

基于显式有限元技术的梁截面抗撞性优化^{*1)}

侯淑娟

(湖南大学工程力学系 长沙 410082)

李 青

(湖南大学机械与汽车工程学院 长沙 410082)

(悉尼大学航空、机械和机电一体化工程学院, 悉尼 NSW 2006 澳大利亚)

龙述尧

(湖南大学工程力学系 长沙 410082)

摘 要

本文基于显式有限元技术, 采用响应面法, 以结构的比吸能为优化函数, 以提高吸能原件的抗撞性为目的, 对正方形截面的金属薄壁梁进行了形状优化. 经过数值分析, 得出了正方形截面梁的比吸能关于壁厚和截面边长的变化规律, 这些规律可以用于实际吸能原件的设计, 并为进一步研究奠定了基础.

关键词: 设计优化, 有限元法, 抗撞性, 比吸能, 梁截面

OPTIMIZATION OF BEAM SECTION WITH CRASHWORTHINESS CRITERION BASED ON THE EXPLICIT FINITE ELEMENT TECHNOLOGY

Hou Shujuan

(Department of Engineering Mechanics, Hunan University, Changsha,
Hunan 410082, P.R.China)

Li Qing

(College of Mechanical and Automotive Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan
410082, P.R.China)

(School of Aerospace, Mechanical and Mechatronic Engineering, The University of Sydney,
Sydney, NSW 2006, Australia)

Long Shuyao

(Department of Engineering Mechanics, Hunan University, Changsha,
Hunan 410082, P.R.China)

* 2005 年 10 月 14 日收到.

1) 国家 973 资助项目 (2004CB719402) 和国家自然科学基金资助项目 (10372029).

Abstract

In this paper, the size optimization of the metal thin-walled component with a square cross-section is performed, where the Specific Energy Absorption (SEA) is taken as the objective function by using the Response Surface Method (RSM) on a basis of explicit Finite Element (FE) algorithm. The main purpose of the size optimization of the beam section is to improve its crashworthiness for energy-absorption. The response function of SEA with respect to thickness and side length of the square sectional beam is obtained through the numerical analysis. The conclusions can be thus used to the optimal design of the practical energy-absorbing element and the further study.

Key words: design optimization, finite element method, crashworthiness, Specific Energy Absorption, beam section,

§1. 引 言

安全性和轻量化是当今汽车设计的发展趋势. 安全性的一个重要指标就是抗撞性 (crashworthiness), 即要求汽车能够在突发或特定的碰撞事件中, 依靠自身结构或附件装置的屈曲、损伤、断裂等破坏形式来减缓碰撞时的冲击载荷, 并吸收冲击能量, 以达到保护乘员及贵重物品安全的目的. 然而研究表明, 汽车的抗撞性与汽车的质量成反比^[1]. 如何既满足轻量化的设计要求, 又保证碰撞的安全性能, 是汽车设计的重要课题. 其中一个重要的途径就是采用比吸能较高的结构和材料作为碰撞能量的耗散装置. 金属薄壁梁是最传统、最有效的缓冲吸能结构之一, 并且在车身吸能体系的设计中得到了最广泛的应用. 主要是因为金属薄壁梁的破坏模式稳定, 并能以可控制的方式通过本身的塑性屈曲变形来吸收能量. 试验研究表明, 在汽车发生 48km/h 的正面碰撞时, 其前纵梁吸收了约 70% 的碰撞能^[2]. 因此对薄壁梁截面形状的抗撞性优化, 成了汽车安全性和轻量化设计中寻求较高比吸能结构的一个重要途径.

早期对金属薄壁梁结构的设计和是靠试验的手段来完成的^[3], 其设计周期长, 成本高. 随着计算机软硬件的发展, 结构的有限元分析越来越成为车辆设计中的重要一环^[4-6]. 近年来不断发展和完善的有限元分析的商业软件很多, 按照求解积分格式的不同可分为隐式求解的有限元程序和显式求解的有限元程序, 前者包括 ANSYS, ABAQUS, SAP, NASTRAN, ADINA 等; 后者包括 LS-DYNA, PAM-CRASH, RADIOSS, ABAQUS 等.

