

# 低空目标高精度无源时差定位方法

牛新亮<sup>1</sup>, 赵国庆<sup>1</sup>, 刘原华<sup>2</sup>, 常虹<sup>1</sup>

(1. 西安电子科技大学 电子对抗研究所, 陕西 西安 710071;

2. 西安电子科技大学 综合业务网理论及关键技术国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 提出了一种改进的无源时差定位方法. 该方法在主站增加对目标仰角的测量, 形成了一个包含 3 个子系统的冗余定位系统. 首先从各子系统获得 3 组含有模糊的定位结果, 然后通过最近邻匹配消除定位模糊, 最后对各子系统消除定位模糊后的结果进行简化加权最小二乘(SWLS)融合, 获得了比传统无源时差定位方法更好的性能. 仿真结果表明, 目标高度较高时, 改进方法与传统方法的定位精度相当; 而对于低空目标, 改进方法的定位精度远高于传统方法.

**关键词:** 无源定位; 到达时间差; 仰角; 低空目标

**中图分类号:** TN971      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-2400(2009)05-0862-05

## High precision passive TDOA location method for low-altitude targets

NIU Xin-liang<sup>1</sup>, ZHAO Guo-qing<sup>1</sup>, LIU Yuan-hua<sup>2</sup>, CHANG Hong<sup>1</sup>

(1. Research Inst. of Electronic Countermeasures, Xidian Univ., Xi'an 710071, China;

2. State Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** An improved passive TDOA location method is proposed. The novel method uses the elevation angle of the target as a new measurement to form a redundant location system consisting of three subsystems. Each subsystem can obtain a set of location results with ambiguity. A better performance can be achieved after eliminating the ambiguity by the nearest matching and processing the location results by SWLS fusion. Simulation results show that the proposed method has almost the same precision as the usual method for the high-altitude targets; however, it has a much higher precision for the low-altitude targets.

**Key Words:** passive location; TDOA; elevation angle; low-altitude targets

随着空中打击日趋成为现代战争的一个重要作战模式, 围绕雷达所展开的干扰、隐身、低空突防和反辐射攻击等给有源定位系统带来了极大挑战, 而基于时差测量的无源定位系统<sup>[1-2]</sup>因为作用距离远、隐蔽性能好、定位精度高等优点, 引起了人们的广泛关注. 事实上, 利用基于时差测量的无源定位系统对目标进行跟踪, 并引导有源定位系统对目标进行打击是现代战争中的一个重要且有效的手段<sup>[3]</sup>.

目前, 国内外关于无源时差定位的研究<sup>[1-8]</sup>很多, 并取得大量成果, 但传统无源时差定位方法不能对抗目标辐射源关机, 对低空目标的定位误差较大等等. 对于前者, 可以通过增加干扰照射或者利用第三方辐射来弥补. 但对于后者, 至今未能很好的解决. 对此, 笔者提出了一种改进的无源时差定位方法, 该方法通过在主站增加对目标仰角的测量, 形成了一个包含 3 个子系统的冗余定位系统. 首先从各子系统获得 3 组含有模糊的定位结果, 然后通过最近邻匹配消除定位模糊, 最后对各子系统消除定位模糊后的结果进行简化加权最小二乘(SWLS)融合, 获得了比传统无源时差定位方法更好的性能.

本文中首先阐述了该方法的定位原理(包括方程组求解、定位模糊消除和结果融合), 然后分析了其定位

收稿日期: 2008-11-13

基金项目: “十一五”国家部委预研基金资助(9140A07020806DZ01)

作者简介: 牛新亮(1983-), 男, 西安电子科技大学博士研究生, E-mail: xlniu1983@qq.com.

精度,最后给出了该方法与传统无源时差定位方法的 GDOP 仿真对比。

### 1 定位原理

无源时差定位方法通常利用地面上呈“Y”型分布的 4 个侦察站对目标进行空间三维定位,位于最中央的即为主站,这种布站方式便于监视整个观测空域,如图 1 所示。假设目标的位置为  $T(x, y, z)$ , 各侦察站的位置为  $S_i(x_i, y_i, z_i), i = 0, 1, 2, 3$ , 则可列出传统无源时差定位方法的 3 个时差方程:

$$t_{i0} = (r_i - r_0)/c \quad , \quad i = 1, 2, 3 \quad , \quad (1)$$

其中  $r_j = ((x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2)^{1/2}, j = 0, 1, 2, 3$ 。由式(1)不难看出,传统的无源时差定位方法由于缺少高度方向上的基线,其对低空目标的定位误差很大,对此笔者提出在主站增加对目标仰角的测量:

$$\epsilon = \arcsin((z - z_0)/r_0) \quad . \quad (2)$$

将该测向方程和式(1)中的任意两个时差方程组合即可完成对目标的空间三维定位,也就是说笔者所提出的改进型无源时差定位方法事实上形成了包含 3 个子系统的冗余定位系统。具体来讲,该定位方法包括 3 个步骤:各子系统定位方程组求解、定位模糊消除和简化加权最小二乘(SWLS)融合(即结果融合)。

