

# 星载 InSAR 编队波束同步策略

贺东雷, 曹喜滨

(哈尔滨工业大学卫星技术研究所, 哈尔滨 150080)

**摘 要:** 针对星载 InSAR 编队波束同步要求, 提出了一种考虑卫星姿态偏航导引要求的系统波束同步策略。建立并求解波束指向同步数学模型, 得到基于波束指向同步的卫星姿态规划方法。进一步地, 为减小由于主从星波束覆盖椭圆方位不同对干涉测高产生的影响, 研究基于波束覆盖同步的卫星姿态规划方法。仿真结果表明, 两种方法均可有效实现主从星波束同步, 且后者效果更佳。

**关键词:** 合成孔径雷达; 卫星编队; 波束同步; 偏航导引

**中图分类号:** V448.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2009)05-2031-06

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.05.048

## 0 引言

星载 InSAR 编队为实现其功能, 必须解决的一个基本问题就是发射卫星(主星)和接收卫星(从星)间的波束同步问题<sup>[1]</sup>。当前, 国内外涉及波束同步的研究文献还非常少。文献[2]定性分析了干涉车轮系统对天线波束指向同步的要求; 文献[3]讨论了轨道平行的星载双站 SAR 系统的波束同步问题; 刘建平<sup>等</sup>提出了小卫星雷达系统的三种波束指向同步方法<sup>[4]</sup>; 黄海风<sup>等</sup>提出了一种基于波束指向同步的波束同步方法, 并给出了六种波束同步方案<sup>[5]</sup>。

综上所述, 已有文献均是从波束指向同步的角度出发来研究分布式卫星波束同步问题的。需指出, 在系统进行波束同步时, 应对 SAR 卫星姿态施加偏航导引控制, 以补偿地球自转对 SAR 多普勒中心频率的影响<sup>[6-9]</sup>。基于此, 本文结合 InSAR 编队卫星的姿态偏航导引要求, 分析基于波束指向同步的波束同步方法; 并且, 为提高波束同步效果, 研究基于波束覆盖同步的波束同步方法。

## 1 波束指向同步策略

### 1.1 SAR 天线在星体中的安装方位和相关坐标系

在本文中, 假设 SAR 天线与星体固联, 研究基于调节星体姿态的方式实现主从星的波束同步。图

1 给出了 SAR 天线在星体坐标系中的安装方位。其中, 天线安装下视角为  $\gamma$ ,  $oxyz$  为卫星轨道坐标系, 它与初始卫星正侧视时的体坐标系  $o_bx_b y_b z_b$  重合。坐标系  $O_1X_1Y_1Z_1$  由  $oxyz$  绕  $oy$  轴顺时针旋转  $\pi - \gamma$  得到, 称为 SAR 天线坐标系。其中,  $O_1X_1$  轴沿 SAR 天线平面的法线方向,  $O_1Y_1$  轴沿 SAR 天线的长度方向。

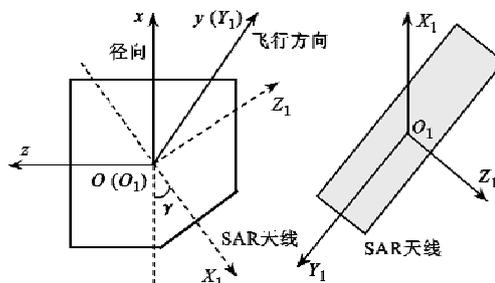


图 1 SAR 天线在星体中的安装方位

Fig. 1 SAR mounting azimuth in satellite body frame

### 1.2 基于波束指向同步要求规划卫星姿态角

图 2 给出了波束指向同步策略示意图。其中,  $o_1x_1y_1z_1$  和  $o_2x_2y_2z_2$  分别是主从星轨道坐标系,  $N_{s_1}$  和  $N_{s_2}$  是主从星与地心连线和地球表面的交点。

根据图 2, 可基于下述步骤规划从星姿态, 使系统满足波束同步要求:

(1) 调节从星俯仰姿态, 使星体坐标系  $o_{2b}x_{2b}$  轴负方向指向  $N$  点,  $N$  为主星波束绕其轨道坐标系的

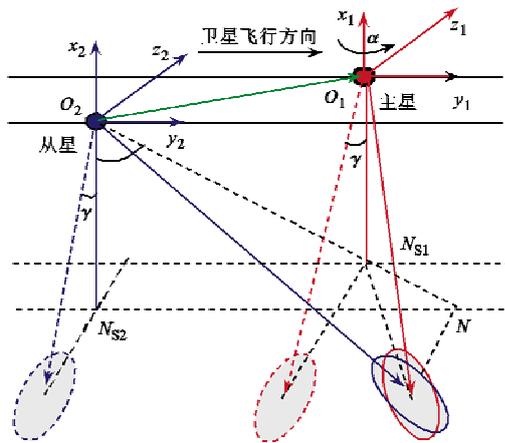


图 2 波束指向同步策略示意图

Fig. 2 Schematic of beam pointing synchronization

$o_1y_1$  轴旋转后与从星轨道面的交点。于是,可由星间位置关系得到从星俯仰角  $N_{S_2} - o_2 - N$ ;

(2) 调节从星偏航姿态,使其天线俯仰主平面过波束中心点;

(3) 调节从星横滚姿态,使两天线波束照射中心重合。

设波束同步实现后,从星波束在其轨道坐标系中的方向余弦为  $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$ ,星体俯仰、偏航角为  $\theta$ 、 $\phi$ ,天线相对于体坐标系的横滚角为  $\varphi$ 。基于  $\theta - \phi - \varphi$  的旋转顺序,有

$$\begin{bmatrix} \cos(\pi - \varphi) \\ 0 \\ \sin(\pi - \varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

则滚转角  $\varphi - \gamma$  和偏航角  $\phi$  分别为

$$\left. \begin{aligned} \varphi - \gamma &= \arccos(-h_1) - \gamma \\ \phi &= -\arctan(h_2/h_3) \end{aligned} \right\}$$

$$h = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

可见,需先求出  $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$  和  $\theta$ 。关于前者,可参照星地、星间位置关系简易求解。而关于  $\theta$ ,结合图 2,设主星波束绕其轨道坐标系的  $o_1y_1$  轴旋转  $\beta$  角度后到达  $N$  位置,由于地心  $O_e$  与  $N$  点连线  $O_eN$  在从星轨道面内,可利用  $O_eN$  与从星轨道面法

线垂直这个条件先解出  $\beta$ ,进而结合星地、星间位置关系并通过坐标变换得到俯仰角  $\theta$ 。为节省篇幅并突出重点,这里略去详细求解步骤。显然,上述规划星体姿态的方法求解过程冗长繁琐、建模抽象困难(若星体仅具有两轴机动能力时尤为如此)。因此,宜寻求其它更简洁有效的星体姿态规划方法来实现编队波束同步。

## 2 波束覆盖同步策略

对 InSAR 系统而言,若主从星波束以近似相同方位照射地面目标区域,可提高波束同步效果和干涉成像的质量,如图 3 中上面图形所示(下为不平行而有一夹角的情况)。下面,将分析满足上述要求的编队波束同步姿态规划方法。

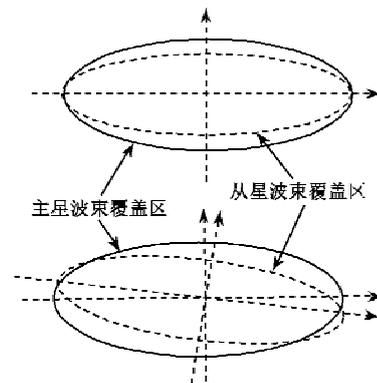


图 3 不同的波束覆盖情况示意图

Fig. 3 Schematic plan of different beam overlap situations

如图 4 所示,以主星为例,分析其波束照射的地面覆盖椭圆情况。由于主星存在偏航角  $\alpha$ ,故其 SAR 天线的  $O_1Y_1$  轴,即天线长度方向与卫星飞行方向  $oy$  之间有一定夹角。

考虑到卫星飞行方向与其星下点轨迹方向近似平行,此时,就 SAR 天线  $O_1Y_1$  轴在轨道坐标系  $oyz$  面内的投影(沿直线  $AB$  方向)而言,它与飞行方向  $oy$  间的夹角(设该角为  $\Theta_1$ ,相应地从星该角为  $\Theta_2$ ),应等于波束覆盖椭圆短半轴(沿直线  $A_2B_2$  方向)与星下点投影直线间的夹角。因此,为实现主从星波束覆盖椭圆长短半轴分别平行的波束覆盖同步效果,必须保证  $\Theta_1 = \Theta_2$ 。