本文以动态显式有限元分析为理论基础, 并结合响应面法, 基于显式有限元程序 LS-DYNA 对金属薄壁梁结构的截面尺寸进行了优化设计, 以得到最大比吸能的截面形状, 从而为提高汽车零部件的抗撞击性能和进一步的深入研究奠定了基础.

§2. 金属薄壁梁数值分析的显式有限元技术

2.1 有限元算法的基本理论

在用显式有限元分析程序 LS-DYNA 研究金属薄壁梁的抗撞性能时, 无论是否考虑其与车身其他零部件的接触碰撞, 都可以视为一般的接触碰撞问题, 其动力学的基本方程可以

表述为

$$\text{平衡方程} \quad \sigma_{ij,j} + f_i = \rho u_{i,tt} + \mu u_{i,t} \quad (\text{在 } V \text{ 域内}), \quad (1)$$

$$\text{物理方程} \quad \sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{在 } V \text{ 域内}), \quad (2)$$

$$\text{边界条件} \quad u_i = \bar{u}_i \quad (\text{在 } S_u \text{ 边界上}), \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} n_j = \bar{T}_i \quad (\text{在 } S_\sigma \text{ 边界上}), \quad (4)$$

$$\text{初始条件} \quad \begin{cases} u_i(x, y, z, 0) = u_i(x, y, z), \\ u_{i,t}(x, y, z, 0) = u_{i,t}(x, y, z), \end{cases} \quad (5)$$

式中 ρ 为质量密度, μ 是阻尼系数, V 为所分析物体的体积, D_{ijkl} 为应力 - 应变的转化关系. 对于各向同性线弹性材料, 其表达式为 $D_{ijkl}^e = 2G\delta_{ik}\delta_{jl} + \lambda\delta_{ij}\delta_{kl}$. 这里 G 和 λ 为拉梅常数, S_u , S_σ 分别为位移边界和力的边界, f_i 为体力, \bar{T}_i 为面力, 其中包括接触摩擦力, $u_{i,tt}$, $u_{i,t}$ 分别是 u_i 对时间 t 的二次和一次导数, 即分别表示 i 方向的加速度和速度, $\rho u_{i,tt}$, $\mu u_{i,t}$ 分别代表惯性力和阻尼力.

式 (1) 和式 (4) 的等效积分形式的 Galerkin 提法可表示为

$$\int_V \delta u_i (\sigma_{ij,j} + f_i - \rho u_{i,tt} - \mu u_{i,t}) dV - \int_{S_\sigma} \delta u_i (\sigma_{ij} n_j - \bar{T}_i) dS = 0. \quad (6)$$

对上式的第一项进行分部积分, 并代入物理方程, 则上式可写为

$$\int_V (\delta \varepsilon_{ij} D_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \delta u_i \rho u_{i,tt} + \delta u_i \mu u_{i,t}) dV = \int_V \delta u_i f_i dV + \int_{S_\sigma} \delta u_i \bar{T}_i dS. \quad (7)$$

对公式 (7) 进行有限元离散, 就可得到如下的等效弱形式

$$M \ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{P} - \mathbf{F} - \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}(t). \quad (8)$$

式 (8) 就是采用拉格朗日增量描述的显式有限元分析程序 LS-DYNA 的系统求解方程, 其中 \mathbf{M} 为总体质量矩阵, $\ddot{\mathbf{x}}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t)$ 分别为整体节点加速度向量和整体节点速度向量, \mathbf{P} 为整体载荷向量, \mathbf{F} 为单元应力场的整体等效节点力向量, \mathbf{C} 为总体阻尼矩阵.