#### 1.1 方程组求解

以式(1)中的前两个时差方程和式(2)所示的测向方程构成的子系统定位方程组为例。首先写出该子系统的定位方程组:

$$\begin{cases} r_i = ((x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2)^{1/2} \quad , \\ ct_{j0} = r_j - r_0 \quad , \\ \sin(\epsilon) = (z - z_0)/r_0 \quad , \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, \quad j = 1, 2 \quad . \quad (3)$$

对式(3)进行化简整理并写成矩阵形式可得:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{b} \quad , \quad (4)$$

其中  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_0 - x_1 & y_0 - y_1 \\ x_0 - x_2 & y_0 - y_2 \end{bmatrix}$  ,  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  ,

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} (ct_{10} - (z_0 - z_1)\sin(\epsilon))r_0 + (c^2t_{10}^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2)/2 - (z_0 - z_1)z_0 \\ (ct_{20} - (z_0 - z_2)\sin(\epsilon))r_0 + (c^2t_{20}^2 + x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2)/2 - (z_0 - z_2)z_0 \end{bmatrix} .$$

假设  $r_0$  已知,则可得到一个用  $r_0$  所表示的目标位置的中间结果:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \quad , \quad z = \sin(\epsilon)r_0 + z_0 \quad . \quad (5)$$

将式(5)代入  $r_0$  的定义式,化简整理后可以得到一个关于  $r_0$  的一元二次方程:

$$m_1r_0^2 + m_2r_0 + m_3 = 0 \quad . \quad (6)$$

解这个方程即可得到  $r_0$  的具体数值,回代式(5)即可得到该定位方程组的最终解,即该子系统的定位结果。

同理可得到另外两个子系统的定位结果。

#### 1.2 定位模糊消除

一般情况下  $r_0$  的解有 2 个:如果 1 正 1 负则取正根作为  $r_0$  的解;如果 2 个都为正就会出现定位模糊<sup>[5]</sup>。笔者给出了一种最近邻匹配消除定位模糊的方法。

假设各子系统所得到的含有模糊的定位结果的组合分别为:  $X_{1i}(x_{1i}, y_{1i}, z_{1i})$ ,  $X_{2j}(x_{2j}, y_{2j}, z_{2j})$ ,  $X_{3k}(x_{3k}, y_{3k}, z_{3k}), i, j, k \leq 2$ 。从每组定位结果中任意挑选 1 个构成 1 个组合,其中 3 个解相距最近的组合即为各子系统消除定位模糊后的结果,即

$$\{(X_{1i}, X_{2j}, X_{3k}) \mid \min(r_{ij} + r_{jk} + r_{ki})\} \quad , \quad i, j, k \leq 2 \quad , \quad (7)$$

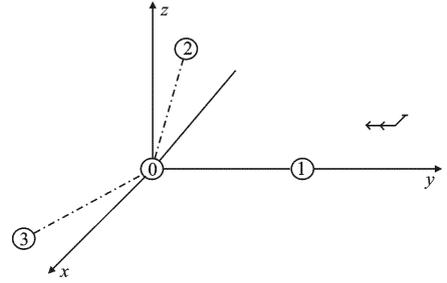


图 1 定位示意图

$$\begin{aligned} r_{ij} &= ((x_{1i} - x_{2j})^2 + (y_{1i} - y_{2j})^2 + (z_{1i} - z_{2j})^2)^{1/2} , \\ r_{jk} &= ((x_{2j} - x_{3k})^2 + (y_{2j} - y_{3k})^2 + (z_{2j} - z_{3k})^2)^{1/2} , \\ r_{ki} &= ((x_{3k} - x_{1i})^2 + (y_{3k} - y_{1i})^2 + (z_{3k} - z_{1i})^2)^{1/2} . \end{aligned}$$

### 1.3 SWLS 融合

无源时差定位方法的定位精度和观测范围与侦察站的布站方式密切相关,针对各子系统在特定方向上所出现的定位精度下降及不可观测问题,下面给出 SWLS 融合的解决方法.