对主星,当其偏航角为  $\alpha$  时,SAR 天线  $O_1Y_1$  轴在其轨道坐标系  $oyz$  面内投影的单位矢量为

$$H_{c_{y1-oyz}} = [0, \cos\alpha, \sin\alpha]^T \quad (3)$$

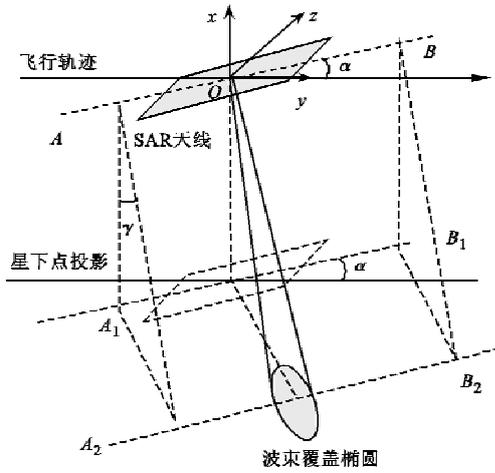


图 4 基于覆盖同步的姿态规划示意图

Fig.4 Schematic of planning of attitude based on beam overlap synchronization

主星飞行方向在其轨道坐标系中投影为

$$H_{C_{oy}} = [0, 1, 0]^T \quad (4)$$

于是角  $\Theta_1$  为

$$\Theta_1 = \cos^{-1} \frac{(H_{C_{y1}} \cdot H_{C_{oy}})}{|H_{C_{y1}}| |H_{C_{oy}}|} = \alpha \quad (5)$$

对从星,设天线  $O_1 Y_1$  轴在轨道坐标系中的方位角、高低角分别为  $\alpha_f, \beta_f$ , 则  $O_1 Y_1$  轴在该坐标系中可表示为

$$O_1 Y_1 = H_{f_{y1}} = [\sin \beta_f, \cos \alpha_f \cos \beta_f, \sin \alpha_f \cos \beta_f]^T \quad (6)$$

$O_1 Y_1$  在轨道坐标系  $oyz$  面内投影矢量为

$$H_{f_{y1,oyz}} = [0, \cos \alpha_f, \sin \alpha_f]^T \quad (7)$$

从星飞行方向在轨道坐标系中投影  $H_{f_{oy}}$  仍如式(4)所示,则角  $\Theta_2$  为

$$\begin{aligned} \Theta_2 &= \cos^{-1} \frac{(H_{f_{y1,oyz}} \cdot H_{f_{oy}})}{|H_{f_{y1,oyz}}| |H_{f_{oy}}|} \\ &= \cos^{-1}(\cos \alpha_f) = \alpha_f \end{aligned} \quad (8)$$

基于前面分析,可知应有

$$\alpha_f = \alpha \quad (9)$$

当从星波束指向目标区域时,波束矢量  $L$  (见 1.2 节定义)与 SAR 天线坐标系的  $O_1 X_1$  轴重合,即

$$O_1 X_1 = L / |L| \quad (10)$$

因此,根据 SAR 天线坐标系的定义,可知矢量  $L$  与矢量  $O_1 Y_1$  垂直。于是有

$$L \cdot H_{f_{y1}} = 0 \quad (11)$$

$$l_1 \sin \beta_f + l_2 \cos \alpha_f \cos \beta_f + l_3 \sin \alpha_f \cos \beta_f = 0 \quad (12)$$

$$\beta_f = -\tan^{-1} \left( \frac{l_2 \cos \alpha_f + l_3 \sin \alpha_f}{l_1} \right) \quad (13)$$

