$$\begin{aligned} u_{nl} &= \cot^{-1} \left(\frac{\cos \Delta\Omega \cos i_{nl} - \sin i_{nl} \cot i_{n2}}{\sin \Delta\Omega} \right) \\ u_n2 &= \cot^{-1} \left(\frac{-\cos \Delta\Omega \cos i_{n2} + \sin i_{n2} \cot i_{nl}}{\sin \Delta\Omega} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

其中 $\Delta\Omega = \Omega_{n2} - \Omega_{nl}$ 。此处的 Ω_{nl} , i_{nl} , Ω_{n2} , i_{n2} 分别为过该点的空间目标 S_1 , S_2 轨道根数。并有

$$\begin{aligned} f_{nl} &= u_{nl} - \omega_{nl} \cdot \operatorname{tg} \frac{E_{nl}}{2} = \sqrt{\frac{1 - e_{nl}}{1 + e_{nl}}} \cdot \operatorname{tg} \frac{f_{nl}}{2} \\ M_{nl} &= E_{nl} - e_{nl} \cdot \sin E_{nl} \\ r_{nl} &= a_{nl} \cdot (1 - e_{nl} \cdot \sin E_{nl}) \end{aligned} \quad (35)$$

取

$$\begin{aligned}\kappa_{nl}(X_{10}, X_{20}, t) &= M_{nl} - M_l \\ &= M_{nl} - M_{l0} - g_M(t - t_{l0})\end{aligned}\quad (36)$$

当 $\kappa_{nl}(X_{10}, X_{20}, t) = 0$ 时, 所对应的时刻 t_{nl} 即为 S_1 过北点 P_N 的时刻。同理可得:

$$\begin{aligned}\kappa_{n2}(X_{10}, X_{20}, t) &= M_{n2} - M_2 \\ &= M_{n2} - M_{l2} - g_M(t - t_{l2})\end{aligned}\quad (37)$$

当 $\kappa_{n2}(X_{10}, X_{20}, t) = 0$ 时, 所对应的时刻 t_{n2} 即为 S_2 过北点 P_N 的时刻。令 $\Delta t_N = t_{n2} - t_{nl}$, 为空间目标 S_1 与 S_2 过北点的时间差。需要指出的是, Δt_N 一般情况下不为 0。当 $\Delta t_N = 0$ 时, S_1 与 S_2 同时通

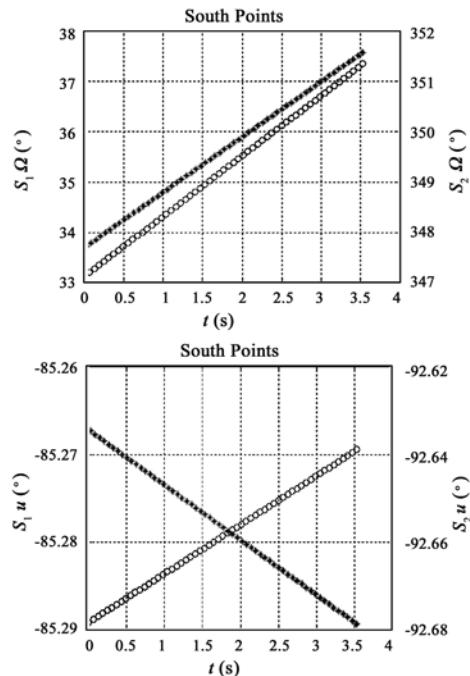


图 6 南点、北点轨道根数(*代表 S_1 、o 代表 S_2)

Fig. 6 Orbit elements of South point and North point (* denote S_1 、o denote S_2)