2.2 显式时间积分的基本理论

采用中心差分法对式 (8) 进行时间积分, 其算法是

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{x}}(t_n) = \mathbf{M}^{-1} [\mathbf{P}(t_n) - \mathbf{F}(t_n) - \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}(t_{n-\frac{1}{2}})], \\ \dot{\mathbf{x}}(t_{n+\frac{1}{2}}) = \dot{\mathbf{x}}(t_{n-\frac{1}{2}}) + \frac{1}{2}(\Delta t_{n-1} + \Delta t_n) \ddot{\mathbf{x}}(t_n), \\ \mathbf{x}(t_{n+1}) = \mathbf{x}(t_n) + \Delta t_n \dot{\mathbf{x}}(t_{n+\frac{1}{2}}), \end{cases} \quad (9)$$

式中

$$\begin{cases} t_{n-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(t_n + t_{n-1}), \\ t_{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(t_{n+1} + t_n), \end{cases} \quad \text{且} \quad \begin{cases} \Delta t_{n-1} = (t_n - t_{n-1}), \\ \Delta t_n = (t_{n+1} - t_n). \end{cases} \quad (10)$$

拉格朗日增量描述中的 $\ddot{\mathbf{x}}(t_n)$, $\dot{\mathbf{x}}(t_{n+\frac{1}{2}})$, $\mathbf{x}(t_{n+1})$ 分别是 t_n 时刻的节点加速度向量, $t_{n+\frac{1}{2}}$ 时刻的节点速度向量和 t_{n+1} 时刻的节点坐标向量.

由于采用集中质量矩阵 \mathbf{M} , 运动方程组 (8) 的求解是非耦合的, 不需要集合成整体矩阵, 因此大大节省了存储空间和求解机时, 但是显式中心差分法是有条件稳定的, 只有当时间步小于临界时间步时稳定, 即

$$\Delta t \leq \Delta t_{\text{crit}} = \frac{2}{\omega_{\text{max}}}, \quad (11)$$

其中 ω_{max} 为最大自然角频率. 由梁单元的自然频率 $\omega_{\text{max}} = 2\frac{c}{l}$, 可得梁的临界时间步长为

$$\Delta t_{\text{crit}} = \frac{l}{c}, \quad (12)$$

其中 l 为梁单元的长度, c 为波传播速度, 表达式为 $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, 取决于单元的材料特性, 即弹性模量 E 和密度 ρ .

§3. 响应面法 (Response Surface Method-RSM) 的基本理论 [7]

在对接触、碰撞这样复杂的机械问题进行设计优化时, 采用响应面法是非常有效的. 在设计空间中, 关于设计变量的响应函数的近似表达式可以定义为

$$\tilde{y}(x) = \sum_{j=1}^N a_j \varphi_j(x), \quad (13)$$

式中基函数 $\varphi_j(x)$ 是设计变量 $\mathbf{x} \in E^n$ 的函数 [6]. 线性基函数的形式为

$$1, x_1, x_2, \dots, x_n. \quad (14)$$

四次基函数的形式为

$$\begin{aligned} &1, x_1, x_2, \dots, x_n, x_1^2, x_1 x_2, \dots, x_1 x_n, \dots, x_n^2, \\ &x_1^3, x_1^2 x_2, \dots, x_1^2 x_n, x_1 x_2^2, \dots, x_1 x_n^2, \dots, x_n^3, \\ &x_1^4, x_1^3 x_2, \dots, x_1^3 x_n, x_1^2 x_2^2, \dots, x_1^2 x_n^2, \dots, x_1 x_2^3, \dots, x_1 x_n^3, \dots, x_n^4. \end{aligned} \quad (15)$$

本文选取了三次基函数和四次基函数来进行响应面近似.