将式(9)、(13)代入式(6),即可得  $O_1 Y_1$  矢量在轨道坐标系中表达式。之后,结合式(6)和式(10)可得

$$O_1 Z_1 = \frac{O_1 X_1 \times O_1 Y_1}{|O_1 X_1 \times O_1 Y_1|} \quad (14)$$

至此,可得从轨道坐标系(初始体坐标系)到天线坐标系的旋转矩阵为

$$\begin{aligned} C_a^o &= [O_1 X_1^T; O_1 Y_1^T; O_1 Z_1^T] \\ &= \begin{bmatrix} \sin \beta_{O_1 X_1} & \cos \alpha_{O_1 X_1} \cos \beta_{O_1 X_1} & \sin \alpha_{O_1 X_1} \cos \beta_{O_1 X_1} \\ \sin \beta_{O_1 Y_1} & \cos \alpha_{O_1 Y_1} \cos \beta_{O_1 Y_1} & \sin \alpha_{O_1 Y_1} \cos \beta_{O_1 Y_1} \\ \sin \beta_{O_1 Z_1} & \cos \alpha_{O_1 Z_1} \cos \beta_{O_1 Z_1} & \sin \alpha_{O_1 Z_1} \cos \beta_{O_1 Z_1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $\alpha_{O_1 X_1}, \beta_{O_1 X_1}$  是天线坐标系  $O_1 X_1$  轴矢量在轨道坐标系中的方位角高低角,  $\alpha_{O_1 Y_1}, \beta_{O_1 Y_1}, \alpha_{O_1 Z_1}, \beta_{O_1 Z_1}$  的定义与此类似。

最终,可得卫星轨道坐标系到目标姿态体坐标系的方向余弦矩阵为( $C_a^b$  为由  $O_1 X_1 Y_1 Z_1$  到  $o_b x_b y_b z_b$  的转换矩阵)

$$C_a^b = C_a^o C_o^b \quad (16)$$

得到式(16)后,即可求解对应于任一种姿态机动顺序的、满足波束覆盖同步要求的从星姿态角。例如,设  $\varphi, \theta, \phi$  分别是俯仰、偏航、滚转角,按俯仰—偏航—滚转的姿态旋转顺序,以欧拉角表示的坐标旋转矩阵为( $c(\cdot), s(\cdot)$  分别表示余弦、正弦函数)

$$\begin{aligned} A(\varphi, \theta, \phi) &= \\ &= \begin{bmatrix} c\varphi c\theta - s\varphi s\theta s\phi & s\varphi c\theta + c\varphi s\theta s\phi & -c\theta s\phi \\ -s\varphi c\theta & c\varphi c\theta & s\theta \\ c\varphi s\theta + s\varphi s\theta c\phi & s\varphi s\theta - c\varphi s\theta c\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

对照式(16)、(17),可方便地求出满足波束覆盖同步要求的从星姿态角为

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= -\tan^{-1}(A_{21}/A_{22}) \\ \theta &= \arcsin(A_{23}) \\ \phi &= -\tan^{-1}(A_{13}/A_{33}) - \gamma \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

### 3 数值仿真与结果分析

表 1 给出了主从星初始轨道根数。SAR 天线在星体中成右侧视 35 度安装,俯仰和方位向波束宽度分别为 10 和 3.5 米。基于文献[9],主星偏航导引律取为

$$A = \left( \frac{\sin i}{\omega_s / \omega_e - \cos i} \right) \cos u \quad (19)$$

其中,  $\omega_s, \omega_e$  为卫星轨道和地球自转角速度,  $i$  为轨道倾角,  $u$  为纬度幅角。基于文中两种波束同步方法规划卫星姿态, 其结果如图 5、6、表 2 所示。表 2 中, “转动角大小” 是从星滚动、俯仰、偏航角均值的均方根, 表征一种波束同步方法对应的姿态旋转角度大小。

表 1 主从星初始轨道根数

Table 1 Initial orbital elements of leader and follower satellite

	半长轴	偏心率	轨道倾角	升交点赤经	近地点幅角	真近点角
主星	6882.954257	0.000724989	97.365875	145.000	270.000	180.000000
从星	6882.954257	0.000621714	97.373429	144.997960	272.836981	177.166279

