2005,**25A**(7):990–995

Acta Mathematica Scientia
数学物理学报

B - 值双随机 Dirichlet 级数的收敛性 *

王志刚
(海南大学信息科学技术学院应用数学系　海口 570228)
方勇
(湖北大学数学与计算机科学学院　武汉 430062)

摘要: 主要研究了 B - 值双随机 Dirichlet 级数在不同条件 (i) $\{X_n\}$ 服从强大数定律，且

$$0<\varliminf_{n\to\infty}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|\le\varlimsup_{n\to\infty}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|<+\infty.$$

(ii) $\{X_n\}$ 独立不同分布，且

$$\varliminf_{n\to\infty}E||X_n||>0,\quad \sup_{n\ge1}E||X_n||^p<+\infty\quad (p>1)$$

等条件下的收敛性，得出了收敛横坐标的简洁公式.

关键词: Dirichlet 级数； B - 值双随机 Dirichlet 级数；强大数定律；收敛横坐标.

MR(2000) 主题分类: 30B50　**中图分类号**: O211.5　**文献标识码**: A

文章编号: 1003-3998(2005)07-990-06

Dirichlet 级数是 19 世纪中 L.Dirichlet 研究数论时引进的，它可看作 Tayor 级数的推广，也是 Laplace-Steltjes 变换的特例，随机 Dirichlet 级数理论是运用经典概率的理论研究它的分析性质. 近年来国内外学者研究了随机 Dirichlet 级数的收敛性、增长性和值分布，得到了一系列成果，特别是余家荣、孙道椿、高宗升、吴敏、丁晓庆等人在 Dirichlet 级数的研究方面作了大量工作 [1]−[5]. 自从田范基等人首先将随机 Dirichlet 级数的研究引入 B - 值以后 [6]，关于 B - 值随机 Dirichlet 级数的研究得到了发展. 本文的目的是研究两类 B - 值双随机 Dirichlet 级数在不同条件下的收敛性，得到了收敛横坐标的简洁公式.

首先考虑 B - 值双随机 Dirichlet 级数

$$f(s,\omega)=\sum_{n=1}^{\infty}X_n(\omega)\mathrm{e}^{-\lambda_n(\omega)s}\quad (s=\sigma+\mathrm{i}t).\tag{1}$$

其中 $\{X_n(\omega)\}$ 为某复 Banach 空间中的随机元序列， $\{\lambda_n(\omega)\ \ n\ge1\}$ 满足 $0\le\lambda_1\le\lambda_2<\cdots\le\lambda_n\uparrow\infty$ a.s. 且为实随机变量列， σ, t 都为实数，用 $\sigma_c(\omega)$ $\sigma_u(\omega)$ $\sigma_a(\omega)$ 分别表示级数 (1) 的收敛、一致收敛、绝对收敛横坐标.

收稿日期：2003-05-20; 修订日期：2004-03-03
E-mail: wangsizhe@yahoo.com.cn
* 基金项目：海南省教育厅基金 (Hj200417) 资助

引进辅助 Dirichlet 级数

$$f(s)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\mathrm{e}^{-\lambda_n s}\qquad (s=\sigma+\mathrm{i}t). \tag{2}$$

其中 $\{a_n\}$ 是复数列， $\{\lambda_n\}$ σ 及 t 与级数 (1) 相同，用 σ_c σ_u 和 σ_a 分别表示级数 (2) 的收敛、一致收敛、绝对收敛横坐标.

引理 1 对于级数 (2) 有

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}\le\sigma_c\le\sigma_u\le\sigma_a\le\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}+\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln n}{\lambda_n}. \tag{3}$$

引理 2 对于级数 (2) 若 $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\dfrac{\ln|\sum\limits_{i=1}^{n}a_i|}{\lambda_n}=\alpha$ 那么 $\sigma_c\le\alpha$ 且当 $\alpha>0$ 时 $\sigma_c=\alpha$[7].

