

基于排队论的关键链缓冲区研究

周 阳, 丰景春

(河海大学 商学院, 江苏 南京 210098)

摘 要: 在简单介绍近年兴起的项目进度计划新方式——关键链的基本思想的基础上, 将其和PERT方法进行了对比; 详细分析了目前存在的确定缓冲区尺寸的方法, 指出了它们的一些优缺点; 提出应利用排队论来确定在单资源约束下缓冲区的大小, 以保证资源充分利用和获得最大利润, 最后探讨了进一步的研究方向。

关键词: 项目进展计划; 关键链; 项目排队论; 缓冲区尺寸; 约束理论

中图分类号: F062.4

文献标识码: A

文章编号: 1001-7348(2008)02-0174-03

0 引言

1997年, 高德拉特博士在他的小说《关键链》中将约束理论(Theory Of Constraint)应用于项目管理领域, 提出了一种新的项目管理方法——关键链(Critical Chain)。该方法在企业已经成功应用, 明显改善了企业的绩效, 越来越受到人们的重视。但还存在一些问题, 如缓冲区尺寸的确定、多项目的管理等。

在全球竞争越来越激烈的今天, 管理者不断追求降低成本, 缩短项目完工时间。通常管理者会遇到两种情况: 增加设备和人手, 但是要增加投资或者发生空闲浪费; 设备或者人手不够, 项目出现排队现象。排队论也称随机服务系统理论, 就是为了解决上面的问题, 在两者之间取得平衡。本文基于排队论, 设计了一种计算缓冲区尺寸大

小的新方法。

1 关键链的基本思想

关键链的基本思想是: “局部的最优并不能导致全局最优”, 应将项目的所有任务看作一个系统, 从系统角度来研究问题。同时将关键链看作整个项目的瓶颈, 为了保证项目顺利完成, 管理者应该关注关键链。关键链一般采用3种缓冲区: 项目缓冲(Project Buffer)、接驳缓冲(Feeding Buffer)和资源缓冲(Resource Buffer)。项目缓冲设置在关键链的末端, 保证项目按时完成; 接驳缓冲设置在关键链和非关键链的接口处, 保证非关键链能够按时完成, 不影响关键链。资源缓冲设置在关键链的前面, 保证关键链的任务开始时所需要的资源已经准备就绪。

目前已有的项目规划技术是: 甘特图(Gantt Chart)、

自身价值的终点, 技术价值的真正归宿和终极意义在于消费大众, 即技术消费共同体。从技术产业共同体向技术消费共同体的转化也就是技术社会化的过程。这一交往过程具有双重向度: 既是指技术在走向社会的过程中被重构, 形成社会意义上的技术; 又是指技术改造社会结构, 形成新的技术社会结构的过程。

作为生产者和消费者这一对立的两极, 产业共同体和消费共同体的差异主要体现在: 首先, 二者的游戏取向不同, 生产者取向于规模化、常规化, 而消费者取向于个性化、创新化, 产业共同体希望造就时尚的名牌产品, 借此成批量地生产, 消费者则想独占, 使消费效用最大化、个性化。其次, 产业技术服从生产和销售的规则, 想尽办法不断

更新产品, 引导消费者, 后者则希望尽可能物尽其用, 达到消费效用的最大化; 第三, 作为现代性的表征之一, 消费行为总是试图重构技术产品的使用价值即意义。

参考文献:

- [1] 任平. 交往实践与主体间[M]. 苏州: 苏州大学出版社, 1999.
- [2] 任平. 当代视野中的马克思[M]. 南京: 江苏人民出版社, 2003.
- [3] [德] 哈贝马斯. 作为“意识形态”的技术与科学[M]. 李黎, 郭官义译. 北京: 学林出版社, 1999.

