

# 一种基于进化计算的空间飞行器编队重构 轨道规划方法

王抒雁<sup>1,2</sup>, 郑昌文<sup>1</sup>, 苏 康<sup>3</sup>

(1. 中国科学院软件所综合信息系统技术国家级重点实验室, 北京 100190;

2. 中国科学院研究生院, 北京 100049; 3. 中国航天科工集团三院研发中心, 北京 100074)

**摘 要:** 基于进化算法提出了一种两层结构的空间飞行器编队重构的轨道规划算法, 高层算法通过优化构型映射来优化编队的总能耗, 实现全局规划并确保飞行器之间保持一定的安全距离以避免相互碰撞; 低层规划算法采用 Chebyshev 多项式逼近控制变量空间, 为每颗飞行器规划满足约束条件的最优轨道。该方法充分利用了编队的分布式结构, 由各飞行器并行实现各自的轨道规划, 能有效解决大型编队的轨道规划问题。仿真结果表明了该方法的有效性。

**关键词:** 空间飞行器; 编队重构; 轨道规划; 进化计算

**中图分类号:** V412.4<sup>+</sup>1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-1328(2009)01-0093-05

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.00.016

## 0 引言

空间飞行器编队飞行 (Spacecraft Formation Flying) 技术已被确认为未来空间任务的促成科技 (enabling technology)<sup>[1,2]</sup>, 编队飞行的飞行器通过协同工作完成任务, 可达到甚至超过一颗大卫星的功能, 不仅能大大降低系统的成本, 提高系统的可靠性, 还具有较高的可重组性。由于飞行器能够携带的燃料是有限的, 研究燃料最优的编队重构轨道规划问题具有重要的意义<sup>[1-5]</sup>。

目前编队重构的轨道规划方法主要分为两类, 第一类是基于最优控制理论的间接法, 如 Campbell<sup>[3]</sup> 基于 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程实现了燃料/时间最优控制; 罗成等<sup>[4]</sup> 基于 Hill 方程导出了四种典型编队重构的双脉冲控制算法, 并讨论了以燃料最优为目标的编队重构的一些性质; 第二类是基于非线性规划的直接法, 首先将问题转化为非线性规划问题, 然后采用数值方法求解, 如 Tillerson 等<sup>[2]</sup> 采用线性规划方法研究了编队重构及编队保持问题; Milam 等<sup>[5]</sup> 将动力学方程投影到一个低维输出空间, 然后采用非线性规划软件 NPSOL 求解燃料最优

轨道。

目前绝大多数规划方法都只针对小型编队展开研究, 对包含较多飞行器的大型编队, 随着飞行器数目的增加, 问题的求解时间增加得很快。此外, 现有研究通常忽略了推力器能够提供的推力的精度约束, 在实际应用时, 这种小控制误差经过累积, 也可能导致飞行器达不到理想的目标状态, 破坏编队队形。

进化算法是一种模拟自然选择和遗传机制的随机优化算法, 具有较强的鲁棒性, 并且对大型复杂非线性系统的优化问题表现出了良好的性能。本文基于进化算法, 提出了一种两层结构的飞行器编队重构的轨道规划算法, 该方法充分利用了编队的分布式结构, 能有效解决大型编队的轨道规划问题。

## 1 编队重构问题的数学模型

### 1.1 无推力周期性轨道

编队重构的轨道规划一般在以参考飞行器为原点的非惯性坐标系下进行, 但是, 如果参考飞行器的轨道不是开普勒轨道, 会降低动力学方程预测伴随飞行器的运动的准确性<sup>[1]</sup>, 所以一般假设编队包含一个运行在开普勒轨道上的虚拟参考飞行器。通常

采用 Hill 方程来模拟飞行器之间的相对运动:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\omega & 0 \\ 0 & 3\omega^2 & 0 & -2\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = [x \quad y \quad z \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T,$$

$$\mathbf{u} = [u_x \quad u_y \quad u_z]^T$$

$y$ 轴指向沿地球径向的方向,  $z$ 轴指向参考飞行器的轨道角动量方向,  $x$ 轴与  $y$ 轴、 $z$ 轴构成右手坐标系,  $\omega$ 是参考飞行器的轨道角速度,  $\mathbf{x}$ 是飞行器的状态向量,  $\mathbf{u}$ 是输入的控制向量。