引理 3 设 B - 值随机变量列 $\{X_n(\omega)\}$ 服从强大数定律，若 $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\left\|\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|<\infty$, 则存在一常数 k, 对 a.s.$\omega\in\Omega$, 存在 $N(\omega)>0$, 当 $n>N(\omega)$ 时

$$||\ X_n(\omega)||\le kn \tag{4}$$

且若 $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\left\|\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|>0$, 有

$$\alpha=\overline{\lim_{n\to\infty}}||X_n(\omega)||>0. \tag{5}$$

证 参考文 [8] 引理 2.1 ，因为 $\{||X_n||\}$ 及 $\{||\sum\limits_{i=1}^{n}X_i||\}$ 为实数列. ▮

定理 1 设 $\{X_n(\omega)\}$ 服从强大数定律，且

$$0<\underline{\lim_{n\to\infty}}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|\le\overline{\lim_{n\to\infty}}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|<+\infty,$$

则对级数 (1), 有

$$\sigma_c(\omega)=\alpha=\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln n}{\lambda_n}\quad\text{a.s..} \tag{6}$$

证 由于 $\dfrac{\ln\left\|\sum\limits_{i=1}^{n}Xi(\omega)\right\|}{\lambda_n}=\dfrac{\ln\left\|\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i(\omega)}{n}\right\|}{\lambda_n}+\dfrac{\ln n}{\lambda_n}$, 所以

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln\left\|\sum\limits_{i=1}^{n}X_i(\omega)\right\|}{\lambda_n}\le\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln\left\|\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i(\omega)}{n}\right\|}{\lambda_n}+\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln n}{\lambda_n}=\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln n}{\lambda_n}\quad\text{a.s.,}$$

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln\left\|\sum\limits_{i=1}^{n}X_i(\omega)\right\|}{\lambda_n}\ge\underline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln\left\|\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i(\omega)}{n}\right\|}{\lambda_n}+\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln n}{\lambda_n}=\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln n}{\lambda_n}\quad\text{a.s..}$$

综合两式得

$$\alpha=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln\|\sum\limits_{i=1}^{n}X_i(\omega)\|}{\lambda_n}=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}\quad \text{a.s..}$$

当 $\frac{\ln n}{\lambda_n}=0$ 时，由引理 3 知

$$\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln\|X_n(\omega)\|}{\lambda_n}\le\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln kn}{\lambda_n}=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}=0\quad \text{a.s.,}$$

$$\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln\Big\|X_n(\omega)\|}{\lambda_n}\ge\varlimsup_{n\to\infty}\ln\|X_n(\omega)\Big\|\cdot\varlimsup_{n\to\infty}\frac{1}{\lambda_n}=0\quad \text{a.s.,}$$

这时 $\sigma_c(\omega)=0$ a.s. 综合起来，总有

$$\sigma_c(\omega)=\alpha=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}\quad \text{a.s..}$$

显然，本定理对级数 (2) 也成立. ▌

推论 1 设 $\{X_n(\omega)\}$ 为 B - 值独立随机变量列，若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}DX_n<+\infty$, 且

$$0<\varliminf_{n\to\infty}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|\le\varlimsup_{n\to\infty}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|<+\infty,$$

则 $\sigma_c(\omega)=\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}$ a.s..

推论 2 $\{X_n(\omega)\}$ 是 B - 值独立随机变量列，若 $\sup\limits_{n\ge1}DX_n<+\infty$, 且

$$0<\varliminf_{n\to\infty}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|\le\varlimsup_{n\to\infty}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{\infty}EX_i}{n}\right\|<+\infty,$$

则 $\sigma_c(\omega)=\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}$ a.s..

定理 2 设 B - 值随机变量列 $\{X_n(\omega)\}$ 服从强大数定律，且满足定理 1 的条件，$\{\lambda_n\}$ 满足 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\lambda_n}{E\lambda_n}=1$ a.s. 则 $\sigma_c(\omega)=\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{\ln n}{E\lambda_n}$ a.s..