(责任编辑: 高建平)

收稿日期: 2006-12-29

作者简介: 周阳(1984-), 男, 汉族, 江苏海安人, 河海大学商学院硕士研究生, 研究方向为项目管理; 丰景春(1963-), 男, 汉族, 浙江金华人, 河海大学商学院教授, 博士生导师, 研究方向为项目管理。

CPM(Critical Path Method) 和PERT(Program Evaluation and Review Technique)。甘特图用来表示项目进程, 简洁易懂, 但它存在一些问题: 甘特图不能显示出任务之间的相互依赖关系, 任务之间的关系对控制项目成本是非常重要的; 甘特图不能显示一个项目活动早开始或者晚开始所带来的后果; 甘特图不能显示项目进行过程中的不确定性, 因此不能进行敏感性分析。

CPM/PERT在资源上的规划功能不强, 计划与实际执行进度往往存在较大的偏差, 也低估了资源使用效率对项目的影响力。对PERT的成功与失败之处, 文献[4]指出, 根据PERT的内在假设, 得出的平均项目时间总是小于实际统计平均值, 误差可达30%。

2 目前已有的确定关键链缓冲区尺寸的方法

目前主要有两种确定关键链缓冲区尺寸的方法: 剪贴—粘贴法 (Cut and Paste) 和根方差法 (Root Square Error)。剪贴—粘贴法根据传统方法估计每个任务的时间, 然后减去每项任务的安全时间(传统时间乘1/2)。它根据剪切后各任务的时间和资源约束来进行项目调度, 项目缓冲等于关键链任务时间总和的一半, 接驳缓冲等于非关键链任务时间总和的一半。此方法简单易行, 但存在一些问题:

- (1) 主要根据经验判断安全时间, 误差比较大。
- (2) 缓冲区大小与累计安全时间成线性关系, 容易造成缓冲区过大或者过小的现象。
- (3) 项目管理者要求比传统时间减少50%, 下属会在上报估计时间时夸大任务时间, 以补偿被减少的任务时间。
- (4) 各个任务之间是有区别的, 对它们一致减少50%的时间是不合理的。

根方差法原理跟剪贴—粘贴法类似, 但是其缓冲量不是取50%, 而是把根方差量作为缓冲量, $PB = \sqrt{\sum_{i \in CC} \delta_i^2}$, $FB =$

$$\sqrt{\sum_{i \in \bar{CC}} \delta_i^2}$$

其中: CC 表示关键链上任务的集合; \bar{CC} 表示非关键链上任务的集合; T_i 表示根据传统方法估计的任务时间; t_i 表示根据关键链法估计的任务时间; $\delta_i = T_i - t_i$ 。

根方差法符合非确定执行时间累加的统计规律, 可避免缓冲区过大或过小的现象, 体现了风险管理思想, 管理者也不必随意削减项目的执行时间, 但是它要求任务间的时间是独立变量。

目前还有一些确定缓冲区方法的文献, 比如文献[7]提出利用关键路径长度与关键链长度的比率作为任务时间削减的比率。文献[8]认为项目缓冲区的尺寸由项目按计划完工的期望决定, 接驳缓冲区的尺寸采用工作自由时间而不需另外设置。文献[13]提出了基于RCPSP调度理论确定非关键链缓冲区大小的方法。

3 基于排队论的缓冲区大小的确定

目前基于关键链法的项目进度管理主要是以工期最短为目标, 本文讨论在工期和成本之间寻求平衡, 确定项目缓冲的大小。考虑在单资源约束的情况下, 将资源视作服务台, 任务当作顾客, 为了不使服务台出现空闲状态, 利用排队论的理论确定排队长度, 即缓冲量的大小, 缓冲量大小相当于排队系统的优化问题。针对单资源的情况, 利用排队模型M/M/1/N来解决问题。其中:

M/M/1表示输入过程服从普阿松分布过程, 资源使用时间服从负指数分布的单服务台的排队系统, 同时任务使用资源规则是FCFS; N表示系统的最大容量, 即N的最大值就是缓冲区的大小。

在M/M/1/N模型中, 资源空闲的概率是:

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}, \rho < 1 \\ p_0 &= \frac{1}{N+1}, \rho = 1 \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$; λ 表示任务平均到达率; μ 表示平均服务率。