为了节省燃料,在设计编队队形的时候,通常采用无推力的周期性轨道(thrust-free periodic trajectory),飞行器在这类轨道上不需要控制输入就能保持编队队形。这类轨道实际上是 Hill 方程的周期性解<sup>[1]</sup>:

$$\begin{aligned} x(t) &= -2 \frac{v_{y0}}{\omega} \cos(\omega t + \theta_0 + \beta) + X_C \\ y(t) &= \frac{v_{y0}}{\omega} \sin(\omega t + \theta_0 + \beta) \\ z(t) &= z_0 \cos(\omega t + \theta_0 + \beta) + \frac{v_{z0}}{\omega} \sin(\omega t + \theta_0 + \beta) \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $\theta_0$  是轨道上某颗飞行器的初始相位角,  $\beta$  是这条轨道上的其它飞行器相对于这颗飞行器的相位角差,  $v_{y0}$ 、 $v_{z0}$  和  $z_0$  分别是  $\theta = \theta_0$  时对应的  $y$ 方向和  $z$ 方向的速度及  $z$ 方向的位置分量。这条封闭椭圆轨道的几何中心在  $(X_C, 0, 0)$ 。一条无推力的周期轨道可以由四个参数  $(X_C, v_{y0}, v_{z0}, z_0)$  确定<sup>[1][6]</sup>。

## 1.2 问题建模

假设有  $n$  颗备选飞行器,需要重构成一个包含  $m$  颗飞行器的编队,  $m \leq n$ 。本文假设飞行器都是相同、无功能差异的,并且在新编队中的位置是可互

换的,即对任一飞行器,新编队的  $m$  个位置都可选。 $h_i \in \{1, \dots, n\}$  表示新编队的位置  $i$ ,  $i \in \{1, \dots, m\}$  由第  $h_i$  个备选飞行器对应。 $H = [h_1, \dots, h_m]$ ,  $h_i \in \{1, \dots, n\}$ , 并且当  $i \neq j$  时,  $h_i \neq h_j$ , 就表示一个构型映射(Configuration Mapping),它为新编队与备选飞行器建立了一个对应关系。

把变轨过程离散为  $N_T$  个时间段,编队重构的轨道规划就是以整个编队的燃料最优为目标,为编队选择一个最优的构型映射,并为每颗飞行器规划作用于每个时间段  $i$ ,  $i \in [0, \dots, N_T - 1]$  的控制变量  $u_i^p$ ,  $p = 1, \dots, m$ 。规划的初始状态是指定的:

$$x_0^p = x_i^p \quad \forall p \in [1, \dots, m] \quad (3)$$

$x_i^p$  是飞行器  $p$  的初始状态向量。飞行器在每个时间点的状态满足 Hill 方程:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i+1}^p &= Ax_i^p + Bu_i^p \\ i &= 0, \dots, N_T - 1, \quad \forall p \in [1, \dots, m] \end{aligned} \quad (4)$$

由于飞行器携带的推力器只能提供有限大小的推力,所以能够提供的控制加速度是有限的:

$$\begin{aligned} u_{\min} \leq |u_j^p| \leq u_{\max} \\ i = 0, \dots, N_T - 1, \quad \forall j \in [1, 2, 3] \end{aligned} \quad (5)$$

$u_{\min}$ ,  $u_{\max}$  分别表示推力器能够提供的最小、最大控制加速度,  $u_j^p$  是飞行器  $p$  在第  $i$  段上的控制加速度,  $j = 1, 2, 3$  分别表示  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向。

此外,推力器还有一个精度限制,它不能提供小于这个精度的力。精度限制与最小控制加速度的关系可以表示为:

$$\begin{aligned} \text{bmod}(|u_j^p - u_{\min}|, u_{\text{precision}}) = 0 \\ i = [0, \dots, N_T - 1], \quad \forall j \in [1, 2, 3] \end{aligned} \quad (6)$$

即可提供的控制加速度必定是在最小限制的基础上增加可达到精度的整数倍。

各飞行器变轨的终点是各自的目标状态  $x_F^p$ :

$$\|x_{N_T}^p - x_F^p\| \leq \Delta \epsilon \quad \forall p \in [1, \dots, m] \quad (7)$$

$\Delta \epsilon$  是容许状态误差。

为了保证安全,飞行器之间必须保持一定的距离以避免发生碰撞。假设每颗飞行器在任意时刻都占据一个球体空间,在这个时刻没有其它飞行器进入这个空间就不会发生碰撞:

$$\begin{aligned} \|r_i^l - r_i^p\|^2 \geq (R_l + R_p)^2 \\ i = [0, \dots, N_T - 1], \quad \forall l, p \in [1, \dots, m] \end{aligned} \quad (8)$$

