基于时间约束的多源多品种随机配送系统模型

李延晖[1],刘　向[1],马士华[2]

(1.华中师范大学 信息管理系,湖北 武汉 430079;2.华中科技大学 管理学院,湖北 武汉 430074)

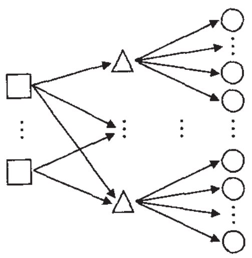
摘　要:在基于时间竞争的随机需求环境下,配送系统设计除了使系统总费用的期望值最小外,还要考虑系统稳定性和服务水平等方面的要求。在说明了建模的假设条件后,建立了考虑随机需求和时间约束的多源配送系统随机模型。通过等价变换,将随机模型转化为确定性等价问题,从而方便了问题的求解。

关键词:时间约束;多源多品种;混合整数非线性规划;配送系统

中图分类号:F253.4　　文献标识码:A　　文章编号:1001-7348(2006)06-0069-03

1　问题描述

一般制造企业生产一系列多种型号的产品,具有多个生产基地和多个需求地。考虑在一些备选的DC地点中选择一部分建立DC,负责辖区内商品的物流配送;而在需求地建立起分销点,专门从事商品的交易活动,并只由一个DC负责供货。配送网络结构如附图所示。



附图　商流与物流分离后分销系统物流模式

在进行配送网络设计时,除了使系统的总费用最小外,还要满足各生产基地对各种产品的生产能力限制以及各分销点对配送响应时间的要求。因此,必须在考虑生产能力限制和时间约束的条件下确定:①各生产基地对不同产品的生产数量及其运往各DC的数量;②选择哪些备选DC建立DC;③各DC为哪些分销点供货。

2　数学模型

2.1　基本假设

本文的模型假设:①各生产基地对不同产品的生产能力限制已知;②各备选DC有容量和流量限制;③每个需求地只由一个DC负责供货;④如果某备选DC被选中,则建立和经营该DC的固定费用已知;⑤各地需求为独立需求,且需求量及配送时间限制为相互独立的正态分布随机变量;⑥备选DC到给定需求地的配送响应时间为服从正态分布的随机变量。

条件①、②和③同Kuehn-Hamburger模型;在Kuehn-Hamburger模型中,不考虑建立和经营DC的固定费用,而为了更好地与实际情况吻合,条件④是对Kuehn-Hamburger模型中条件的修正。

假设⑤和⑥也是对Kuehn-Hamburger模型假设条件的修正,由于配送网络的规划设计是企业战略层的长期决策行为,通过对需求的长期观察可以得到大量有关需求量的统计数据,对这些数据进行拟合可以得到需求量的分布形式;同时,配送系统设计只考虑独立需求,相关需求可以利用MRP解决;同理,通过长期观察也可以得到假设⑤和⑥中配送时间限制和配送响应时间的分布形式。由于正态分布的适用条件为变量受多个微小的、独立的随机因素影响,而每一个因素都不具有压倒一切的主导作用;需求量、配送时间限制具有这一特点;在距离(或路径)给定的情况下,配送响应时间也满足这一适用条件。因此,⑤和⑥中3个变量服从正态分布的假设成立。

2.2　符号定义

(1)下标集:

I——产品数量,$I=\{1,2,...,I\}$;

J——备选DC数量,$J=\{1,2,\cdots,J\}$;

K——需求地数量,$K=\{1,2,\cdots,K\}$;

L——生产基地数量,$L=\{1,2,\cdots,L\}$。

(2)决策变量:

x_{ijl}——第i种产品从第l个生产基地运到第j个备选DC的数量;

y_j——0-1变量,表示第j个备选DC是否被选中建立DC(1-选;0-不选);

收稿日期:2005-08-15

基金项目:国家自然科学基金重点项目(70332001);华中师范大学"丹桂计划"(05DG014)

