2005,**25A**(5):621－626

Acta Mathematica Scientia
数学物理学报

无界变时滞神经网络全局稳定性*

[1,2]曾志刚　[3]廖晓昕

([1]湖北师范学院数学系　黄石 435002；[2]中国科学技术大学自动化系　合肥 230026；
[3]华中科技大学控制科学与工程系　武汉 430074)

摘要:该文研究了具无界变时滞的时变神经网络的全局稳定性. 利用两种不同的分析方法得到了保证这类神经网络全局渐近稳定的一些充分条件. 推广和改进了现有文献中常时滞或时滞为零的相应结果.

关键词:无界变时滞;神经网络;全局稳定性。

MR(2000)主题分类:34K20; 93D20　　**中图分类号**:O175　　**文献标识码**:A

文章编号:1003-3998(2005)05-621-06

1　引言

考虑无界变时滞神经网络

$$\frac{\mathrm{d}u_i(t)}{\mathrm{d}t}=-c_i(t)u_i(t)+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(t)\overline{f_j}(u_j(t))+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(t)\overline{g_j}(u_j(t-\iota_j(t)))+I_i(t),\quad(1)$$

这里 a_{ij},b_{ij}, $I_i\in C(R,R)$, $c_i\in C(R,R^+)$, $R^+\triangleq(0,+\infty)$, $I_i(t)$是额外输入, 时滞 $\iota_j(t)$ 是连续函数, 且 $\iota_j(t)\geqslant 0$, i, $j=1,2,\cdots,n$. 对 $i=1,2,\cdots,n$, 本文总假设

(H) 存在常数 $\mu_i>0$,$L_i>0$ 使得对任何 $r_1,r_2\in R$

$$|\overline{f_i}(r_1)-\overline{f_i}(r_2)|\leqslant\mu_i|r_1-r_2|,\qquad|\overline{g_i}(r_1)-\overline{g_i}(r_2)|\leqslant L_i|r_1-r_2|.$$

如果存在 $u_1^*,u_2^*,\cdots,u_n^*$ 使得对 $\forall t\in R$, $i=1,2,\cdots,n$, $I_i(t)=c_i(t)u_i^*-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(t)\cdot\overline{f_j}(u_j^*)-\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(t)\overline{g_j}(u_j^*)$, 则 $u^*=(u_1^*,u_2^*,\cdots,u_n^*)^T$ 是神经网络(1)的平衡点.

特别地, 对 $\forall I_i$(常数), 若 $c_i(t)\equiv c_i$(常数), $a_{ij}(t)\equiv a_{ij}$(常数), $b_{ij}(t)\equiv b_{ij}$(常数), $I_i(t)\equiv I_i$ 且 $\overline{f_i}$, $\overline{g_i}$ 是有界函数, 则由 Schauder 不动点定理, (1)式存在平衡点. 令 $u^*=(u_1^*,u_2^*,\cdots,u_n^*)^T$ 是(1)式的一个平衡点, $x(t)=(x_1(t),x_2(t),\cdots,x_n(t))^T=(u_1(t)-u_1^*,u_2(t)-u_2^*,\cdots,u_n(t)-u_n^*)^T$, 则神经网络(1)可改写为

$$\frac{\mathrm{d}x_i(t)}{\mathrm{d}t}=-c_i(t)x_i(t)+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(t)f_j(x_j(t))+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(t)g_j(x_j(t-\iota_j(t))),\quad(2)$$

收稿日期:2003-04-26; 修订日期:2004-10-28

E-mail:zhigangzeng@163.com

* 基金项目:国家自然科学基金(60274007;60405002)、"面向 21 世纪教育振兴行动"和湖北省教育厅优秀青年项目(2003B001)资助

其中 $f_j(x_j(t))=\overline{f_j}(x_j(t)+u_j^*)-\overline{f_j}(u_j^*)$，$g_j(x_j(t-\iota_j(t)))=\overline{g_j}(x_j(t-\iota_j(t))+u_j^*)-\overline{g_j}(u_j^*)$. 另外，我们总假设神经网络(2)有初始条件

$$x_i(s)=\Phi_i(s),\quad s\in(-\infty,t_0],\quad \Phi_i\in C((-\infty,t_0],R),\quad i=1,2,\cdots,n.$$

