

信用风险模型比较研究

田新时, 彭丹

(华中科技大学经济学院, 湖北武汉 430074)

摘要:对三类著名的信用风险模型: 结构化模型、简约化模型、混合模型进行了比较研究, 分别指出了它们的特点和优缺点, 同时, 分析了这些定量模型在我国应用时存在的问题, 提出了提高我国信用风险管理水平的几点建议。

关键词:信用风险; 结构化模型; 简约模型; 混合模型; 随机强度

中图分类号: F27

文献标识码: A

文章编号: 1001-7348(2004)01-0074-03

0 前言

随着我国经济运行市场化程度的提高和改革的不断深化, 经济活动中的风险已是一种客观存在的经济现象。如何防御和化解金融风险成为目前我国金融领域面临的最为重要的问题之一, 而处于转型经济环境下的我国金融机构面临的各项风险中最为严重的又是信用风险。定量信用风险不仅是信用风险管理的基础, 对于各种信用衍生产品和信用风险资产的定价来说也是重要的一步。

目前国外有关信用风险的模型大致可以分为 3 类: 结构化模型(structural model)、简约化模型(reduced-form model)、混合模型(hybrid model)。本文以下各部分将对这些模型进行介绍, 并比较它们各自的优缺点。最后一部分还总结了这些数理模型在我国的应用中存在的问题, 并提出了发展我国信用风险模型的一些建议。

1 结构化模型

1.1 经典 BSM 模型

结构化模型的首创者是 Black & Scholes(1973)和 Merton(1974), 他们首次提出了建立在经典期权理论分析法(Classic Option-theoretic Approach)基础之上的模型, 所以该

模型也称 BSM 模型。该模型将企业的负债看成是基于企业资产价值的相机权利, 认为在企业外部负债期, 如果企业资产的市场价值不足以偿还负债即企业资产的市场价值小于到期负债的价值, 则企业就会违约。

为了易于理解, 假设市场是无摩擦的, 交易成本及税收为零, 无红利分配, 且企业仅通过发行股票和一种到期日为 T , 面值为 K 的零息票债券进行融资(即使没有发行债券而是贷款融资, 我们也可以把贷款看成是具有固定到期日的零息债券)。记企业资产的市场价值为 $V=(V_t)_{t \geq 0}$, 企业的价值等于负债加所有者权益。在到期日 T , 如果资产价值 V_T 超过或者等于债券面值, 则债权人可以得到等于面值的支付, 资产所有者得到资产价值超过面值的部分 $V-K$; 如果企业资产价值 V_T 低于面值, 则资产即转让给债权人, 资产所有者将一无所有。

这样, 在到期日 T , 所有者权益的价值为: $E_T = \max(0, V_T - K)$, 它等同于一个以效益价值 V 为标底资产, 敲定价为 K , 到期日为 T 的欧式买方期权。

同理, 在到期日 T , 债券价值为:

$$B_T^c = \min(K, V_T) = K - \max(0, K - V_T) \quad (1)$$

它相当于一个投资组合, 即买入一个到期日为 T , 面值为 K 的无风险债券, 卖出一

个以资产价值 V 为标底资产, 敲定价为 K , 到期日为 T 的欧式卖方期权。

假设资产价值 V 的变化过程服从几何布朗运动:

$$\frac{dV_t}{V_t} = \mu dt + \sigma dW_t, V_0 > 0 \quad (2)$$

其中, μ 和 σ 分别表示资产价值变动的漂移率和波动率, W 服从标准布朗运动过程。

公式(2)有一个推导结果: $V_t = V_0 e^{m + \sigma W_t}$, 这里, $m = \mu - \frac{1}{2}\sigma^2$ 。