作者简介:李延晖(1974-),男,湖南衡阳人,博士,华中师范大学信息管理系副教授,研究方向为物流与供应链管理、物流系统工程。

z_{ijk}——0-1 变量，表示是否由第 j 个备选 DC 向第 k 个需求地配送产品 i（1-是；0-否)。

(3)常数：

a_{ijl}——第 i 种产品从第 l 个生产基地运到第 j 个备选 DC 的单位运费；

b_{ik}——第 k 个需求地对第 i 种产品的独立需求量，u_{bik} 和 σ_{bik} 分别为期望值和标准差；

cijk——第 i 种产品从第 j 个备选 DC 到第 k 个需求地的单位运费；

d_{il}——第 l 个生产基地供应产品 i 的能力；

e_{ijk}——第 i 种产品从第 j 个备选 DC 运输到第 k 个需求地的时间， u_{eijk} 和 σ_{eijk} 分别为期望值和标准差；

f_{ik}——第 k 个需求地对产品 i 的配送时间限制，u_{fik} 和 σ_{fik} 分别为期望值和方差；

g_j——在第 j 个备选 DC 建立和经营 DC 的固定费用；

αij——第 j 个被选 DC 提供第 i 种产品的缺货概率；

β_k——系统为满足第 k 个需求地配送时间限制的服务水平。

2.3 数学模型

类似于一般的配送系统设计问题模型，目标函数仍然是系统的建设和经营成本最小，在约束条件中考虑配送的时间限制和工厂(生产基地)的生产能力限制，因此，该问题有如下混合整数非线性规划模型(DSDPWST)：

$$(DSDPWST):\min E(f)=E(\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}a_{ijl}x_{ijl}+\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}b_{ik}z_{ijk}+\sum_{j=1}^{J}g_jy_j) \quad (1)$$

$$s.t.\sqrt{D(f)}\le p\%E(f) \quad (2)$$

$$P\left\{\sum_{l=1}^{L}x_{ijl}\le\sum_{k=1}^{K}b_{ik}z_{ijk}\right\}\le\alpha_{ij}\quad(\forall i\in I,j\in J) \quad (3)$$

$$P\{e_{ijk}z_{ijk}\le f_{ik}\}\ge\beta_k\quad(\forall i\in I,j\in J) \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{J}x_{ijl}\le d_{il}\quad(\forall i\in I,j\in J) \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{I}x_{ijk}\le V_j\quad(\forall j\in J) \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{J}z_{ijk}y_j=1\quad(\forall i\in I,k\in K) \quad (7)$$

$$y_j,z_{ijk}\in\{0,1\}\quad(\forall i\in I,j\in J,k\in K) \quad (8)$$

$$x_{ijl}\ge 0\quad(\forall i\in I,j\in J,l\in L) \quad (9)$$

目标函数（1）使从生产基地到配送中心、配送中心到客户的运输成本及配送中心的固定费用的总和之期望值最小。

约束条件(2)使得实际总成本在预算总成本的 p%范围内浮动，保证系统的稳定性；约束条件(3)和约束条件(4)保证给定的系统服务水平，其中约束(4)是关于配送响应时间限制的；约束条件(5)保证各生产基地对各产品的供应量不超过其生产能力；约束条件(5)各 DC 的容量不能超过其最大的容量；约束条件(7)保证每个分销点的每一种产品只由一个 DC 负责配送；约束条件(8)保证 0-1 变量；约束条件(9)保证非负。

3 等价变换

上节给出的模型(DSDPWST)是非线性随机规划问题，可以使用一些求解随机规划的专用软件进行求解，例如 GAMS、SPOSL 等。但是这些软件包在对问题建模时，都必须使用自己特定的语法和数据结构，而一般的管理技术人员对此却并不熟悉和擅长，这就使得他们在求解(DSDPWST)模型时存在较大的程序实现上的困难。另一方面，有些软件(例如 GAMS)是基于遗传算法的，当问题规模较大时，对问题进行求解则要花费较长时间。为了解决这些问题，有必要对(DSDPWST)进行适当的处理，将其转化为等价的确定性问题，以便于采用一些较通用的软件或者效率较高的算法来求解实际问题。

3.1 期望值和方差的处理

考查目标函数(1)，由于 b_k 为随机变量，且 b_k 为彼此独立的，故有：

$$E(f)=E(\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}a_{ijl}x_{ijl}+\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}b_{ik}z_{ijk}+\sum_{j=1}^{J}g_jy_j)$$

$$=\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}a_{ijl}x_{ijl}+E(\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}b_{ik}z_{ijk})+\sum_{j=1}^{J}g_jy_j$$

$$=\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}a_{ijl}x_{ijl}+\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}z_{ijk}Eb_{ik}+\sum_{j=1}^{J}g_jy_j$$

$$=\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}a_{ijl}x_{ijl}+\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}z_{ijk}u_{bik}+\sum_{j=1}^{J}g_jy_j \quad (10)$$