证

$$\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{E\lambda_n}=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}\cdot\frac{\lambda_n}{E\lambda_n}=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}\ \text{a.s..}$$ ▌

下面再来考虑另一类 B - 值双随机 Dirichlet 级数的收敛性

$$g(s,\omega)=\sum_{n=1}^{\infty}a_nX_n(\omega)\mathrm{e}^{-\lambda_n(\omega)s}\qquad(s=\sigma+\mathrm{i}t),\tag{7}$$

其中 $\{a_n\}\subset C,\{X_n(\omega)\},\{\lambda_n(\omega)\},s$ 与级数 (1) 同

引理 4 设 B - 值随机变量 X 是 L^p 可积，且 $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$ $(p>1,q>1,0<\lambda<1)$ 则

$$p(||X||\ge\lambda E||X||)\ge(1-\lambda)^q\frac{E^q||X||}{E^{\frac{q}{p}}||X||^p}.\tag{8}$$

证 $$\int_{(||X||<\lambda E||X||)}||X||\mathrm{d}p \le \int_\Omega \lambda E||X||\mathrm{d}p = \lambda\int_\Omega E||X||\mathrm{d}p,$$
于是
$$\int_{(||X||\ge\lambda E||X||)}||X||\mathrm{d}p \ge (1-\lambda)\int_\Omega ||X||\mathrm{d}p.$$
由 Hölder 不等式有
$$\begin{aligned}\int_{(||X||\ge\lambda E||X||)}||X||\mathrm{d}p &= \int_\Omega I_{(||X||\ge\lambda E||X||)}||X||\mathrm{d}p\\ &\le \Big(\int_\Omega I^q_{(||X||\ge\lambda E||X||)}\mathrm{d}p\Big)^{\frac{1}{q}}\Big(\int_\Omega ||X||^p\mathrm{d}p\Big)^{\frac{1}{p}}\\ &= p^{\frac{1}{q}}(||X||\ge\lambda E||X||)E^{\frac{1}{p}}||X||^p.\end{aligned}$$
所以 $(1-\lambda)E||X||\le p^{\frac{1}{q}}(||X||\ge\lambda E||X||)E^{\frac{1}{p}}||X||^p$. 因此 (8) 式成立. ▌

引理 5 设 $\{X_n\ n\ge 1\}$ 是相互独立的 B - 值随机变量列, $\varliminf\limits_{n\to\infty} E||X|| > 0, \sup\limits_{n\ge 1} E||X_n||^p < \infty\ (p>1)$ 则

(i) a.s.$\omega\in\Omega$ 存在正整数 $N_1(\omega)$, 当 $n>N_1(\omega)$ 时，有
$$||X_n(\omega)||\le n \quad \text{a.s..} \tag{9}$$
(ii) $\varlimsup\limits_{n\to\infty}||X_n||\ge\lambda a$ a.s. 其中
$$a=\varliminf_{n\to\infty}E||X_n|| \quad (o<\lambda<1). \tag{10}$$

证 (i) 由于 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}p(||X_n>n||)\le\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{E||X_n||^p}{n^p}\le\sup\limits_{n\ge1}E||X_n||^p\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}<\infty$, 由 Borel-Cantelli 引理 $p(\varlimsup\limits_{n\to\infty}||X_n||>n)=0$ a.s., 因此对 a.s. $\omega\in\Omega$ 存在正整数 $N_1(\omega)$, 当 $n>N_1(\omega)$ 时有 $||X_n||\le n$ a.s..

(ii) 设 $\sup\limits_{n\ge1}E||X_n||^p=M^p<\infty$, $\varliminf\limits_{n\to\infty}E||X_n||=a>0$, 则存在子列 $\{n_k\}$, 使 $\lim\limits_{k\to\infty}E||X_{n_k}|| = a$, 当 k 充分大时，对取定的 $\lambda\in(0,1)$ 必有 $\frac{\lambda a}{E||X_{n_k}||}<1$.
由引理 4 有
$$\begin{aligned}p(||X_{n_k}||\ge\lambda a) &= p\Big(||X_{n_k}||\ge\frac{\lambda a}{E||X_{n_k}||}\cdot E||X_{n_k}||\Big)\\ &\ge\Big(1-\frac{\lambda a}{E||X_{n_k}||}\Big)^q\frac{E^q||X_{n_k}||}{E^{\frac{q}{p}}||X_{n_k}||^p}\longrightarrow(1-\lambda)^q\frac{a^q}{M^q}>0,\end{aligned}$$
因此
$$\sum_{k=1}^{\infty}p(||X_{n_k}||\ge\lambda a)=\infty,$$
再由 Borel-Cantelli 引理， $\varlimsup\limits_{k\to\infty}||X_{n_k}||\ge\lambda a$ a.s. 因此 $\varlimsup\limits_{n\to\infty}||X_n||\ge\lambda a$ a.s.. ▌