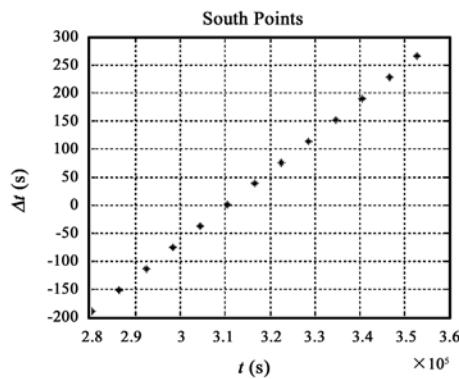


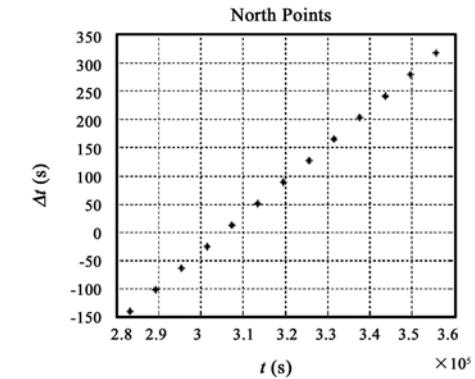
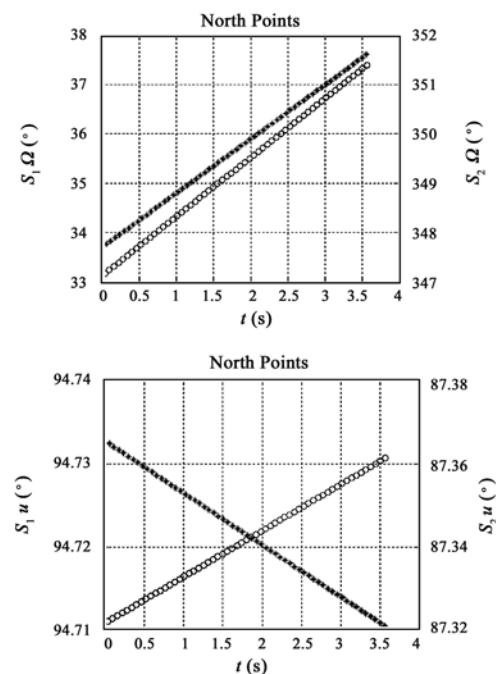
图 7 S_1, S_2 过南北点的时间差

Fig. 7 Time difference crossing south & North point

过北点 P_N , $\Delta r_N = r_{N2} - r_{N1}$ 。如果此时两目标的地心距相同, 则空间目标 S_1 与 S_2 在北点 P_N 处相碰。南点 P_S 处的计算方法与北点 P_N 类似, 只是公式(34)需要改为:

$$\begin{aligned}u_{sl} &= \cot^{-1}\left(\frac{\cos\Delta\Omega\cos i_{sl} - \sin i_{sl}\cot i_{l2}}{\sin\Delta\Omega}\right) + \pi \\ u_{l2} &= \cot^{-1}\left(\frac{-\cos\Delta\Omega\cos i_{l2} + \sin i_{l2}\cot i_{sl}}{\sin\Delta\Omega}\right) + \pi \\ \Delta\Omega &= \Omega_{l2} - \Omega_{sl}\end{aligned}\quad (38)$$

下面以参考文献[9]所述的碰撞事件为例, 利用美国 NORAD 提供的 TLE 轨道根数, 给出北点、南点处经过时间、轨道根数的变化。



由上图可知, S_1 、 S_2 过南点、北点的时间差在非连续单调变化, 如果机动策略使 S_1 、 S_2 过南点、北点的时间差跨过 0 点, 则可以有效避免碰撞。在图 7 中, S_1 、 S_2 的时间差在南点处存在 0 点, 如使此点时间差不为 0, 则必须注意使南点的前后点、以及北点处的时间差均不为 0, 才能确保碰撞规避。

4 空间目标远距离相对运动的非开普勒特性

从前文的分析可以看到, 空间目标的远距离相对运动不同于单个目标在惯性空间的开普勒运动, 具有明显的非开普勒特性。在偏心率一阶近似下, 空间目标的相对距离是多个周期振荡函数的合成, 对于圆轨道则是长周期项和短周期项的合成, 相对距离变化曲线可以看作是一个缓慢变化周期曲线上快速振荡。在考虑摄动力的影响时, 相对轨道倾角与轨道交点都会发生飘移。

空间远距离自主大机动目前所采用的制导方法基础主要是在二体假设下的 Herrick 方法等。这些方法以开普勒轨道为基础, 没有像 C-W 方程等充分利用相对运动的特性。

本文对远距离相对运动的一些特性进行了分析, 所推导的公式仍然采用轨道根数作为基础, 但是从公式所得到的一些结论, 可知:

(1) 远距离相对运动的特性与圆锥曲线特性存在较大差异, 应该有一套完整的类似 C-W 方程的理论进行处理, 这还需要进一步工作。

(2) 摄动项对相对运动的影响是长期性的, 这对于空间碎片碰撞预警与机动规避用处较大, 但对于快速大机动的影响很小。因此在推导短期相对运动公式时可以忽略。

(3) 空间目标远距离相对运动的非开普勒特性对于此类研究给出一个很好的研究思路, 通过采用新的相对参数来取代轨道根数, 作为公式推导的基础, 可以对本文的分析给出一些新的观点, 有利于完整有效的相对运动公式推导。

4 结论

本文对空间目标远距离相对运动的非开普勒特性进行了初步的分析讨论。讨论了运行于近圆轨道上的两目标之间相对距离变化的时间特性。考虑到实际运行的近地轨道空间目标绝大多数采用近圆轨道, 在小偏心率假设下推导了两目标之间相对距离随时间变化的解析表达式。通过对相对距离时间特