SWLS 融合是加权最小二乘(WLS)融合在测量相关条件下的一种次优简化<sup>[6]</sup>,尽管它是通过忽略测量之间的相关性来实现的,但仍然是一种很好的估计算法,一些测量相关条件下的应用<sup>[7]</sup>表明其简化是合理的.假设各子系统所得到的定位结果和定位协方差矩阵分别为  $\mathbf{X}_i$  和  $\mathbf{P}_i, i = 1, 2, 3$ . SWLS 融合后的定位结果及协方差矩阵分别为

$$\mathbf{X} = \left( \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_i^{-1} \right)^{-1} \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{X}_i , \quad (8)$$

$$\mathbf{P} = \left[ \mathbf{I} + \left( \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_i^{-1} \right)^{-1} \left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1, j \neq i}^3 \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{P}_{ij} \mathbf{P}_j^{-1} \right) \right] \left( \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_i^{-1} \right)^{-1} , \quad (9)$$

其中  $\mathbf{I}$  表示一个与  $\mathbf{P}_i$  同维的单位矩阵,  $\mathbf{P}_{ij}$  表示第  $i$  个子系统与第  $j$  个子系统之间的定位互协方差矩阵.

式(8)和(9)即为本改进型无源时差定位方法的定位结果及其协方差矩阵.

## 2 精度分析

无源时差定位方法的定位误差主要包括测量误差和站址误差两部分<sup>[8]</sup>.考虑到站址误差可以通过标校控制到很小的范围,因此本文中主要考虑测量误差对定位精度的影响.

仍以 1.1 所提到的子系统为例.对式(3)两边分别求微分,化简整理并写成矩阵形式可得:

$$\mathbf{C} d\mathbf{X} = \mathbf{E} d\mathbf{R} , \quad (10)$$

其中,

$$d\mathbf{X} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} , \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} c \\ c \\ \cos(\epsilon) \end{bmatrix} , \quad d\mathbf{R} = \begin{bmatrix} dt_{10} \\ dt_{20} \\ d\epsilon \end{bmatrix} ,$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{r_1} - \frac{x-x_0}{r_0} & \frac{y-y_1}{r_1} - \frac{y-y_0}{r_0} & \frac{z-z_1}{r_1} - \frac{z-z_0}{r_0} \\ \frac{x-x_2}{r_2} - \frac{x-x_0}{r_0} & \frac{y-y_2}{r_2} - \frac{y-y_0}{r_0} & \frac{z-z_2}{r_2} - \frac{z-z_0}{r_0} \\ \frac{(z_0-z)(x-x_0)}{r_0^3} & \frac{(z_0-z)(y-y_0)}{r_0^3} & \frac{r_0^2 - (z-z_0)^2}{r_0^3} \end{bmatrix} .$$

则该子系统的定位协方差矩阵为

$$\mathbf{P}' = \mathbf{E} [d\mathbf{X} d\mathbf{X}^T] = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{R} (\mathbf{C}^{-1} \mathbf{E})^T , \quad (11)$$

其中  $\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_{t_{10}}^2, \sigma_{t_{20}}^2, \sigma_{\epsilon}^2)$  为该子系统的测量协方差矩阵.

同理可得另外两个子系统的定位协方差矩阵.将各子系统的定位协方差矩阵代入式(9)即可得到改进型无源时差定位方法的定位协方差矩阵  $\mathbf{P}$ .通常使用 GDOP 来衡量定位精度的高低,其定义为

$$\text{GDOP} = (P(1,1) + P(2,2) + P(3,3))^{1/2} . \quad (12)$$

下面分别给出改进型无源时差定位方法和传统无源时差定位方法的定位 GDOP 分布,并据此分析两种方法的优劣.

## 3 仿真分析

针对 300 km 范围内的目标进行定位仿真,假设各侦察站的位置分别为  $S_0(0, 0, 0.2)$  km,  $S_1(0, 50,$

0) km,  $S_2(-25 \times 3^{1/2}, -25, 0)$  km 和  $S_3(25 \times 3^{1/2}, -25, 0)$  km, 时差的测量精度为  $\sigma_{t_{i0}} = 20$  ns.