定理 3 设 $\{X_n(\omega),n\ge1\}$ 是相互独立的 B - 值随机变量序列，且 $\varliminf\limits_{n\to\infty}E||X_n||>0$, $\sup\limits_{n\ge1}E||X_n||^p<\infty\ (p>1)$, $\{a_n\}$ 为复数列，λ_n 满足 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\lambda_n}{E\lambda_n}=1$ a.s. 且 $\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{\ln n}{E\lambda_n}=D<\infty$, $\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{E\lambda_n}=-\infty$, 则级数 (7) 与级数 (2)(一致，绝对) 收敛横坐标 a.s. 为 $-\infty$, 即
$$\sigma_a(\omega)=\sigma_a=\sigma_u(\omega)=\sigma_u=\sigma_c(\omega)=\sigma_c=-\infty \quad \text{a.s..} \tag{11}$$

证 首先注意到 $\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{\lambda_n}{E\lambda_n}=1$ a.s.

$$\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{E\lambda_n}\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{E\lambda_n}{\lambda_n}=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{E\lambda_n},$$

对于级数 (2) 有 $\sigma_c\le\sigma_u\le\sigma_a\le\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{|a_n|}{\lambda_n}+\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}=-\infty$.

对于级数 (7), 由引理 1 和引理 5 知

$$\begin{aligned}\sigma_c(\omega)\le\sigma_u(\omega)\le\sigma_a(\omega)&\le\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln||a_nX_n(\omega)||}{\lambda_n}+\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}\\&\le\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{E\lambda_n}+\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln||X_n(\omega)||}{E\lambda_n}+\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{E\lambda_n}\\&\le\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{E\lambda_n}+2\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{E\lambda_n}=-\infty.\quad\text{a.s..}\end{aligned}$$

故结论成立. ▌

定理 4 设 $\{X_n(\omega)\ \ n\ge1\}$ 是相互独立的 B - 值随机变量列，且

$$\varliminf_{n\to\infty}E||X_n||>0,\quad\sup_{n\ge1}E||X_n||^p<\infty\ \ (p>1),$$

若 $\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}=0$ 则级数 (7) 与级数 (2) (一致，绝对) 收敛横坐标 a.s 相等，且

$$\sigma_a(\omega)=\sigma_a=\sigma_u(\omega)=\sigma_u=\sigma_c(\omega)=\sigma_c=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}\ \ \text{a.s..}\tag{12}$$

若进一步，λ_n 满足：$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\lambda_n}{E\lambda_n}=1$ a.s. 则级数 (7) 与级数 (2)(一致，绝对) 收敛横坐标 a.s. 相等，且

$$\sigma_a(\omega)=\sigma_a=\sigma_u(\omega)=\sigma_u=\sigma_c(\omega)=\sigma_c=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{E\lambda_n}\ \ \text{a.s..}\tag{13}$$

证 先证 (12) 式

对于级数 (2), 有

$$\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}\le\sigma_c\le\sigma_u\le\sigma_a\le\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}+\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n},$$

即

$$\sigma_c=\sigma_u=\sigma_a=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}.$$

对于级数 (7), 一方面

$$\begin{aligned}\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln\|a_nX_n(\omega)\|}{\lambda_n}&\le\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}+\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\|X_n(\omega)\|}{\lambda_n}\\&\le\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}+\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln n}{\lambda_n}=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}\quad\text{a.s..}\end{aligned}$$