对 $\forall\, i,j=1,2,\cdots,n$，当 $c_i(t)\equiv c_i$（常数），$a_{ij}(t)\equiv a_{ij}$（常数），$b_{ij}(t)\equiv 0$（常数），$I_i(t)\equiv I_i$（常数），文献[1,2]得到了神经网络(1)的一些稳定性结果，文献[3－5]也考虑了变时滞细胞神经网络的全局渐近稳定性. 在变时滞细胞神经网络中 $\overline{f_i}(u_i)=\overline{g_i}(u_i)=\frac{1}{2}\{|u_i+1|-|u_i-1|\}$，显然满足假设(H). 在假设(H)和 $\iota_j(t)\equiv\iota_j$（常数）的条件下，文献[6－8]也得到了神经网络(1)全局渐近稳定的一些结果. 本文考虑具无界变时滞的时变神经网络(1)的全局稳定性，推广和改进了文献[2－9]中的相应结果.

定义 神经网络(1)的平衡点，也即神经网络(2)的零解称为是全局渐近稳定的，如果这个平衡点是 Liapunov 意义下稳定且全局吸引的.

2 主要结果

定理 1 如果存在 $\eta_i\in C(R,R)$ 和 $\omega_i>0, i=1,2,\cdots,n$，使得对 $\forall\, t_0>0$

$$(-c_i(t)-\eta_i(t))\exp\{\int_{t_0}^{t}\eta_i(s)\mathrm{d}s\}+\sum_{j=1}^{n}\frac{\omega_j}{\omega_i}\mu_j\,|\,a_{ij}(t)\,|\,\exp\{\int_{t_0}^{t}\eta_j(s)\mathrm{d}s\}$$
$$+\sum_{j=1}^{n}\frac{\omega_j}{\omega_i}L_j\,|\,b_{ij}(t)\,|\,\exp\{\int_{t_0}^{t-\iota_j(t)}\eta_j(s)\mathrm{d}s\}\leqslant 0,\tag{3}$$

且对 $s<t_0$，$\eta_i(s)\leqslant 0$，则当 $t\to+\infty$，$\int_{t_0}^{t}\eta_i(s)\mathrm{d}s\to-\infty$，神经网络(2)是全局渐近稳定的.

证 令 $V(t)=(V_1(t),V_2(t),\cdots,V_n(t))^T=(\frac{1}{\omega_1}|x_1(t)|,\frac{1}{\omega_2}|x_2(t)|,\cdots,\frac{1}{\omega_n}|x_n(t)|)^T$，则

$$D^+V_i(t)\,|_{(2)}\leqslant -c_i(t)V_i(t)+\sum_{j=1}^{n}|\,a_{ij}(t)\,|\,\mu_j\frac{\omega_j}{\omega_i}V_j(t)$$
$$+\sum_{j=1}^{n}|\,b_{ij}(t)\,|\,L_j\frac{\omega_j}{\omega_i}V_j(t-\iota_j(t)).\tag{4}$$

这里 D^+ 表示右上 Dini 导数. 令 $V(t_0)=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\sup\limits_{-\infty<\zeta\leqslant t_0}|\frac{x_i(\zeta)}{\omega_i}|$. 取 $\varepsilon_i\in C(R,R)$ 使得对 $\forall\, t\in R$，$i=1,2,\cdots,n$，$\eta_i(t)+\varepsilon_i(t)\leqslant 0$. 对 $\forall\, t\geqslant t_0$，令 $Z_i(t)=V_i(t)\exp\{\int_{t_0}^{t}\varepsilon_i(s)\mathrm{d}s\}$. 因为对 $s<t_0$，$\eta_i(s)\leqslant 0$，不失一般性，对 $s<t_0$，假设 $\varepsilon_i(s)\equiv 0$. 再令 $G_i(t)=Z_i(t)/(V(t_0)\exp\{\int_{t_0}^{t}(\eta_i(s)+\varepsilon_i(s))\mathrm{d}s\})$，则对 $\forall\, t\geqslant t_0$，$G_i(t)\leqslant 1$. 否则，因为对 $t\in(-\infty,t_0]$，$\forall\, i\in\{1,2,\cdots,n\}$，$G_i(t)\leqslant 1$，所以存在 $t_2>t_1\geqslant t_0$，$k\in\{1,2,\cdots,n\}$ 和 $r_k>1$ 使得

$$G_k(t_1)=1;\quad G_k(t_2)=r_k;\tag{5}$$

$$D^+[Z_k(t)/(V(t_0)\exp\{\int_{t_0}^{t}(\eta_k(s)+\varepsilon_k(s))\mathrm{d}s\})]\,|_{t=t_2}>0;$$