根据著名的 Black-Scholes 公式, 我们得到如下企业资产价值和权益价值之间的关系:

$$E_0 = V_0 \phi(d_1) - Ke^{-rT} \phi(d_2) \quad (3)$$

$$\text{其中: } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

这里假定无风险利率 $r, r > 0$ 是常数, $\phi(x)$ 表示均值为零, 标准差为 1 的标准正态分布变量的累计概率分布函数。

有了关于资产运动过程的假定和关于违约的定义, 我们可以得到企业的违约概率:

$$P(\tau = T) = P(V_T < K) = P(V_0 e^{mT + \sigma W_T} < K)$$

收稿日期: 2003-07-18

作者简介: 田新时(1953-), 男, 河北清河县人, 华中科技大学金融学系教授, 主要从事金融风险管理研究; 彭丹(1979-), 女, 湖北武汉人, 华中科技大学金融学系硕士研究生, 研究方向为金融风险管理。

$$\begin{aligned}
 &=P(mT+\sigma W_\tau \leq \ln \frac{K}{V_0}) \\
 &=P\left(\frac{\ln\left(\frac{K}{V_0}\right)-mT}{\sigma} \leq \frac{W_\tau}{\sqrt{T}}\right) \\
 &=\Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{K}{V_0}\right)-mT}{\sigma\sqrt{T}}\right) \quad (4)
 \end{aligned}$$

这里记 τ 为违约时间。设 $\mu=r$, 我们可以得到风险中性的违约概率:

$$\tilde{P}(\tau=T)=\Phi(-d_2)=1-\Phi(d_2) \quad (5)$$

KMV 模型就是利用这种期权的思想, 它将 $DD=\frac{\ln\left(\frac{K}{V_0}\right)-mT}{\sigma\sqrt{T}}$ 称作这个企业的违约距离, 这个值越大说明这个企业资产距离违约点越远, 企业的违约概率就越小。

因为无风险利率 r 定义为常数, 则单位面值的无风险零息债券价格为 $\bar{B}_0^r=e^{-rt}$, 可违约零息债券的价格可以表示为:

$$\begin{aligned}
 B_0^r &= \tilde{E}(e^{-rT}(K-\max(0, K-V_\tau)))=K\bar{B}_0^r-\tilde{E}(e^{-rT}(K-V_\tau)1_{\tau \leq T}) \\
 &=Ke^{-rT}-BS_p(\sigma, T, K, r, V_0)=V_0\Phi(-d_1)+Ke^{-rT}\Phi(d_2) \quad (6)
 \end{aligned}$$

这里, BS_p 表示 Black-Scholes 欧式卖方期权定价方程; \tilde{E} 表示风险中性的期望; $1_{\tau \leq T}$ 为违约示性函数, 如果 $\tau=T$, 即在时刻 T 发生了违约, 则 $1_{\tau \leq T}=1$; 否则为 0。

从表达式的第一行我们可以看出, 可违约债券的价值可以看成是面值为 K 的无风险债券价值减去风险中性的期望违约损失。

根据这个可违约零息债券价值方程, 我们还可以构造出它的信用息差方程。信用息差就是可违约债券的收益率和对等的无风险债券的收益率之差。这样, 在时间 t 观察到的信用息差 $S(t, T)$ 满足:

$$S(t, T)=-\frac{1}{T-t}(\ln B_t^r-\ln Ke^{-rt}), T>t \quad (7)$$

信用息差的期限结构就是刻画了固定 $t, S(t, T)$ 随 T 的增加而变化的情况。在这个 Black-Scholes 模型中, 我们得到:

$$S(0, T)=-\frac{1}{T}\ln\left[\Phi(d_2)+\frac{1}{d}\Phi(-d_1)\right] \quad (8)$$

其中, $d=\frac{K}{V_0}e^{-rT}$ 表示贴现了的的企业资产负债率。将信用息差期限结构描绘成曲线, 可以发现当到期日 T 趋于零时, 信用息差也是趋于零的。