通过在设计空间中选取 $M (M > N)$ 个设计样本点 $\mathbf{x}^i (i = 1, 2, \dots, M)$ 进行显式有限元分析, 进而得到向量 $\mathbf{y} = (y^{(1)} y^{(2)} \dots y^{(M)})^T$, 并通过最小二乘法来确定式 (13) 中的系数 $\mathbf{a} = (a_1 a_2 \dots a_N)$. 在第 i 个设计点 \mathbf{x}_i 处, 有限元分析与响应面近似的误差可表示为

$$\varepsilon_i = y^{(i)} - \tilde{y}^{(i)} = y^{(i)} - \sum_{j=1}^N a_j \varphi_j(x^{(i)}). \quad (16)$$

$M (M > N)$ 个设计点处误差的平方和为

$$E(a) = \sum_{i=1}^M \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^M \left[y^{(i)} - \sum_{j=1}^N a_j \varphi_j(x^{(i)}) \right]^2. \quad (17)$$

通过最小二乘法使式 (17) 取最小值, 则得系数 $\mathbf{a} = (a_1 a_2 \cdots a_N)^T$ 的表达式为

$$\mathbf{a} = (\Phi^T \Phi)^{-1} (\Phi^T \mathbf{y}), \quad (18)$$

式中 $\mathbf{y} = (y^{(1)} y^{(2)} \cdots y^{(M)})^T$ 为有限元分析所得的响应向量. Φ 矩阵由 $M (M > N)$ 个设计点处的基函数所组成, 其表达式为

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1(x^{(1)}) & \cdots & \varphi_N(x^{(1)}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1(x^{(M)}) & \cdots & \varphi_N(x^{(M)}) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

§4. 金属薄壁梁抗撞击优化问题的描述

结构碰撞问题属于几何非线性和材料非线性问题, 所以结构在变形过程中所吸收的总应变能, 既包括弹性应变能又包括塑性应变能, 则总的内能可表示为

$$E_{\text{total}} = \int_V A(\varepsilon) dV, \quad (20)$$

式中 $A(\varepsilon)$ 为应变能密度. 不同质量的结构所吸收的内能没有可比性, 因此需要定义另一概念——比吸能 (Specific Energy Absorption-SEA)^[8], 即单位质量所吸收的能量, 其表达式为

$$SEA = \frac{E_{\text{total}}}{M_{\text{total}}}, \quad (21)$$

式中 E_{total} 为结构所吸收的总能量即内能, M_{total} 为结构的总质量.

为了提高汽车结构的抗撞性, 并满足轻量化的设计要求, 这里把薄壁梁结构的比吸能作为优化函数, 寻求其在满足约束条件时的最优值. 该优化问题的数学表达式为

$$\begin{cases} \text{Maximize: } y = SEA(x), \\ \text{s.t. } \text{Max. } RW\text{Force} \leq 100\text{kN}, \\ x^L \leq x \leq x^U, \end{cases} \quad (22)$$

式中 $\text{Max. } RW\text{Force}$ 代表图 1 中刚性墙在碰撞过程中所受的最大力. $\mathbf{x} = (x_1 x_2 \cdots x_k)$ 是 k 个设计变量所组成的向量, $\mathbf{x}^L = (x_1^L x_2^L \cdots x_k^L)$ 表示 k 个设计变量的下限, $\mathbf{x}^U = (x_1^U x_2^U \cdots x_k^U)$ 表示 k 个设计变量的上限.

§5. 数值分析

本文对正方形截面的薄壁梁进行了尺寸优化, 分析模型如图 1 所示, 自由段所加集中质量为 500kg. 梁以 $v = 10\text{m/s}$ 的速度撞击刚性墙, 碰撞时间为 20ms(毫秒), 其变形过程用双线性动力学硬化模型进行模拟. 梁的材料选为铝 6061-T6, 密度为 $\rho = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,

弹性模量为 $E=70.0\text{GPa}$, 泊松比为 $\nu = 0.28$, 屈服应力为 $\sigma_y = 110.3\text{MPa}$, 硬化切线模量为 $E_t=450\text{GPa}$. 梁长度 $L = 400\text{mm}$ 为不变量, 梁的壁厚 t 和截面边长 a 为变量, 求解比吸能 SEA 关于变量的响应面, 进而对该响应面进行约束优化, 于是可得优化问题的数学表达式为

$$\begin{cases} \text{Maximize : } y = \text{SEA}(t, a), \\ \text{s.t. } \text{Max. } \text{RWForce} \leq 100\text{kN}, \\ 1.4 \leq t \leq 3.0, \\ 60 \leq a \leq 100. \end{cases} \quad (23)$$