即

$$Z_k^{D^+}(t_2)\triangleq D^+[Z_k(t)-r_kV(t_0)\exp\{\int_{t_0}^{t}(\eta_k(s)+\varepsilon_k(s))\mathrm{d}s\}]\,|_{t=t_2}>0\tag{6}$$

且对 $\forall\, i\in\{1,2,\cdots,n\}$，$\forall\, t\in(-\infty,t_2]$

$$G_i(t) \leqslant r_k. \tag{7}$$

但是由(4)式

$$Z_k^{D^+}(t_2) \leqslant \{-c_k(t_2)V_k(t_2) + \sum_{j=1}^n |a_{kj}(t_2)| \mu_j \frac{\omega_j}{\omega_k} V_j(t_2) + \sum_{j=1}^n |b_{kj}(t_2)| L_j \frac{\omega_j}{\omega_k} V_j(t_2 - \iota_j(t_2)) + \varepsilon_k(t_2)V_k(t_2) - r_k V(t_0)(\eta_k(t_2) + \varepsilon_k(t_2))\exp\{\int_{t_0}^{t_2} \eta_k(s)\mathrm{d}s\}\}\exp\{\int_{t_0}^{t_2} \varepsilon_k(s)\mathrm{d}s\}.$$

由(5)和(7)式知

$$Z_k^{D^+}(t_2) \leqslant r_k V(t_0)\{(-c_k(t_2) - \eta_k(t_2))\exp\{\int_{t_0}^{t_2} \eta_k(s)\mathrm{d}s\} + \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{\omega_k}\mu_j |a_{kj}(t_2)| \exp\{\int_{t_0}^{t_2} \eta_j(s)\mathrm{d}s\} + \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{\omega_k} L_j |b_{kj}(t_2)| \exp\{\int_{t_0}^{t_2-\iota_j(t_2)} \eta_j(s)\mathrm{d}s\}\}\exp\{\int_{t_0}^{t_2} \varepsilon_k(s)\mathrm{d}s\}.$$

由(3)式,$Z_k^{D^+}(t_2) \leqslant 0$,这和(6)式是矛盾的. 从而对 $\forall t \geqslant t_0$,$V_i(t) \leqslant V(t_0)\exp\{\int_{t_0}^t \eta_i(t)\mathrm{d}s\}$,$i = 1, 2, \cdots, n$. 由$\int_{t_0}^t \eta_i(s)\mathrm{d}s \to -\infty$,$t \to +\infty$ 知,结论成立. ▌

推论 1 如果对 $\forall i, j=1, 2, \cdots, n$,$c_i(t) \equiv c_i$(常数),$a_{ij}(t) \equiv a_{ij}$(常数),$b_{ij}(t) \equiv b_{ij}$(常数),$I_i(t) \equiv I_i$(常数),且存在 $\eta \in C(R, R^-)$,$R^- = (-\infty, 0]$,$\omega_i > 0$,$i=1, 2, \cdots, n$ 使得对 $\forall t_0 > 0$

$$(-c_i - \eta(t)) + \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{\omega_i}\mu_j |a_{ij}| + \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{\omega_i} L_j |b_{ij}| \exp\{\int_t^{t-\iota_j(t)} \eta(s)\mathrm{d}s\} \leqslant 0, \tag{8}$$

且当 $t \to +\infty$时,$\int_{t_0}^t \eta(s)\mathrm{d}s \to -\infty$,则神经网络(1)是全局渐近稳定的.

证 因为对 $t \geqslant t_0$,$\eta(t) \leqslant 0$,所以由(8)式知对 $\forall i = 1, 2, \cdots, n$,$-c_i + \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{\omega_i}\mu_j |a_{ij}| + \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{\omega_i} L_j |b_{ij}| < 0$;即 $C - \widetilde{A} - \widetilde{B}$ 是一个非奇异 M-矩阵,其中 $C = \mathrm{diag}\{c_i\}$,$\widetilde{A} = [\mu_j |a_{ij}|]_{n\times n}$,$\widetilde{B} = [L_j |b_{ij}|]_{n\times n}$. 于是在假设(H)下,神经网络(1)至少有一个平衡点. 根据定理 1,推论 1 结论成立. ▌