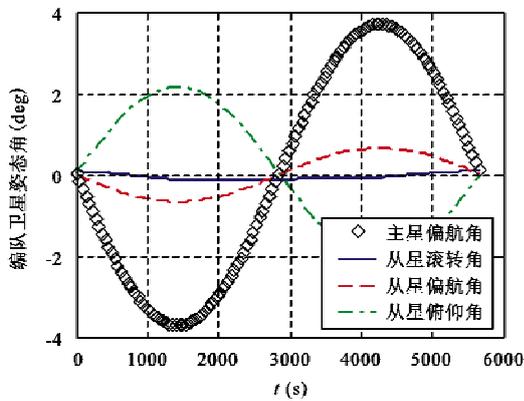


图 5 基于波束指向同步规划的卫星姿态角

Fig. 5 The programmed satellite's attitude by beam pointing synchronization

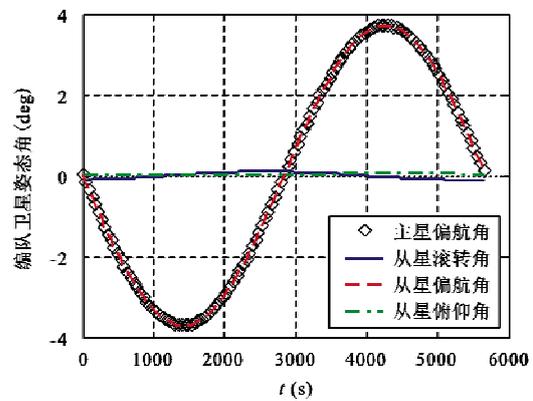


图 6 基于波束覆盖同步规划的卫星姿态角

Fig. 6 The programmed satellite's attitude by beam overlap synchronization

表 2 两种波束同步策略对应的姿态转动角度大小

Table 2 Magnitude of attitude maneuver angle of two beam synchronization strategies

方案	参数	最小值 (deg)	最大值 (deg)	平均值 (deg)	转动角大小 (deg)
波束指向同步方法	滚转	$1.6687 \times 10^{-4}$	0.1343	0.0799	1.4157
	俯仰	0.0265	2.1679	1.3496	
	偏航	0.0034	0.6619	0.4201	
波束覆盖同步方法	滚转	$7.4948 \times 10^{-4}$	0.1026	0.0648	2.3544
	俯仰	0.0363	0.0513	0.0443	
	偏航	$1.1347 \times 10^{-15}$	3.7060	2.3531	

考察系统在不同纬度区域上空的波束同步效果。由卫星纬度求解公式  $\delta = \sin^{-1}(\sin(\omega + f)\sin(i))$ <sup>[10]</sup> 可知主星纬度最大约为 81deg。取纬度分别为 0, 27, 54, 81deg, 图 7 至 8 给出了系统在这些纬度区域上空时的波束同步效果。可见, 基于本文提出的两种波束同步方法均可有效实现波束同步。

下面, 对两种波束同步方法的相对优劣作一比较。

基于仿真结果, 可见从星偏航角变化趋势与主星类似, 在本仿真算例中, 基于波束覆盖同步方法规划的从星偏航角与主星近似相等。另一方面, 基于波束覆盖同步方法规划的从星转动角度也相对较大, 这是由于为使主从星波束覆盖椭圆区域长短半轴尽量平行, 从星偏航角较大的缘故。

显然, 由于图 8 中主从星波束覆盖椭圆一直完全重合, 故基于波束覆盖同步规划从星姿态角的方法可取得较好的波束同步效果。进一步地, 基于图 9 所示的主从星波束覆盖椭圆半长轴夹角的时间历程曲线, 可见, 由于基于波束覆盖同步方法的主从星波束覆盖椭圆半长轴之间夹角始终为 0, 故其波束同步效果相对较好。