$r_i^l$  和  $R_l$  分别表示飞行器  $l$  的位置向量和球体空间半径。

综上所述,飞行器编队重构轨道规划问题的优化目标为:

$$\min_u J = \sum_{p=1}^m \sum_{i=0}^{N_T-1} \sum_{j=1}^3 |u_{ij}^p| \quad (9)$$

约束条件为(3)~(8)。

## 2 基于进化计算的轨道规划算法

### 2.1 算法结构

本文提出的轨道规划算法包括两层,其结构如图 1 所示。其中,高层规划算法通过优化编队的构型映射来实现编队的燃料最优目标,并确保飞行器之间不发生碰撞;低层规划算法采用 Chebyshev 多项式逼近控制变量空间,在满足约束条件(3)~(7)的前提下,为每颗飞行器生成从指定初始状态到指定目标状态的多条燃料最优或近优轨道。

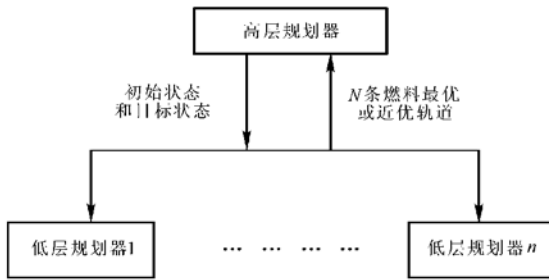


图 1 算法结构图

Fig.1 The structure of the algorithm

两层算法分别在两层规划器上实现,其中低层规划器可以由原始编队中的各飞行器担任,并行实现各自的轨道规划,这样充分利用了编队的分布式结构,当编队的规模增加时,低层规划器的数目也会相应增加。在规划过程中,各低层规划器只需与高层规划器通讯获取自己的初始状态和目标状态,彼此之间不需要交换信息。由于进化算法的种群进化性,种群中的个体可以散布在解空间中,在算法结束时能找到多个不同的最优或近优可行解,因此每个低层规划器能同时返回多条不同的燃料最优或近优轨道。高层规划器根据返回结果,在避免碰撞的前提下,为编队选择最优的构型映射,并为每颗飞行器选择对编队而言的最优轨道。

高层算法的性能指标是整个编队的燃料最优:

$$\min_H J = \sum_{p=1}^m J(p) \quad (10)$$

低层算法的性能指标是飞行器  $p, p \in [1, \dots, m]$  的燃料最优:

$$\min_u J(p) = \sum_{i=0}^{N_T-1} \sum_{j=1}^3 |u_{ij}^p| \quad (11)$$

### 2.2 个体评价

个体评价是引导算法向问题最优解逼近的关键,在进化算法中占有非常重要的地位<sup>[7]</sup>。对本文算法而言,个体评价不但要考虑燃料,还要考虑轨道是否可行。本文在进行个体评价时遵循以下准则:

- (1) 可行个体优于不可行个体;
- (2) 对可行个体,燃料小的优于燃料大的;
- (3) 对不可行个体,约束违背量小的优于约束违背量大的。

也即按以下三个步骤评价一个个体:

第一,判断个体是否可行,即判断个体是否违背了约束条件。

第二,如果个体可行,根据(10)式或(11)式计算个体的燃料。

第三,采用下面的评价函数评价个体  $q$ :

$$F(q) = \begin{cases} J(q) & q \text{ 可行} \\ J_{\max} + M(q) & q \text{ 不可行} \end{cases} \quad (12)$$

其中  $J(q)$  为个体  $q$  的燃料消耗量,  $M(q)$  为个体  $q$  的约束违背量,  $J_{\max}$  为个体所处种群中所有可行个体中的最大燃料,如果当前种群中没有可行个体,  $J_{\max}$  设为 0。

### 2.3 算法描述

#### 2.3.1 高层规划算法

在高层规划算法中,每条染色体表示一种编队构型映射,包含  $m$  个节点,每个节点包含对应的飞行器及其轨道编号信息,其结构如图 2 所示。第  $i, i = 1, \dots, m$  个节点表明新编队的位置  $i$  由第  $h_i (\leq n)$  个备选飞行器对应,  $I_i (\leq N)$  选自低层规划器  $h_i$  返回的  $N$  条轨道。



图 2 染色体结构

Fig.2 The structure of the chromosome

进化算子决定了进化算法的搜索能力,同时对收敛速度有着重要影响。由于对单颗飞行器而言的燃料最优轨道对整个编队而言不一定是最佳的,所

以不仅需要优化编队构型以实现编队的燃料最优,还要优化各飞行器轨道的选择,在确保避免碰撞的条件下,实现相同构型下的燃料最优。高层规划算法采用了交叉、变异和交换 3 种进化算子实现对编队构型和各飞行器轨道选择的优化。