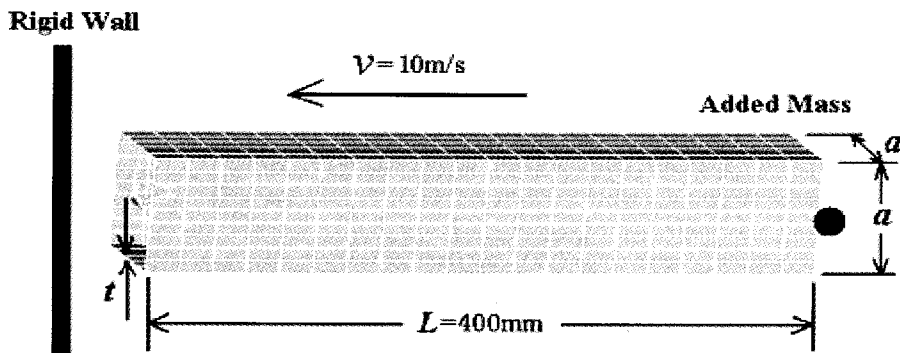


图 1 正方形截面薄壁梁的数值分析模型

在 $1.4 \leq t \leq 3.0$ 和 $60 \leq a \leq 100$ 的变化范围内, 选取了 25 个设计样本点, 并通过 LS-DYNA 得到了其比吸能的显式有限元分析结果, 并建立了撞击时间 20ms 的比吸能关于变量 t 和 a 的四次响应面, 如图 2 所示. 从图中可以看出 SEA 随 t 和 a 变化的总体趋势为: SEA 随 t 值的增大而增大, 随 a 的增大而减小. 图 3 给出了响应面在这 25 设计点处的相对误差 RE, 相对误差的表达式为

$$RE = \frac{\tilde{y} - y}{y}, \quad (24)$$

式中 \tilde{y} 是响应面所得的近似值, y 为显式有限元的分析值. 从图 3 可知 SEA 响应面的相对误差为 $-0.658\% \leq RE \leq 1.027\%$, 近似结果可以接受.

对图 2 中所建立的响应面进行约束优化, 可得到比吸能最大的梁截面尺寸为 $t = 3.0\text{mm}$, $a = 60\text{mm}$, 刚性墙所受的最大力为 72.134kN. 图 4 给出了最优截面梁的比吸能随时间的变化曲线, 图 5 给出了最优截面梁对刚性墙的作用力随位移历程的变化曲线. 表 1 归纳了该曲线的分析结果, 并与显式有限元所得的比吸能对时间的积分结果进行了对比.

表 1 最优截面梁的有限元分析结果和响应面近似值的对比

截面类型	最优设计变量 (mm)	响应面近似值 (kJ/kg)	有限元分析 (KJ/kg)	相对误差 (%)
正方形	$t=3.0, a=60$	10.289	10.395	-1.03