即目标函数(1)等价于：

$$\min Ef=\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}a_{ijl}x_{ijl}+\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}z_{ijk}u_{bik}+\sum_{j=1}^{J}g_jy_j \quad (11)$$

同样的，约束条件(2)有方差 $\sqrt{D(f)}$，而：

$$D(f)=D(\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}a_{ijl}x_{ijl}+\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}b_{ik}z_{ijk}+\sum_{j=1}^{J}g_jy_j)$$

$$=D\left(\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}b_{ik}z_{ijk}\right)$$

$$=\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}^2z_{ijk}Db_{ik}$$

$$=\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}^2z_{ijk}\sigma_{bik}^2 \quad (12)$$

故约束条件(2)等价于：

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}^2z_{ijk}\sigma_{bik}^2}\le p\%(\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}a_{ijl}x_{ijl}+\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K}c_{ijk}z_{ijk}u_{bik}+\sum_{j=1}^{J}g_jy_j) \quad (13)$$

3.2 机会约束的处理

考查约束条件(3)，令 $h(z_{ijk},x_{ijl})=\sum_{l=1}^{L}x_{ijl}-\sum_{k=1}^{K}b_{ik}z_{ijk}$，$b_{ik}$ 为随机变量，其期望和方差分别为：

$$E[h(z_{ijk},x_{ijl})]=\sum_{l=1}^{L}x_{ijl}-\sum_{k=1}^{K}z_{ijk}E(b_{ik})$$

$$=\sum_{l=1}^{L}x_{ijl}-\sum_{k=1}^{K}z_{ijk}\mu_{bik} \quad (14)$$

$$D[h(z_{ijk},x_{ijl})]=\sum_{k=1}^{K}z_{ijk}D(b_{ik})=\sum_{k=1}^{K}z_{ijk}\sigma_{bik}^2 \quad (15)$$

不等式 $\sum_{l=1}^{L}x_{ijl}\le\sum_{k=1}^{K}b_{ik}z_{ijk}$ 等价于：

$$\frac{\sum_{l=1}^{L}x_{ijl}-\sum_{k=1}^{K}b_{ik}z_{ijk}-\left(\sum_{l=1}^{L}x_{ijl}-\sum_{k=1}^{K}z_{ijk}u_{bik}\right)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{K}z_{ijk}\sigma_{bik}^2}}\le-\frac{\left(\sum_{l=1}^{L}x_{ijl}-\sum_{k=1}^{K}z_{ijk}u_{bik}\right)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{K}z_{ijk}\sigma_{bik}^2}} \quad (16)$$

$$\text{即}\ \frac{\sum_{l=1}^{L} x_{ijl} - \sum_{k=1}^{K} b_{lk} z_{ijk} - \left(\sum_{l=1}^{L} x_{ijl} - \sum_{k=1}^{K} z_{ijk}\mu_{bik}\right)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{K} z_{ijk}\sigma_{bik}^{2}}} =$$

ξ，故而，机会约束(4)为等价于：

$$P\left(\xi \le -\frac{\left(\sum_{l=1}^{L} x_{ijl} - \sum_{k=1}^{K} z_{ijk}u_{bik}\right)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{K} z_{ijk}\sigma_{bik}^{2}}}\right) \le \alpha_{ij} \quad (17)$$

$$\text{即：}\Phi^{-1}(\alpha_{ij}) \le \frac{\left(\sum_{l=1}^{L} x_{ijl} - \sum_{k=1}^{K} z_{ijk}u_{bik}\right)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{K} z_{ijk}\sigma_{bik}^{2}}}\text{，其中}$$

Φ^{-1} 为标准状态分布的累积概率函数的逆函数，则因此有机会约束(3)的等价于：

$$\Phi^{-1}(\alpha_{ij})\sqrt{\sum_{k=1}^{K} z_{ijk}\sigma_{bik}^{2}} + \sum_{l=1}^{L} x_{ijl} \ge \sum_{k=1}^{K} z_{ijk}u_{bik} \quad (18)$$

同理，有机会约束(4)的等价于：

$$\mu_{eijk}z_{ijk} + \Phi^{-1}(\beta_k)\sqrt{\sigma_{eijk}^{2}z_{ijk}+\sigma_{fik}^{2}} \le \mu_{fik} \quad (19)$$