在以上计算过程中未知参数包括企业的资产价值及其波动率, 要估计这两个参

数, 需要利用伊藤定理 (Ito's Lemma)。根据伊藤定理, 企业资产价值波动率和权益波动性之间存在如下关系:

$$\sigma_E E_0 = \phi(d_1) \sigma V_0 \quad (9)$$

根据公式 (3) 和 (9) 可以计算出隐含的资产价值及其波动率。

1.2 结构化模型的发展

上部分介绍的模型假设企业仅仅在债券到期日才能违约。Black & Cox (1976) 将该假定放宽, 认为企业可以在债券到期日前的任何时候违约。违约时间被定义为企业资产价值首次低于某个违约阈值的时候。这个违约阈值可以事先确定, 例如可以把这个违约阈值看成是在时间 T 到期的负债 K 的贴现值: $D_t=Ke^{-\delta(T-t)}$, δ 是某种贴现率。违约阈值也可以通过股东选择的最优违约时机来随机确定, 即为股东决定违约时候的资产价值。这样, 对于一个给定的违约阈值过程 $(D_t, t \geq 0)$, 违约时间 τ 被定义为:

$$\tau = \inf\{t > 0: V_t \leq D_t\} \quad (10)$$

在 $D_t=D$ 为常数的情况下, 违约概率为:

$$\begin{aligned}
 P(\tau \leq T) &= P(\min_{s \leq T} V_s \leq D) \\
 &= P(\min_{s \leq T} (V_0 e^{ms + \sigma W_s}) \leq D) \\
 &= P\left(M_T \leq \ln\left(\frac{D}{V_0}\right)\right) \quad (11)
 \end{aligned}$$

其中, M_t 表示最小营运对数资产过程, $M_t = \min_{s \leq t} (ms + \sigma W_s)$ 。因为, M_t 是服从反高斯分布 (inverse Gaussian) 的 (见 Giesecke (2003a)), 根据公式 (11) 我们可以计算出违约概率。

和上面描述的方法类似, 我们还可以写出可违约债券的价值表达式。假设在企业违约时, 债权人仍可以得到债券单位面值一定比例的补偿, 这个挽回率为 $R \in [0, 1]$ 。假定这个挽回支付是在到期日 T 实现, 我们可以得到在零时刻可违约债券的价格为:

$$B_0^r = \tilde{E}(e^{-rT}(1_{\tau > T} + R1_{\tau \leq T})) = K\bar{B}_0^r - \tilde{E}(e^{-rT}K(1-R)1_{\tau \leq T}) = K\bar{B}_0^r(1 - \tilde{E}(1-R)P(\tau \leq T)) \quad (12)$$

1.3 结构化模型的特点及缺陷

以上两个传统的结构化模型拥有的一个共同的性质就是违约事件的可预知性。由这个性质得到的必然结果就是短期债券的信用息差为零, 而且由此模型预测的债券价格将连续收敛到它的挽回价值 (recovery values)。这些与实际观察到的短期债券息差

为正, 在企业破产的时候其债券价格将发生跳跃的现象都不一致。究其原因, 是由于在这两个模型中企业资产价值和违约阈值都服从连续扩散过程, 而且对于投资者来说, 企业资产价值和违约阈值都是可以观察到的已知信息, 这样投资者可以准确知道企业到违约的真实距离, 所以就可以准确预知企业何时违约, 违约就不再是一个突发事件, 对于短期债券投资人也就不愿意支付额外的违约风险补偿。

大量近年来研究侧重于通过修正这两个传统的结构化模型的基本假定来避免这个违约事件可预知的问题。周 (Zhou, 1997, 2001) 的工作试图通过考虑企业资产价值的突升 (jump) 来解释对于短时限风险的低估, 研究了在资产价值服从一种跳-扩散 (jump-diffuse) 过程下的信用息差。Kay Giesecke (2001) 则通过假定投资人只有关于企业资产价值和违约阈值的不完全信息, 使得违约变成不可预知的突发事件。不管是考虑企业资产价值的突升还是不完全信息都使传统的结构化模型更加接近现实。