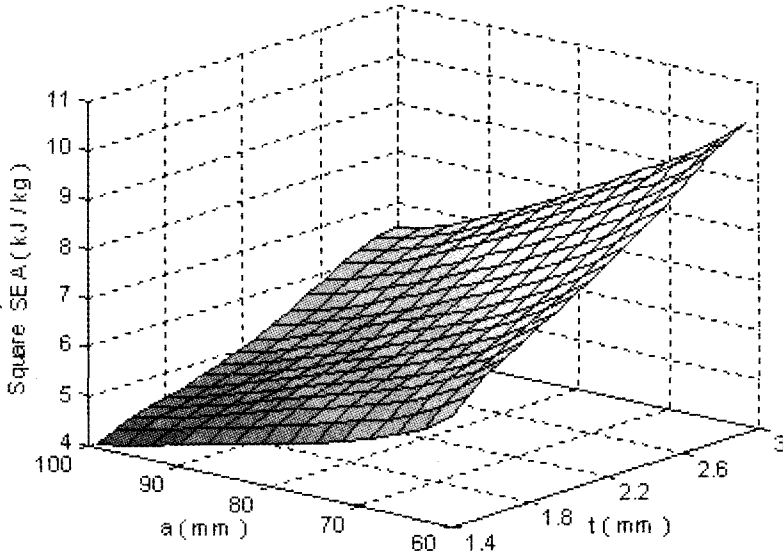


图 2 比吸能关于 t 和 a 的四次响应面

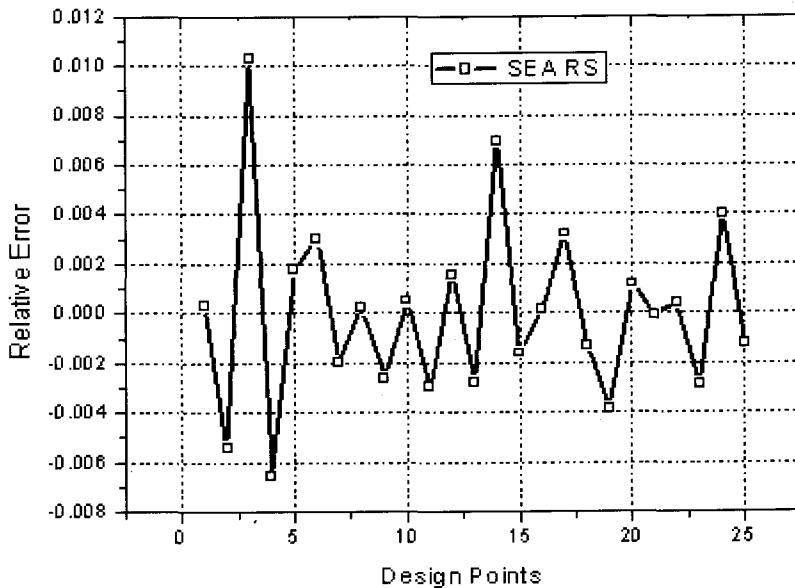


图 3 SEA 响应面的相对误差曲线

这里需要定义一个重要的参数, 即薄壁梁截面的最小边长与壁厚的比值 r , 这里 r 为

$$r = \frac{a}{t}, \tag{25}$$

式中 t, a 为正方形截面的壁厚和边长, 即该优化问题的变量. r 是影响比吸能大小的一个重要参数, 图 6 给出了比吸能关于比值 r 的三次响应曲线以及设计点处的显式有限元分析结果. 从图中可以看出 a, t 的比值 r 越小, 结构的比吸能就越大, 且破坏模式也相对稳定, 发