另一方面，设 $\varlimsup\limits_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{E\lambda_n}=\lim\limits_{k\to\infty}\frac{\ln|a_{n_k}|}{E\lambda_{n_k}}$, 对 $\{X_{n_k}\}$ 应用 (10) 式

$$\begin{aligned}\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln||a_nX_n||}{\lambda_n}&\ge\varlimsup_{k\to\infty}\frac{\ln||a_{n_k}X_{n_k}||}{\lambda_{n_k}}=\varlimsup_{k\to\infty}\frac{\ln||a_{n_k}||}{\lambda_{n_k}}+\varlimsup_{k\to\infty}\frac{\ln||X_{n_k}||}{\lambda_{n_k}}\\&\ge\varlimsup_{k\to\infty}\frac{\ln||a_{n_k}||}{\lambda_{n_k}}+\varlimsup_{k\to\infty}\frac{\lambda a}{\lambda_{n_k}}=\varlimsup_{n\to\infty}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}\ \ \text{a.s.,}\end{aligned}$$

即有

$$\sigma_c(\omega)=\sigma_u(\omega)=\sigma_a(\omega)=\overline{\lim_{n\to\infty}}\frac{\ln|a_n|}{\lambda_n}.$$

综合起来知 (12) 式成立.

由 $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\dfrac{\ln n}{\lambda_n}=\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\dfrac{\ln n}{E\lambda_n}\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{E\lambda_n}{\lambda_n}=\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\dfrac{\ln n}{E\lambda_n}$ 知 (13) 式成立. ∎

推论 4 设 $\{X_n(\omega)\ \ n\geq 1\}$ 是相互独立的 B - 值随机变量列，且

$$\underline{\lim_{n\to\infty}}E||X_n||>0,\quad \sup_{n\geq 1}E||X_n||^p<\infty\quad (p>1),$$

则随机泰勒级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nX_n(\omega)Z^n$ 与泰勒级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nZ^n$ 收敛半径 a.s. 相等.

证 取 $\lambda_n=n,\ Z=\mathrm{e}^{-s}$ 即得. ∎

参 考 文 献

[1] Apostol T M. Modular Functions and Dirichlet Series in Number Theory. Berlin: Springer, 1976

[2] 余家荣. 随机狄里克莱级数的一些性质. 数学学报， 1978, **21**: 97–118

[3] 吴敏. 关于缺项 Dirichlet 级数所表示的整函数的增长性. 数学年刊， 1989, **10**A: 8–17

[4] SunDaochun. The growth of Dirichlet series. J of Anal, 1995, **3**: 73–86

[5] 高宗升，孙道椿. 无限级随机 Dirichlet 级数的值分布. 数学年刊， 1993, **14**A: 677–685

[6] 田范基. B - 值随机狄里克莱级数的收敛性. 湖北大学学报 (自然科学版), 1998, **20**(增刊): 179–182

[7] 余家荣. 狄里克莱级数与随机狄里克莱级数. 北京：科学出版社， 1997. 9–12

[8] 田范基. 双随机狄里克莱级数收敛性. 数学物理学报， 1998, **18**(4): 420–427

Convergence of B-valued Bi-random Dirichlet Series

Wang Zhigang

(*Department of Application Mathematics College of Information Science and Technology Hainan University, Haikou 570228*)

Fang Yong

(*Faculty of Mathematics and Computer Science Hubei University, Wuhan 430062*)

Abstract: By studying the convergence of B-valued Bi-random Dirichlet series under the following conditions: (i) $\{X_n(\omega)\}$ satisfying the strong law of large numbers and

$$0<\underline{\lim_{n\to\infty}}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|\leq\overline{\lim_{n\to\infty}}\left\|\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}EX_i}{n}\right\|<+\infty.$$

(ii) $\{X_n\}$is independent and unequally distributed and

$$\underline{\lim_{n\to\infty}}E||X_n||>0,\quad \sup_{n\geq 1}E||X_n||^p<+\infty\quad (p>1),$$

some simple and explicit formulae of the absciassa of convergence are obtained.

Key words: Dirichlet series; B-valued Bi-random Dirichlet series; The strong law of large numbers; Independence; Abscissa of convergence.

MR(2000) Subject Classification: 30B50