2 简约化模型

2.1 强度为常数的简约化模型

在简约化模型中, 违约不再是由公司资产的价值决定的内生事件, 而是被看成是外生的不可预知事件。在这种模型中, 违约服从某种随机过程 (一般假定为泊松过程), 违约概率是由某种强度 (intensity) 决定的。

假定违约的事件服从强度为 λ 的泊松过程, 其到达时间为 $T_i, i=1, 2, \dots$ 。

设 $N_t = \sum_{i=1}^t 1_{\{T_i \leq t\}}$ 表示在时间范围 $[0, t]$, 违约事件到达的个数。根据泊松过程的性质, 违约概率可以表示成指数分布的形式:

$$\begin{aligned}
 F(T) &= P(\tau \leq T) = 1 - P(\tau > T) \\
 &= 1 - P(N_T = 0) = 1 - e^{-\lambda T} \quad (13)
 \end{aligned}$$

接下来, 我们来推导基于强度模型的单位面值零息票可违约债券的价格:

$$\begin{aligned}
 B_0^r &= \tilde{E}(e^{-rT}(1_{\tau > T} + R1_{\tau \leq T})) \\
 &= e^{-rT}(e^{-\lambda T} + R(1 - e^{-\lambda T})) \\
 &= \bar{B}_0^r - \bar{B}_0^r(1-R)\tilde{P}(\tau \leq T) \quad (14)
 \end{aligned}$$

这里, $\tilde{\lambda}$ 代表风险中性强度。同样我们可以看到, 可违约零息债券价值是无风险零息债券的价值减去风险中性的期望违约损失。

如果 $R=0$, 我们得到:

$$B_0^r = \bar{B}_0^r P(\tau > T) = e^{-(r+\tilde{\lambda})T} \quad (15)$$

对比无风险零息债券的价值 $\bar{B}_0^r = e^{-rT}$, 有违约风险的债券价值就是用经过违约调整后的贴现率 $r+\tilde{\lambda}$ 来代替原来的无风险利率。通过债券价格我们同样可以得到信用息差的表达式:

$$S(0, T) = -\frac{1}{T} \ln \frac{e^{-(r+\tilde{\lambda})T}}{e^{-rT}} = \tilde{\lambda} \quad (16)$$

从这个表达式我们可以看出, 即使到期日趋于零, 信用息差也不为零。而且, 在固定强度和固定挽回率的假定下, 信用息差的期限结构曲线是水平的。

CSFP 开发的 Credit Risk+ 模型的基本思想与简约化模型的思想一致, 都是假定违约事件服从泊松分布, 该模型利用概率生成函数, 得到每个投资组合的损失分布。

2.2 简约化模型的发展

具有随机强度的泊松过程 N 又被称作考克斯过程 (Cox process)。在随机强度下, 违约概率变成:

$$F(T) = P(\tau \leq T) = E(P(\tau \leq T | \lambda_t)_{0 \leq t \leq T}) \\ = 1 - E\left(e^{-\int_0^T \lambda_t dt}\right) \quad (17)$$

考虑一种可违约零息票债券, 假定在到期日 T , 如果没有违约发生, 债券投资人可以得到支付 X , 如果违约发生, 则得到零支付。则这种债券价格为:

$$B_0^r = E\left(e^{-\int_0^T r_t dt} X 1_{\tau > T}\right) = E\left(X e^{-\int_0^T (r_t + \tilde{\lambda}_t) dt}\right) \quad (18)$$

其中 r 是风险中性短期利率过程, $\tilde{\lambda}$ 是违约的风险中性强度过程。

这种债券的信用息差为:

$$S(0, T) = -\frac{1}{T} \ln \frac{e^{-\int_0^T (r_t + \tilde{\lambda}_t) dt}}{e^{-\int_0^T r_t dt}} = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{\lambda}_t dt \quad (19)$$