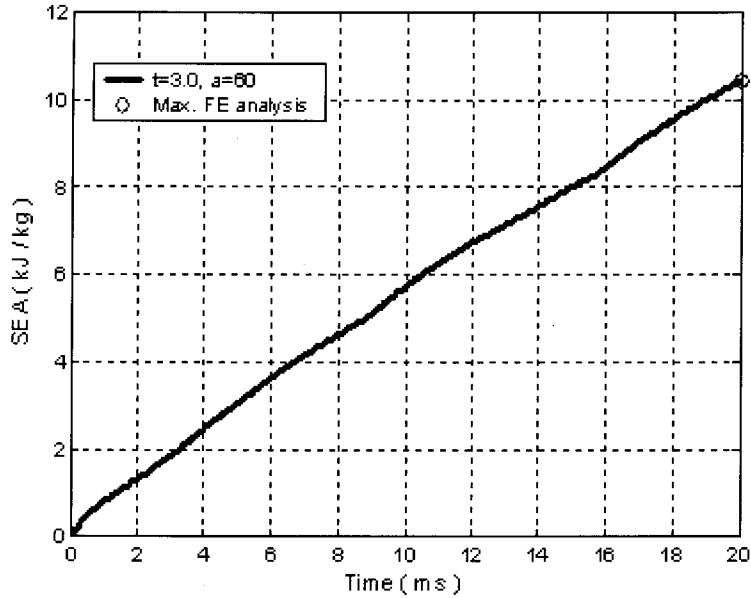


图 4 最优截面梁的比吸能随时间的变化曲线

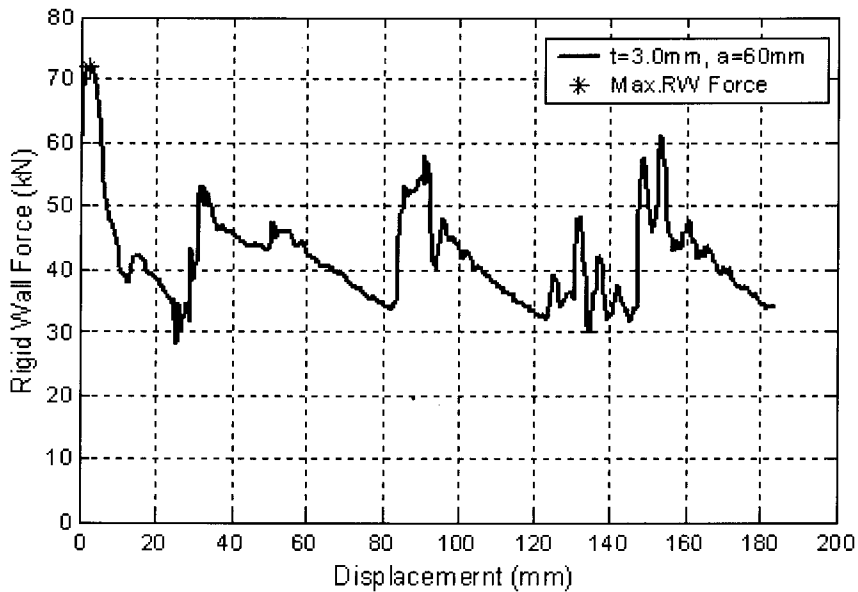


图 5 最优设计变量时的刚性墙力随位移历程的变化曲线

生轴对称的叠缩破坏; 反之比吸能越小. 比吸能较大值主要集中在 $20 < r < 30$ 的区间内, 在进行实际吸能原件的设计时, 可以遵循上述规律, 图 7 给出了薄壁梁结构所发生的轴对称叠缩变形图.