注 1 如果$\overline{f_i}$是一个单调增函数,则用 $a_{ii}^+(t) = \max\{0, a_{ii}(t)\}$代替$|a_{ii}(t)|$,定理 1 的结论仍然成立. 类似于定理 1 和推论 1 的证明知在文[9, Theorem(i)]相同条件下,文[9, Theorem(i)]的结论能够加强为全局指数渐近稳定. 事实上,令

$$\begin{cases} s_{ii} = c_i - a_{ii}^+\mu_i - |b_{ii}| L_i, & i = j, \\ s_{ij} = -|a_{ij}| \mu_j - |b_{ij}| L_j, & i \neq j. \end{cases}$$

如果 $S = [s_{ij}]_{n\times n}$是一个非奇异 M-矩阵,则存在 $\omega_i > 0$,$i=1, 2, \cdots, n$ 使得

$$-\omega_i c_i + \omega_i a_{ii}^+ \mu_i + \sum_{j=1, j\neq i}^n \omega_j \mu_j |a_{ij}| + \sum_{j=1}^n \omega_j L_j |b_{ij}| < 0.$$

如果 $\iota_j(t)$是有界函数,取 ε 充分小,则对 $\forall t \geqslant t_0$

$$\varepsilon - c_i + a_{ii}^+ \mu_i + \sum_{j=1, j\neq i}^n \frac{\omega_j}{\omega_i}\mu_j |a_{ij}| + \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{\omega_i} L_j |b_{ij}| \mathrm{e}^{\varepsilon\iota_j(t)} < 0.$$

从而,令 $\eta(t) \equiv -\varepsilon$,类似定理 1 和推论 1 的证明知神经网络(2)是全局指数渐近稳定的. 另外,由文[7]和[8]的条件可以推出 S 是一个非奇异 M-矩阵. 并且如果 $a_{ij} > 0$,$i \neq j$,

$\overline{g_j}\equiv 0$，文[2，Theorem 4]的结论也可以被加强为全局指数渐近稳定.

下面令 $\iota_1(t)=\iota_2(t)=\cdots=\iota_n(t)=\iota(t)$.

定理 2 对 $\bar{\omega}_i>0$，$i=1,2,\cdots,n$，令

$$I_{11}(t)=\max_{1\leqslant j\leqslant n}\{-c_j(t)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\bar{\omega}_i}{\bar{\omega}_j}\mu_j\mid a_{ij}(t)\mid\},\quad I_{12}(t)=\max_{1\leqslant j\leqslant n}\{\sum_{i=1}^{n}\frac{\bar{\omega}_i}{\bar{\omega}_j}L_j\mid b_{ij}(t)\mid\}.$$

如果当 $t\to+\infty$ 时，$\int_{t_0}^{t}(I_{11}(s)+I_{12}(s)\exp\{-\int_{s-\iota(s)}^{s}I_{11}(r)\mathrm{d}r\})\mathrm{d}s\to-\infty$，则神经网络(2)是全局渐近稳定的.

证 令 $U(t)=\sum\limits_{i=1}^{n}\bar{\omega}_i\mid x_i(t)\mid$，则

$$\begin{aligned}D^{+}U(t)\mid_{(2)}&\leqslant\sum_{i=1}^{n}\{-\bar{\omega}_ic_i(t)\mid x_i(t)\mid+\sum_{j=1}^{n}\bar{\omega}_i\mu_j\mid a_{ij}(t)\mid\mid x_j(t)\mid\\&\quad+\sum_{j=1}^{n}\bar{\omega}_iL_j\mid b_{ij}(t)\mid\mid x_j(t-\iota(t))\mid\}\\&\leqslant I_{11}(t)U(t)+I_{12}(t)U(t-\iota(t)).\end{aligned}$$

令 $y(t)=U(t)\exp\{-\int_{t_0}^{t}I_{11}(r)\mathrm{d}r\}$ 和 $\bar{y}(t_0)=\sup\limits_{-\infty<s<t_0}U(s)$，则

$$D^{+}y(t)\mid_{(2)}\leqslant I_{12}(t)y(t-\iota(t))\exp\{-\int_{t-\iota(t)}^{t}I_{11}(r)\mathrm{d}r\},$$

且对 $\forall\, t\geqslant t_0$

$$y(t)\leqslant y(t_0)+\int_{t_0}^{t}I_{12}(s)y(s-\iota(s))\exp\{-\int_{s-\iota(s)}^{s}I_{11}(r)\mathrm{d}r\}\mathrm{d}s.$$

令

$$n(t)=\begin{cases}\bar{y}(t_0)+\int_{t_0}^{t}I_{12}(s)y(s-\iota(s))\exp\{-\int_{s-\iota(s)}^{s}I_{11}(r)\mathrm{d}r\}\mathrm{d}s,& t\geqslant t_0,\\\bar{y}(t_0),& t<t_0.\end{cases}$$