短期信用息差为: $\lim_{T \rightarrow 0} S(0, T) = \tilde{\lambda}_0 \neq 0$, 因为强度是随机的, 信用息差期限结构曲线不再

是水平的。

2.3 强度参数的估计

强度参数估计主要是通过估计出的违约概率, 再利用违约概率公式反推出来。为了计算衍生产品价格的需要, 我们可能对风险中性的强度感兴趣; 为了风险管理的需要, 我们又可能对真实世界的客观强度感兴趣。对于风险中性强度的估计, 首先我们可以通过市场债券的价格或信用违约互换合约的报价来推导出企业 i 在给定时间段 t 的风险中性违约概率, 然后通过违约概率公式反推出风险中性违约强度。

对于客观强度的估计, 可以通过历史违约数据来反推出真实世界的违约强度。这些数据来自于信用评级机构积累的历史违约数据, 如穆迪公司的信用转移矩阵。

2.4 简约化模型的特点

由以上的分析可看出, 在简约化模型下, 短期的信用息差不为零, 而且当违约发生时, 债券价格将跳跃到它的挽回价值。这些都是与实证观察的结果相一致的。这些良好的性质源于该模型把违约看成是服从泊松过程的事件, 这样, 违约就是完全不可预知的突发事件。

简约化模型还有一个优点就是简单易操作。但是, 它不具有结构化模型那样明确的经济含义。

3 混合模型 (hybrid model)

在 Duffie and Lando (2001) 的研究中假设资产价值在结构性环境下是噪音, 无法完全被外部人所观察。在这种情况下, 会计信息的发布可以部分解决这一信息缺口, 并导致资产价值随着投资者修改其预期而突升。这样, 在可观察到的资产价值方面的不完全信息和模糊性有可能潜在地被整合进入期权定价模型 (结构性) 的框架, 并解决短时限内违约风险的低估问题, 信用息差严格为正而且存在一个违约强度过程。Giesecke

(2001, 2003b) 则假定债券投资人所获得的有关企业的信息是不完全的 (既企业资产价值或违约阈值是不可观察的), 利用价格趋势和补偿过程将结构化模型表现为简约化的形式, 创造出更一般化的混合模型。他的这个模型既像结构化模型一样具有明确的经济含义, 又像简约化模型一样展现了违约事件突发性的特性, 将两个模型有机地结合起来。

4 信用风险模型在我国的应用及存在的问题

为了提高我国金融风险度量和管理水平, 缩小与国外的差距, 我们首先必须建立基本的风险评级体系, 积累有关风险信息的数据, 比如像穆迪公司的信用等级转移矩阵; 其次要开发适合我国具体情况的信用风险度量和管理的数理模型; 最后还要大力发展我国的资本市场, 加强相关的法律法规建设。

参考文献:

- [1] Black, Fischer & Myron Scholes. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy 81, 81-98, 1973.
- [2] Merton, Robert C. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates[J]. Journal of Finance 29, 449-470, 1974.
- [3] Giesecke, Kay. Credit risk modeling and valuation: an introduction[R]. working paper, Cornell University, 2003a.
- [4] Black, Fischer & John C. Cox. Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions[J]. Journal of Finance 31, 351-367, 1976.
- [5] Zhou, C. A jump-diffusion approach to modeling credit risk and valuing defaultable securities[R]. Working paper, Federal Reserve Board, Washington DC, 1997.

(责任编辑: 高建平)

Research on the Comparison of Credit Risk Measure Models

Abstract: In this paper, we make a comparative analysis of three well-known credit risk models: structural model, reduced form model and hybrid model. We also analyse the property, advantages and disadvantages of these models. At last section, we explain the problem to be solved in the application of these models in our country. In order to develop our country's credit risk.

Key words: credit risk; structural model; reduced form model; hybrid model; stochastic intensity