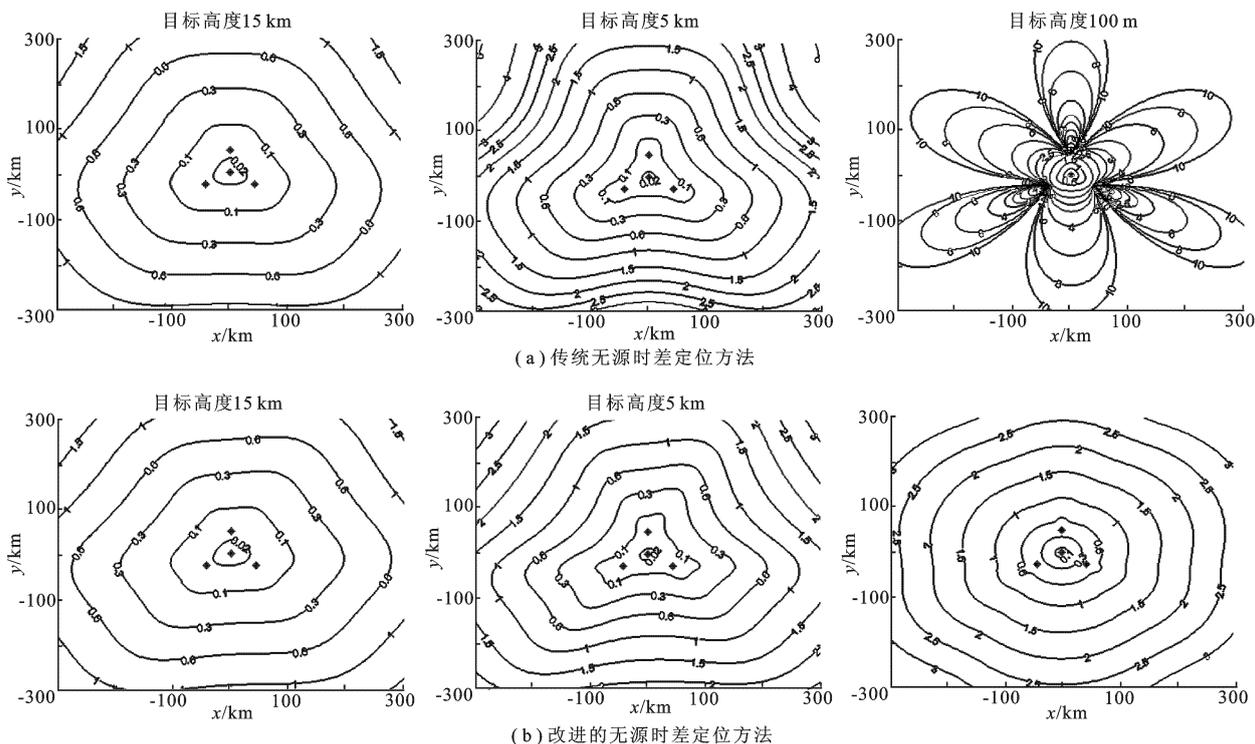


图 2 两种无源时差定位方法的 GDOP 分布对比(单位: km)

两种无源时差定位方法的 GDOP 分布对比如图 2 所示( $\sigma_\epsilon = 8.7$  mrad).

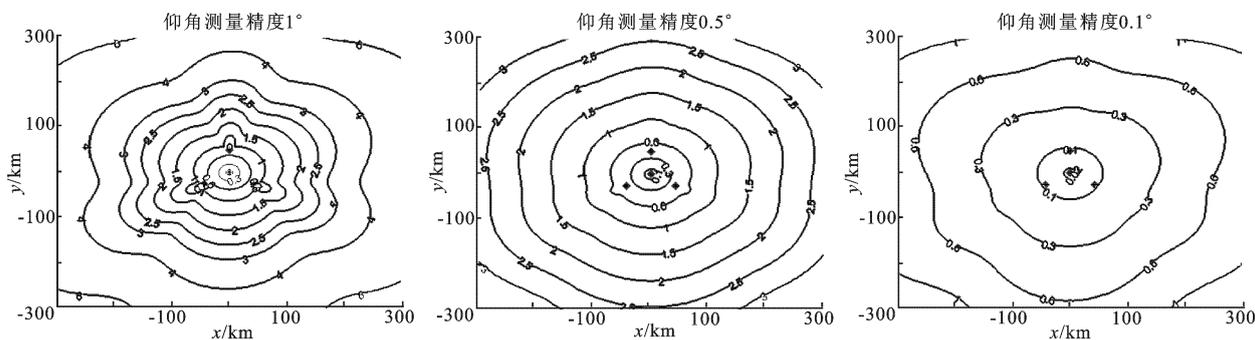


图 3 改进的无源时差定位方法在不同仰角测量精度下的 GDOP 分布(单位: km)

图 3 给出了笔者所提出的改进型无源时差定位方法在不同仰角测量精度下的 GDOP 分布(目标高度 100 m).