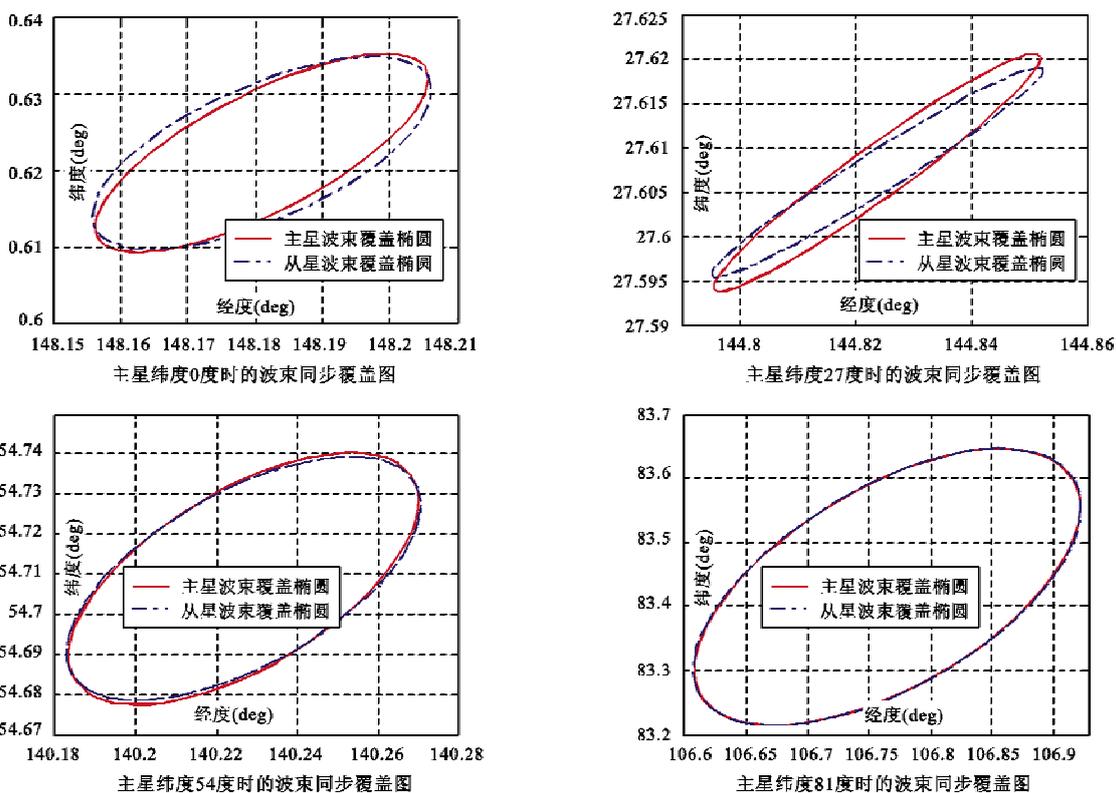


图 7 基于波束指向同步方法的波束同步效果

Fig. 7 Beam synchronization result by beam pointing strategy

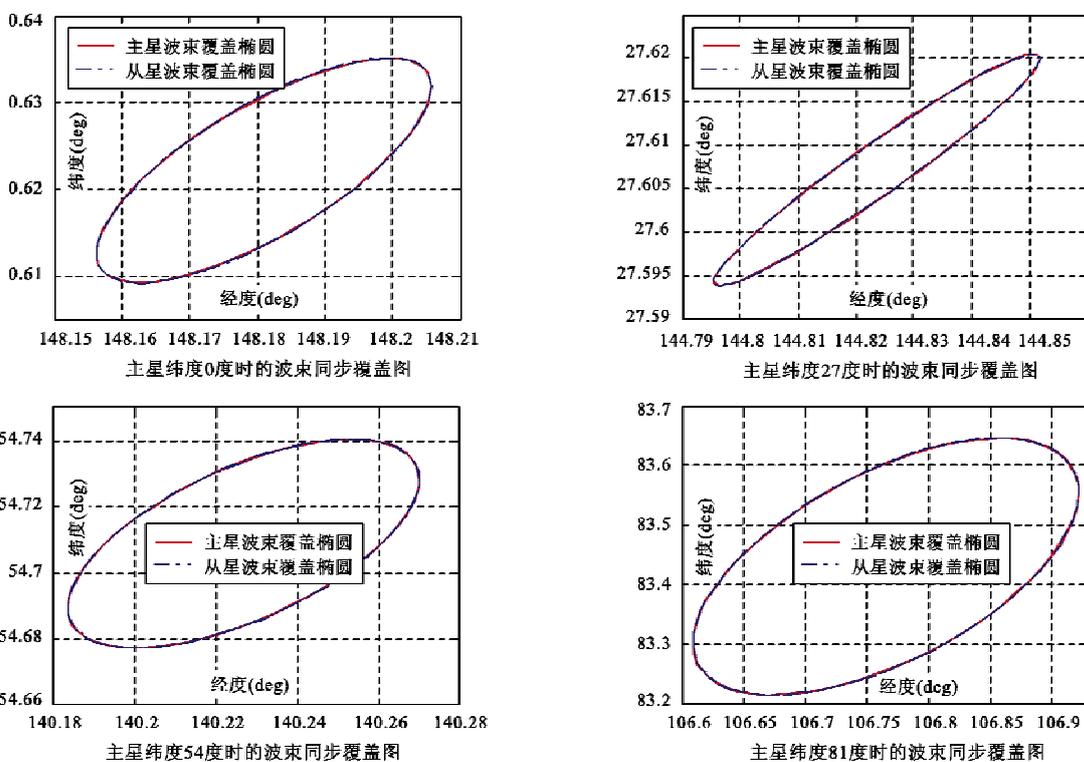


图 8 基于波束覆盖同步方法的波束同步效果

Fig. 8 Beam synchronization result by beam overlap strategy

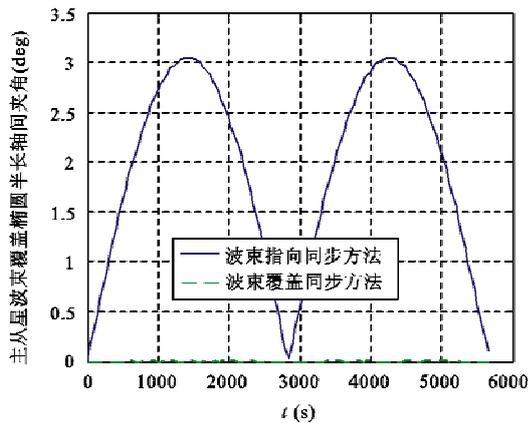


图 9 主从星波束覆盖椭圆半长轴夹角

Fig. 9 Separation angle between ellipse semi-major axis of leader and follower's beam

#### 4 结论

本文提出了一种兼顾 SAR 卫星姿态偏航导引要求的 InSAR 卫星编队波束同步策略,研究了基于波束指向同步和波束覆盖同步规划卫星姿态角的波束同步方法。结果表明,基于这两种方法均可有效实现系统波束同步,且基于波束覆盖同步的方法可使主从星波束覆盖椭圆的半长轴近似平行,实现约 100% 的波束重叠覆盖,取得更好的波束同步效果。

#### 参考文献:

- [ 1 ] Krieger G, Moreira A, Fiedler H. The TanDEM-X: a satellite formation for high resolution SAR interferometry[C]. 4th European Radar Conference, EURAD, Munich, Germany, 2007, 10-12: 83-86.
- [ 2 ] Massonnet D. Capabilities and limitation of the interferometric cartwheel[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(3): 506-520.
- [ 3 ] Errico M D. Attitude and antenna pointing design of bistatic radar formations[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(3): 949-960.
- [ 4 ] 刘建平, 梁甸农. 主星带伴随分布式小卫星雷达系统的波束同步分析[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(2): 54-58.

- [ 5 ] 黄海风, 梁甸农. 非合作式星载双站雷达波束同步设计[J]. 宇航学报, 2005, 26(5): 606-611. [HUANG Hai-feng, LIANG Dian-nong. Beam synchronization design strategies of noncooperative spaceborne bistatic radar[J]. Journal of Astronautics, 2005, 26(5): 606-611 (in Chinese).]