高层规划算法的具体步骤如下:

- (1) 随机生成大小为  $P_H$  的种群,每条染色体只生成构型映射部分的信息;
- (2) 调用低层规划算法,实现单颗飞行器的轨道规划,每个低层规划器返回  $N$  条轨道;
- (3) 为每颗飞行器随机选择一条轨道,种群初始化完成;
- (4) 评价每个个体;
- (5) 利用选择轮盘从繁殖池中选出父体;
- (6) 根据预先给定的概率选择进化算子作用于被选出的个体;
- (7) 调用低层规划算法,为每颗飞行器规划  $N$  条轨道;
- (8) 评价每个新个体;
- (9) 如果满足算法终止条件,转第(10)步;否则,转第(5)步;
- (10) 选出最好个体作为所求解,进化过程结束。

### 2.3.2 低层规划算法

低层规划算法采用 Chebyshev 多项式逼近控制变量空间:

表 1 编队的初末轨道参数

Table 1 Trajectory parameters for reconfiguration

	$X_C$	$v_{x0}$	$v_{y0}$	$v_{z0}$	$\theta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
初始编队	0	-100w	-100w	0	0	0	$2\pi/3$	$4\pi/3$
目标编队	350	-200w	0	0	$2\pi/3$	0	$2\pi/3$	$4\pi/3$

其他相关参数如下:

- 变轨时间:  $T_f = T_p/3$
- 离散为  $N_T = 600$  个时间段
- 位置状态误差:  $\Delta\epsilon_S \leq 1\text{m}$
- 速度状态误差:  $\Delta\epsilon_V \leq 0.01\text{m/s}$
- 最小控制加速度:  $u_{\min} = 0.0001\text{m/s}^2$
- 最大控制加速度:  $u_{\max} = 0.5\text{m/s}^2$
- 控制加速的精度:  $u_{\text{precision}} = 0.0001\text{m/s}^2$
- 飞行器之间的安全距离:  $R_1 = \dots = R_m =$

10m

$$u(\tau) = \sum_{i=0}^k a_i T_i(\tau) \quad (13)$$

其中  $\tau \in [-1, 1]$ ,  $k$  为多项式次数,

$$T_i(\tau) = \cos(i \arccos \tau), i = 0, 1, \dots, k \quad (14)$$

是 Chebyshev 多项式序列。

低层规划算法采用一种实值染色体表示法,染色体由飞行器在  $x, y, z$  方向的 Chebyshev 系数组成,长度为  $3(k+1)$ 。为了使个体的约束违背量在同一个数量级上,需要对各约束进行规一化处理。在计算控制加速度时采用截断到最小精度的方法来保证每个个体都满足约束(6)。

低层算法的具体步骤与高层算法大致相同,由于篇幅所限,这里不详细介绍了。

值得注意的是,高层规划算法中的染色体可能存在部分相同的情况,即对某一低层规划器  $i, i \in [1, \dots, m]$ ,可能出现两次规划的起始状态和目标状态都相同的情况,此时可以接着前一次规划的结果继续进化,或者从中选择一部分加入初始种群,实现进一步优化,即高、低层规划结果能够共同进化。

### 3 仿真实验及分析

本节通过一个仿真实验验证本文算法的有效性。编队的参考飞行器在开普勒圆地球轨道上运动,半径为 7178km,轨道周期为  $T_p = 6051\text{s}$ ,编队包含 3 颗飞行器,分布在一条无推力周期性轨道上。

编队的初末轨道参数如表 1 所示。

用本文提出的算法规划出的燃料最优构型映射为  $H = [3 \ 2 \ 1]$ ,编队的总速度增量为  $0.7375\text{m/s}$ 。表 2 给出了每颗飞行器对应新编队各位置的最优燃料。

表 2 各飞行器的速度增量(单位:m/s)

Table 2  $\Delta V$  of each spacecraft (unit: m/s)

原编队飞行器	新编队位置 $i$		
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$h_i = 1$	0.3273	0.1508	0.3113
$h_i = 2$	0.5980	0.1513	0.5237
$h_i = 3$	0.2749	0.1288	0.2656

由表 2 可以看出,尽管 1 号和 3 号飞行器到 2

号位置的燃耗小于 2 号飞行器到 2 号位置的燃耗,但对于 2 号飞行器,变轨到其他位置的代价远远大于到 2 号位置,从整个编队的角度考虑,2 号飞行器的最优选择是 2 号位置;1 号和 3 号飞行器互换了位置,3 号飞行器选择了对其而言代价最大的 1 号位置,因为这样能够降低编队的总燃料消耗。