要保证服务台(资源)不空置, 则 $\exists n \leq N$, 使得

$$p_0(n) \leq \alpha \tag{2}$$

其中: α 是一个任意小的常数。

在排队论中存在两种最优化问题: 系统设计的最优化和系统控制的最优化, 在这里采用前者, 即最优化的目标是使纯收入或利润最大化, 即:

$$Z = \mu(1-p_0)C_s - C_w L_s \tag{3}$$

其中: C_w 为每个任务在系统中停留单位时间的费用, C_s 为服务一个任务能得到的费用, L_s 是系统中的任务数。

$$\begin{aligned} L_s &= \sum_{n=0}^N np_n = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(N+1)\rho^{N+1}}{1-\rho^{N+1}}, \rho < 1 \\ L_s &= \frac{N}{2}, \rho = 1 \end{aligned} \tag{4}$$

当 $\rho = 1$ 时, 将(1)、(4)式代入到(3)式得

$$Z = \mu \frac{N}{N+1} C_s - C_w \frac{N}{2}$$

$$\text{令 } \frac{dZ}{dN} = 0, \text{ 得 } \frac{\mu}{(1+N)^2} C_s - \frac{1}{2} C_w = 0 \tag{5}$$

由(5)式得 $N^* = \sqrt{\frac{2\mu C_s}{C_w}}$, 则可令缓冲区的大小等于 N^* 。

当 $\rho < 1$ 时, 有两种情况: $\rho < 1$ 和 $\rho > 1$ 。当是第一种情况, 即 $\lambda < \mu$ 时, 项目已经不受资源限制, 资源不是瓶颈。当是第二种情况时, 由(1)、(4)式可得:

$$Z = \mu \left(1 - \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \right) C_s - C_w \left(\frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(N+1)\rho^{N+1}}{1-\rho^{N+1}} \right)$$

令 $\frac{dZ}{dN} = 0$, 得:

$$0 = \frac{c_s \mu (\rho - 1) (N + 1)}{(1 - \rho^{N+1})^2} + c_w \frac{[\rho - \rho^{N+2} + (N + 1)^2]}{(1 - \rho^{N+1})^2} \quad (6)$$

最优解 N^* 应合于上式, 但要解上式是很困难的, 通常通过数值计算来求 N^* 。

为了解出上式, 作者应用 Microsoft Visual C++ 6.0 求出上式, 算法运行在 PIV/60G/512MB 个人计算机上。下面简单列出算法:

(1) 先对 (6) 式进行化简。原方程可以变为 $(N + 1)^2 + \frac{C_s}{C_w}$

$\mu(\rho - 1)(N + 1) + \rho = \rho^{N+2}$, 其中设 $N + 1 = x$, $\frac{C_s}{C_w} \mu(\rho - 1) = b$, $\rho = c$, 则

原方程变为 $x^2 + bx + c = c^{x+1}$ 。令 $f(x) = x^2 + bx + c$, $g(x) = c^{x+1}$, 接下来求方程的解变为求函数 $f(x)$, $g(x)$ 的交点问题。

(2) 由给定的条件可以判断出以上两个函数在 $x > 0$ 时必定有一个交点, 下面用二分法求出这个交点。

(3) 设 $q(x) = f(x) - g(x) = x^2 + bx + c - c^{x+1}$, 已经知道在 $x = 0$ 的时候 $q(x) < 0$, 令 $x_1 = 0$, $x_2 = x_1 + 1$, 循环: 测试 $q(x_2)$, 如果 $q(x_2) > 0$, 那么做 $x_1 = x_1 + 1$, $x_2 = x_2 + 1$; 否则就退出循环。

(4) 作完步骤 3 后, 已经找到了一个区间 $[x_1, x_2]$, 而且 $q(x)$ 在 x_1 点是大于 0 的, $q(x)$ 在 x_2 点是小于 0 的, 因此可以在区间 $[x_1, x_2]$ 使用二分法求出 $q(x) = 0$ 的点。