性的分析得到近地轨道空间目标之间相对距离变化在时间上存在宏观周期性的结论, 相对距离包含了三个周期变化, 分别为由两目标周期运动引起的长短两个周期变化以及由主要摄动力引起的振幅周期变化。基于轨道根数长期项方程推导了轨道交点的变化规律。

空间目标的相对运动具有非开普勒特性。本文讨论了相对距离的变化规律, 并没有建立相对运动完整的运动方程, 该方程复杂且难以得到解析解。对相对运动问题的最终解决有赖于对完整运动方程的研究, 这需要进行进一步的研究。

参考文献:

- [1] 肖峰. 球面天文学与天体力学基础 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1989. [XIAO Feng. Spherical Astronomy and Celestial Mechanics Fundamentals [M]. Changsha: National Univ. of Defense Technology Press, 1989.]
- [2] 刘林. 航天器轨道理论, 第 1 版 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000. [LIU Lin. Orbit Theory of Spacecraft, Edit 1[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000.]
- [3] 李济生. 人造卫星精密轨道确定 [M]. 北京: 解放军出版社, 2000. [LI Ji-sheng. Satellite Precise Orbit Determination [M]. Beijing: PLA Press, 2000.]
- [4] Felix R, Hoots, Linda L, Crawford, Ronald L, Roehrich. An analytic method to determine future close approaches between satellites[J]. Celestial Mechanics, 1984, 33(2): 143–158.
- [5] Felix R, Hoots. The Future of Artificial Satellite Theories, Hybrid Ephemeris Compression Model. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 1997, 66: 51–60.
- [6] 马志昊. 天基空间监视雷达星座设计与任务规划研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学研究生院, 2007. 9. [MA Zhi-hao. Constellation design and mission planning study of SBR for space surveillance [D]. Changsha: Graduate School of National Univ. of Defense Technology, 2007. 9.]
- [7] Chen Lei, Zhou Bo-zhao, Han Lei. An Analytic Method of Collision Detection for Active Spacecrafts. IAC-04-IAA.5.12.P.02.
- [8] Chen Lei, Han Lei, Ma Zhi-hao. Approach to Collision Avoidance Optimal Maneuvers with Perturbation Analysis. IAC-06-B6.P.2.05.
- [9] Accidental Collisions of Cataloged Satellites Identified[J]. The Orbital Debris Quarterly News, 2005, 9(2): 1–2.

作者简介: 陈磊(1974-), 男, 博士, 副教授, 研究方向为飞行器动力学制导与控制、空间攻防对抗等。

通信地址: 湖南长沙国防科技大学航天与材料工程学院军事航天系 105 教研室(410073)

电话: (0731)4576447

E-mail: clwhl@263.net

Research on Non-Kepler Characteristic of Long-Distance Relative Motion Between Space Objects

CHEN Lei, BAI Xian-zong, MA Zhi-hao

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The relative motion between space objects is the foundation of space maneuver, and the research method is derived from Kepler theory. Periodic characteristic of the distance between two space objects is analyzed under the assumption of small eccentricity. It is found that the relative distance between two space objects contains three periodic variations: the short and long periodic variation generated by the orbit motion around the earth and a perturbation periodic variation generated by the J2 perturbation, which represents as the amplitude periodic variation of the short and long items. This paper deduces equations between point of intersection and initial classical orbital elements considering secular term of classical orbital elements. Non-Kepler characteristics are discussed in the end.

Key words: Non-Kepler; Relative motion; Perturbation; Space object

(上接第 41 页)

A Discussion on Non-Keplerian Orbit

WANG Ping¹, YUAN Jiang-ping¹, FAN Jian-feng²

(1. College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. China Academy of Space Technology, Beijing 100086, China)

Abstract: The conception of Non-Keplerian orbit was described and its applications were discussed. Firstly, as a direction the Keplerian Law was given which in fact as a very creative summarization of the observation results of planets, and it can describe the kinematical principle of planet motion. Then, the concept of Non-Keplerian orbit is given, which is the inevitable result of artificial satellite controllability. In succession, the typical problems of non-Keplerian orbit are described, including kinematical problem of spacecraft in single center gravitation field (viz. two-body problem) and in multi-center gravitation field(viz. multi-body problem). The spiral climbing orbit and suspension orbit are studied as specific case. Finally, the applications of non-Keplerian orbit were put forward, including problem of kinetic energy interception, satellite formation and reconfiguration, optimal maneuvering of system integrated configuration.

Key words: Orbital dynamics; Keplerian orbit; Non-Keplerian orbit