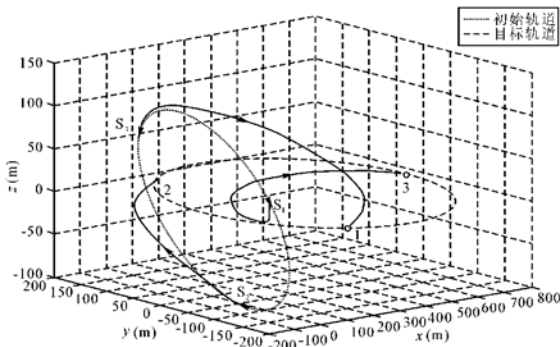


图 3 各飞行器的最优轨道

Fig. 3 Optimal trajectory for each spacecraft

图 3 显示了各飞行器的最优轨道,由于本例中飞行器的初始位置和目标位置间的距离都远大于飞行器之间的安全距离,所以飞行器不需要额外消耗燃料来避免相互碰撞。

#### 4 结论

本文基于进化算法提出了一种两层结构的编队重构轨道规划算法,高层规划算法通过优化构型映射来优化编队的总燃料消耗,并确保飞行器之间保持一定的距离以避免相互碰撞;低层规划算法采用 Chebyshev 多项式逼近控制变量空间,实现各飞行器从指定初始状态到指定目标状态的多条燃料最优或近优轨道的规划。该方法充分利用了编队的分布式

结构,由各飞行器并行实现各自的轨道规划,能有效解决大型编队的轨道规划问题。最后通过仿真试验表明了该方法的有效性。

#### 参考文献:

- [1] Yang G, Yang Q, Kapila V, et al. Fuel optimal manoeuvres for multiple spacecraft formation reconfiguration using multi-agent optimization [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2002, 12: 243 - 283.
- [2] Tillerson M, Inalhan G, How J P. Co-ordination and control of distributed spacecraft systems using convex optimization techniques [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2002, 12: 207 - 242.
- [3] Campbell M E. Planning algorithm for multiple satellite clusters [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, September-October, 2003, 26(5): 770 - 780.
- [4] 罗成,高大远,沈辉,等. 编队重构的双脉冲燃料最优控制 [J]. *宇航学报*, 2006, 27(6): 1211 - 1215. [LUO Chen, GAO Da-yuan, SHEN Hui, HU De-wen, et al. Double impulse fuel-optimal control for formation reconfiguration [J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(6): 1211 - 1215.]
- [5] Milam M, Petit N, Murray R. Constrained trajectory generation for micro-satellite formation flying [C]//*Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2001.
- [6] Yeh H-H, Sparks A G. Geometry and control of satellite formations [C]//*Proceedings of the American Control Conference*, Chicago, IL, June 2000: 384 - 388.
- [7] 郑昌文,李磊,徐帆江,等. 基于进化计算的无人飞行器多航迹规划 [J]. *宇航学报*, 2005, 26(2): 223 - 227. [ZHENG Chang-wen, LI Lei, XU Fan-jiang, et al. Multiple routes planning for unmanned air vehicle based on evolutionary computation [J]. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(2): 223 - 227.]

作者简介:王抒雁(1980-),女,博士研究生,研究方向为空间飞行器轨道建模与规划。

通信地址:北京市中关村南四街 4 号中科院软件所综合信息系统国家级重点实验室(100190)

电话:(010)62614140 - 8217

E-mail:shuyan05@ios.cn

## Trajectory Planning for Spacecraft Formation Based on Evolutionary Computation

WANG Shu-yan<sup>1,2</sup>, ZHENG Chang-wen<sup>1</sup>, SU Kang<sup>3</sup>

(1. National Key Laboratory of Integrated Information System Technology, Institute of Software, Chinese Academy of Sciences,

Beijing 100080, China; 2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

3. Research & Development Center of the 3rd Academy of CASIC, Beijing 100074, China)

**Abstract:** Based on evolutionary computation, a tow-level trajectory planning algorithm for spacecraft formation reconfiguration was presented in this paper. The high-level planner performs global planning, optimizes total fuel consumption by selecting an optimal configuration mapping, and ensures collision avoidance constraints being satisfied. Fuel optimal or near optimal trajectories planning for each spacecraft are performed by the low-level planners in parallel by parameterizing the control in terms of Chebyshev polynomials. The distributed architecture of formation is fully used and the algorithm scales well with the number of spacecraft. The implementation and experiment described in this paper demonstrated the efficiency of the algorithm.

**Key words:** Spacecraft; Formation reconfiguration; Trajectory planning; Evolutionary computation