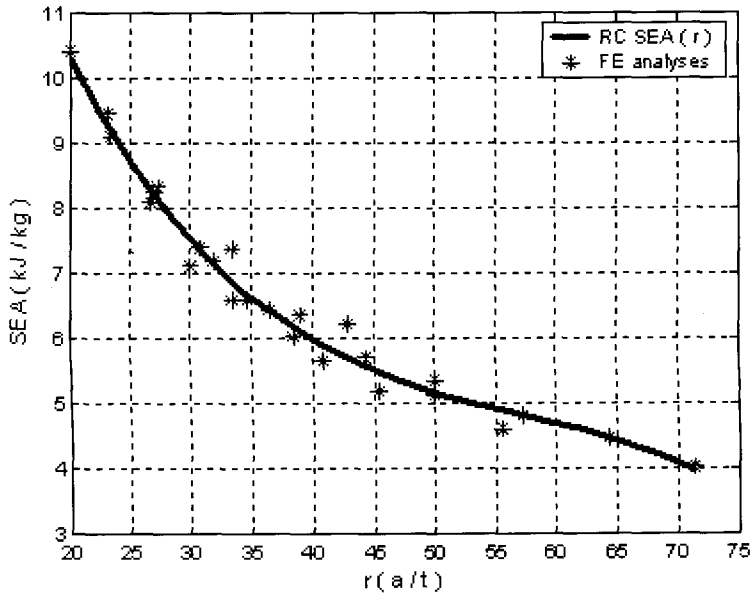


图 6 比吸能关于比值 $r(a/t)$ 的三次响应曲线及有限元分析值

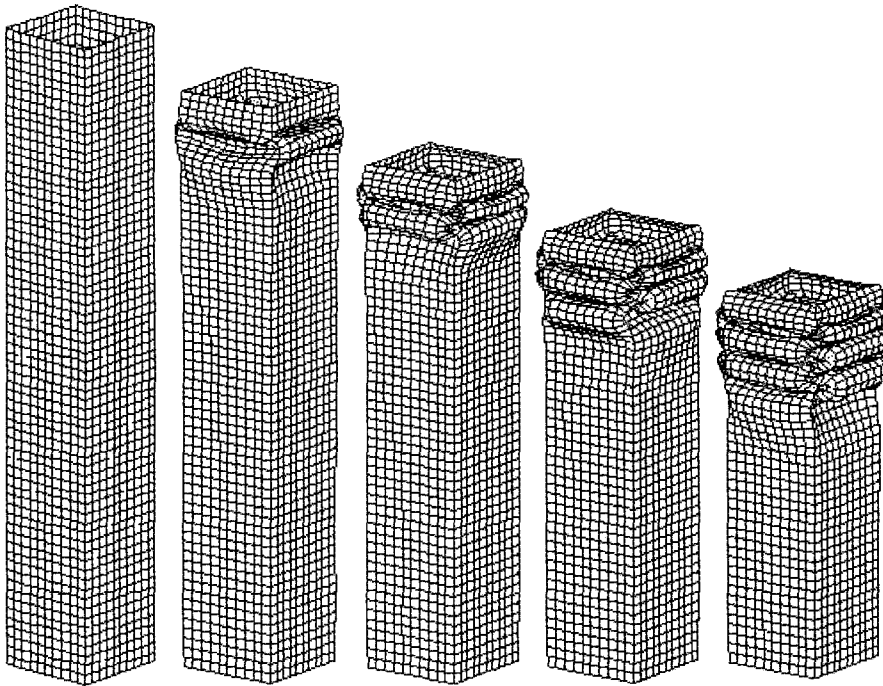


图 7 轴对称叠缩变形

§6. 结 论

本文以显式有限元技术为理论背景, 并结合响应面法, 以最大比吸能为优化函数, 对汽

车设计中的主要吸能结构——金属薄壁梁的截面形状进行了优化设计. 数值分析的算例结果表明, 正方形截面梁的比吸能受壁厚 t 和截面边长 a 的影响很大, 金属薄壁梁截面的最小边长与壁厚之比 r 对比吸能大小以及破坏模式的影响也很大, r 越小, 结构的比吸能反而越大, 且破坏模式相对稳定, 发生轴对称的叠缩破坏, 同时给出了轴对称叠缩变形图. 在实际吸能原件的设计中, 我们可以参考这些有价值的结论, 以提高汽车零部件的抗撞性.

参 考 文 献

- [1] 杜星文, 宋宏伟, 圆柱壳冲击动力学及耐撞性设计, 北京, 科学出版社, 2004.
- [2] MCNAY I I G H. Numerical modeling of tube crush with experimental comparison[C]. *SAE Passenger Car Meeting and Exposition*, 880898(1988) 123-134.
- [3] GANDHI U N, HU S J. Data-based approach in modeling automobile crash[J]. *J Impact Engineering*, 16:1(1995) 95-118.
- [4] 成艾国, 谢晖, 钟志华, 李光耀, 基于车身曲面离散点的三角形网格优化, 数值计算与计算机应用, 24:1(2003) 1-7.
- [5] 张经强, 梁习锋, 动力车气动性能数值计算, 数值计算与计算机应用, 24:2(2003) 154-160.
- [6] Kurtaran H, Eskandarian A, Marzougui D, Bedewi N E. Crashworthiness design optimization using successive response surface approximations[J]. *Computational Mechanics*, 29:4-5(2002) 409-421.
- [7] Myers R H, Montgomery D C. Response surface methodology. New York: John. Wiley, 1995.
- [8] Kim H S. New extruded multi-cell aluminum profile for maximum crash energy absorption and weight efficiency, *Thin-Walled Structures*, 40:4(2002) 311-327.