(5) 二分法。循环 (当 x_1, x_2 的绝对值小于一个很小的数时就退出循环) 令 x 为 x_1, x_2 的中点, 即 $x = (x_1 + x_2) / 2$, 计算 $q(x)$, 如果 $q(x) > 0$, 就令 $x_1 = x$, 如果 $q(x) < 0$, 就令 $x_2 = x$, 并继续循环。

(6) 求出 $q(x) = 0$ 的点, 再做 $N = x - 1$, 就求出了原方程的根。

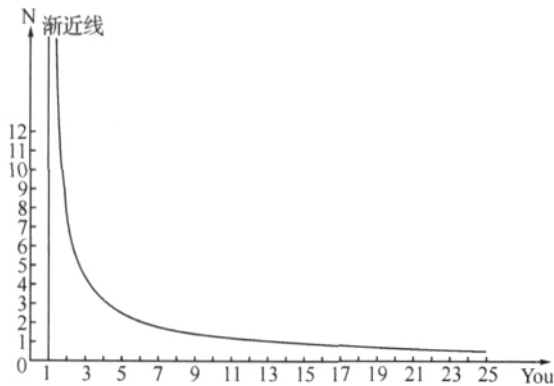


图1 当 $\mu=16, c/c_w=6$ 时的函数

通过图1得出结论: 当 $\frac{C_s}{C_w}$ 一定时, N 跟 ρ 是密切相关的,

ρ 越大, N 就越趋向于 0; ρ 趋向于 1, N 就越趋向于无穷。项目管理者可以借助此结论和 (5)、(6) 式合理地确定项目和接驳缓冲区尺寸。

4 小结与展望

基于关键链的项目进度管理克服了传统进度管理存在的许多问题, 更符合实际应用。本文基于排队论, 综合考虑影响项目成本的因素, 求解在单资源情况下缓冲区的大小。项目管理者设置缓冲区应建立在科学定量分析的基础上。下一步继续研究的方向是多资源情况下基于排队论如何确定缓冲区的大小。

参考文献:

- [1] Goldratt E M. Critical Chain[M]. New York: The North River Press, 1997.
- [2] 钱颂迪. 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- [3] 刘士新, 宋健海, 唐加福. 关键链一种项目计划与调度新方法[J]. 控制与决策, 2003(5): 513- 516.
- [4] Margaret F. Shipley. BIFPET Methodology Versus PERT in Project Management: Fuzzy Probability Instead of the Beta Distribution[J]. Techno Manage, 1997(14): 49- 65.
- [5] 万伟, 蔡晨. 在单资源约束项目中的关键链管理[J]. 中国管理科学, 2003, 11(2): 70- 75.
- [6] Zinovy D, Radovisky. A Quantitative Approach to Estimate the Size of the Time Buffer in the Theory of Constraints[J]. International Journal of Production Economics, 1998, 55 (2): 113- 119.
- [7] Chiu- ChiWei, Ping- HungLiu, Ying- ChinTsai. Resource Constrained Project Management Using Enhanced Theory of Constraint [J]. International of Project Management, 2002: 561- 567.
- [8] Hoel K. Taylor S G. Quantifying Buffers for Project Schedule [J]. Production and Inventory Management, 1990, 40(2): 43- 47.
- [9] 刘士新, 宋健海, 唐加福. 关键链——一种项目计划与调度新方法[J]. 控制与决策, 2003, 18(5): 513- 516.
- [10] Rand G K. Critical Chain: The Theory of Constraints Applied to Project Management [J]. International of project management, 2000(18): 173- 177.
- [11] 马国丰, 王爱梅, 屠梅曾. CCM: 一种基于 TOC 的项目管理技术[J]. 系统工程理论与应用, 2004, 13(2): 167- 171.
- [12] Herman Steyn. Project Management Applications of the Theory of Constraints Beyond Critical Chain Scheduling[J]. International of Project Management, 2002(20): 75- 80.
- [13] 刘士新, 宋健海, 唐加福. 资源受限项目调度中缓冲区的设定方法[J]. 系统工程学报, 2006(21): 381- 386.

(责任编辑: 高建平)