由图 2 不难看出: 目标高度较高时, 笔者所提出的方法和传统无源时差定位方法的精度相当, 都能控制在 1.5 km 左右; 但是随着目标高度的降低, 传统无源时差定位方法的精度有所下降, 特别是对于 100 m 高度, 传统无源时差定位方法在某些方向上的精度极低, 几乎不可观测, 而笔者所提出的方法的精度则能保持在 3 km 左右, 且各方向都能观测.

图 3 表明: 笔者所提出的方法的性能受仰角测量精度的影响较大, 随着仰角测量精度的提高本方法的精度也有所提高.

## 4 结 论

针对传统无源时差定位方法不能很好定位低空目标的缺点, 提出了一种改进的无源时差定位方法, 该方

法通过在主站增加对目标仰角的测量,形成了一个包含 3 个子系统的冗余定位系统,首先从各子系统获得 3 组含有模糊的定位结果,然后通过最近邻匹配消除定位模糊,最后对各子系统消除定位模糊后的结果进行简化加权最小二乘(SWLS)融合,获得了比传统方法更好的性能. 计算机仿真结果证明了这一结论.

#### 参考文献:

- [1] 赵国庆. 雷达对抗原理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999: 63-67.
- [2] 刘刚, 赵国庆. 时差定位与两种测时差方法[J]. 电子对抗, 2006(1): 21-25.  
Liu Gang, Zhao Guoqing. TDOA Location and Two Methods of Time Difference Measurement[J]. Electronic Warfare, 2006(1): 21-25.
- [3] 温中武, 宋阔益. 电子对抗中无源雷达的地位和发展前景[J]. 国防科技, 2007(9): 14-18.
- [4] Gillette M D, Silverman H F. A Linear Closed-Form Algorithm for Source Localization From Time-Differences of Arrival [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008(15):1-4.
- [5] 邓勇, 徐晖, 周一宇. 平面三站时差定位中的模糊及无解研究[J]. 系统工程与电子技术, 2000, 22(3): 27-29.  
Deng Yong, Xu Hui, Zhou Yiyu. Study on Ambiguity and Non-Solution of 3-Station TDOA Location Systems [J]. Systems Engineering and Electronics, 2000, 22(3): 27-29.
- [6] 孙仲康, 周一宇, 何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- [7] 吕明, 郭士民. 基于数据融合的时差定位处理算法的应用[J]. 仪器仪表学报, 2007, 28(4): 100-102.  
Lü Ming, Guo Shimin. Application of Processing Algorithm of TDOA Location Based on Data Fusion [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2007, 28(4): 100-102.
- [8] 张正明, 杨绍全, 张守宏. 平面时差定位精度分析[J]. 西安电子科技大学学报, 2000, 27(1): 13-16.  
Zhang Zhengming, Yang Shaoquan, Zhang Shouhong. 2D Location Accuracy Analysis Using TDOA [J]. Journal of Xidian University, 2000, 27(1): 13-16.

(编辑: 高西全)

---

(上接第 818 页)

- [10] 王迪, 王恩宏, 雷武虎. SAR 欺骗式干扰信号生成与实时性研究[J]. 航天电子对抗, 2007, 23(1): 30-33.  
Wang Di, Wang Enhong, Lei Wuhu. Generation and Real-time Require of Deceive Jamming Signal Against SAR [J]. Space Electronic Counterwork, 2007, 23(1): 30-33.
- [11] 代大海, 王雪松, 肖顺平. SAR 有源假目标欺骗干扰实施方案研究[J]. 航天电子对抗, 2007, 23(1): 24-27.  
Dai Dahai, Wang Xuesong, Xiao Shunping. Implementary Schemes of SAR Active-decoy Jamming [J]. Space Electronic Counterwork, 2007, 23(1): 24-27.
- [12] 甘荣兵, 王建国. 对 SAR 的几何目标欺骗干扰的快速算法[J]. 现代雷达, 2006, 28(2): 24-27.  
Gan Rongbing, Wang Jianguo. Fast Generation Algorithm of Geometric Target Deceive Jamming Signal to SAR [J]. Modern Radar, 2006, 28(2): 24-27.

(编辑: 郭 华)