3.3 随机模型的确定性等价问题

由式(20)、(21)、(22)以及(23)，得随机模型(DSDPWST)的确定性等价问题(DSDPWC)：

$$(\text{DSDPWC})：\min Ef = \sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} a_{ijl}x_{ijl} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} c_{ijk}z_{ijk}u_{bik} + \sum_{j=1}^{J} g_j y_j \quad (20)$$

$$\text{s.t.}\ \sqrt{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} c_{ijk}^{2}z_{ijk}\sigma_{bik}^{2}} \le p\%\left(\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} a_{ijl}x_{ijl} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} c_{ijk}z_{ijk}u_{bik} + \sum_{j=1}^{J} g_j y_j\right) \quad (21)$$

$$\Phi^{-1}(\alpha_{ij})\sqrt{\sum_{k=1}^{K} z_{ijk}\sigma_{bik}^{2}} + \sum_{l=1}^{L} x_{ijl} \ge \sum_{k=1}^{K} z_{ijk}u_{bik} \quad (\forall i\in I, j\in J) \quad (22)$$

$$\mu_{eijk}z_{ijk} + \Phi^{-1}(\beta_k)\sqrt{\sigma_{eijk}^{2}z_{ijk}+\sigma_{fik}^{2}} \le \mu_{fik} \quad (\forall i\in I, j\in J, k\in K) \quad (23)$$

(5)~(9)

将随机模型(DSDPWST)等价变换为确定性问题(DSDPWC)的优点在于：一般的管理技术人员采用一些常用的计算软件（例如LINGO、Matlab等），使用接近数学语言的程序语言就可以方便地对问题进行求解，而并不要求使用者掌握某种特殊的算法语言，从而使(DSDPWST)可以广泛地应用于管理实践中，具有更加普遍的应用意义。

4 结束语

缩短供应链多阶响应周期的研究是基于时间的竞争优势研究的新方向和新领域，其中供应链下游的配送系统结构直接影响着供应链的配送响应周期，并对整个供应链的多阶响应周期产生重要的影响。

本文在前人研究的基础上，对基于时间约束的配送系统模型进行了进一步的研究，考虑了随机需求和服务水平限制，建立了基于时间约束的配送系统随机模型。通过对模型中期望值、方差和机会约束进行处理，将原来的随机模型转化为确定性等价问题，简化了模型的求解方法，并因此使模型易于为广大的管理技术人员所应用。

参考文献：

[1] Stalk Jr G. Time—The next source of competitive advantage[J]. Harvard Business Review,1988,66(4): 41-51.

[2] Hum S H,and Sim H H. Time-based competition: literature review and implication for molding[J]. International Journal of Operations & Production Management,1996,16(1):75-90.

[3] Spekman R,Salmond D,and Kamauff J.At last procurement becomes strategic[J]. Long-Range Planning,1994,27(2):76-84.

[4] 日通综合研究所.物流手册[M].吴润涛等译.北京:中国物资出版社,1986.

[5] Kuehn A A,and Hamburger M J.A heuristic program for location warehouses[J]. Management Science,1963,9(6): 643-666.

[6] Barcelo J,and Casanovas J. A heuristic Lagrangian algorithm for the capacitated plant location problem[J].European Journal of Operational Research,1984,15(2):212~226.

[7] 李延晖，马士华，刘黎明.基于时间约束的配送系统模型及一种启发式算法[J].系统工程,2003,21(4):23-28.

[8] 李延晖，马士华，刘黎明.基于时间约束的单源/p个中转点配送系统MIMLP模型[J].中国管理科学,2004,12(3):86-90.

[9] 袁荫棠.概率论与数理统计[M].北京:中国人民大学出版社,1998.

（责任编辑 汪智勇）

A Time-Constrained Stochastic Model for Distribution System with Multi-Source and Multi-product

Abstract: In the time-based-competitive stochastic demands environment, besides minimizing the expectation of delivery cost, the design of distribution system should also meet the requirements of the stability of the system and the customer service level. After listing the assumptions of the model, we built the stochastic model for distribution system with multi-source and multi-product in the environment of time-based competition. The stochastic model is tendered as the certain equivalent problem by dealing with the expectations, deviations and the constrained chance, which makes it easy to resolve the model.

Key words: time constraints; multi-source and multi-product; mixed integer nonlinear programming; distribution system