- [ 6 ] 孟云鹤, 尹秋岩, 戴金海. SAR 卫星多普勒频移偏航导引补偿效果分析[J]. 中国空间科学技术, 2004, 24(1): 45-49. [MENG Yun-he, YIN Qiu-yan, DAI Jin-hai. The effect analysis of yaw steering's compensation for doppler shift of SAR satellite[J]. Chinese Space Science and Technology, 2004, 24(1): 45-49 (in Chinese).]
- [ 7 ] 李连军, 戴金海. 小 SAR 卫星偏航导引控制[J]. 上海航天, 2004, 21(6): 10-14. [LI Lian-jun, DAI Jin-hai. Study on yaw steering control for a small SAR satellite[J]. Aerospace Shanghai, 2004, 21(6): 10-14 (in Chinese).]
- [ 8 ] 陈筠力, 徐敏, 朱杰. 分布式 SAR 卫星偏航控制及精度要求[J]. 航天器工程, 2008, 17(1): 43-47. [CHEN Jun-li, XU Min, ZHU Jie. Yaw steering and accuracy requirement of distribution SAR satellites[J]. Spacecraft Engineering, 2008, 17(1): 43-47 (in Chinese).]
- [ 9 ] 孟云鹤, 尹秋岩, 戴金海. SAR 卫星偏航导引补偿效果分析[J]. 国防科技大学学报, 2005, 25(5): 18-21. [MENG Yun-he, YIN Qiu-yan, DAI Jin-hai. The analysis of the compensation effect of yaw steering for SAR[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2005, 25(5): 18-21 (in Chinese).]
- [ 10 ] 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制[M]. 北京: 北京航空航天大学出版, 1998: 13-15. [ZHANG Ren-wei. Dynamics and Control of Satellite Orbital and Attitude[M]. Beijing: Bei Hang University Press, 1998: 13-15 (in Chinese).]

作者简介: 贺东雷(1979-), 男, 飞行器设计专业博士生, 研究方向为卫星编队动力学与控制。

通信地址: 哈尔滨工业大学科学园 3012 信箱, 卫星技术研究所(150080)

E-mail: hdl\_hitsat@163.com