显然，对 $\forall\, t\in R$，$y(t)\leqslant n(t)$，$n(t)$是一个单调增函数且对 $\forall\, t\geqslant t_0$，$\frac{\mathrm{d}n(t)}{\mathrm{d}t}=I_{12}(t)y(t-\iota(t))\exp\{-\int_{t-\iota(t)}^{t}I_{11}(r)\mathrm{d}r\}$. 从而对 $\forall\, t\geqslant t_0$

$$\frac{\mathrm{d}n(t)}{\mathrm{d}t}\leqslant I_{12}(t)n(t)\exp\{-\int_{t-\iota(t)}^{t}I_{11}(r)\mathrm{d}r\}.$$

故

$$U(t)=y(t)\exp\{\int_{t_0}^{t}I_{11}(r)\mathrm{d}r\}\leqslant\bar{y}(t_0)\exp\{\int_{t_0}^{t}(I_{11}(s)+I_{12}(s)\exp\{-\int_{s-\iota(s)}^{s}I_{11}(r)\mathrm{d}r\})\mathrm{d}s\}.$$

由 $t\to+\infty$，$\int_{t_0}^{t}(I_{11}(s)+I_{12}(s)\exp\{-\int_{s-\iota(s)}^{s}I_{11}(r)\mathrm{d}r\})\mathrm{d}s\to-\infty$ 知结论成立. ▌

推论 2 如果对 $i,j=1,2,\cdots,n$，$c_i(t)\equiv c_i$(常数)，$a_{ij}(t)\equiv a_{ij}$(常数)，$b_{ij}(t)\equiv b_{ij}$(常数)，$I_i(t)\equiv I_i$(常数)，对 $\bar{\omega}_i>0$，$i=1,2,\cdots,n$，令

$$I_{11}=\max_{1\leqslant j\leqslant n}\{-c_j+\sum_{i=1}^{n}\frac{\bar{\omega}_i}{\bar{\omega}_j}\mu_j\mid a_{ij}\mid\},\quad I_{12}=\max_{1\leqslant j\leqslant n}\{\sum_{i=1}^{n}\frac{\bar{\omega}_i}{\bar{\omega}_j}L_j\mid b_{ij}\mid\}.$$

如果当 $t\to+\infty$ 时，$\int_{t_0}^{t}(I_{11}+I_{12}\exp\{-I_{11}\iota(s)\})\mathrm{d}s\to-\infty$，则神经网络(1)有一个唯一的平衡

点，且神经网络(1)是全局渐近稳定的.

证 因为 $t\to+\infty$，$\int_{t_0}^{t}(I_{11}+I_{12}\exp\{-I_{11}\iota(s)\})\mathrm{d}s\to-\infty$，所以由 $I_{12}\geqslant 0$ 知 $I_{11}<0$. 又因为 $\iota(s)\geqslant 0$，所以 $I_{11}+I_{12}<0$；即，$C-\widetilde{A}-\widetilde{B}$ 是一个非奇异 M-矩阵，这里 $C=\mathrm{diag}\{c_i\}$，$\widetilde{A}=[\mu_j|a_{ij}|]_{n\times n}$，$\widetilde{B}=[L_j|b_{ij}|]_{n\times n}$. 于是在假设(H)下，神经网络(1)至少有一个平衡点. 由定理 2 知，推论 2 的结论成立. ▌

定理 3 对 $\omega_i^*>0$，$i=1,2,\cdots,n$，令 $I_{21}(t)=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\{-c_i(t)+\sum\limits_{j=1}^{n}\frac{\omega_i^*}{\omega_j^*}\mu_j\,|a_{ij}(t)|\}$，$I_{22}(t)=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\{\sum\limits_{j=1}^{n}\frac{\omega_i^*}{\omega_j^*}L_j\,|b_{ij}(t)|\}$. 如果当 $t\to+\infty$时

$$\int_{t_0}^{t}(I_{21}(s)+I_{22}(s)\exp\{-\int_{s-\iota(s)}^{s}I_{21}(r)\mathrm{d}r\})\mathrm{d}s\to-\infty,$$

则神经网络(2)是全局渐近稳定的.

定理 4 对 $\bar{\omega}_i^*>0$，$q_{ij},r_{ij},q_{ij}^*,r_{ij}^*\in R$，$i,j=1,2,\cdots,n$，令

$$I_{31}(t)=\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{-2c_i(t)+\sum_{j=1}^{n}|a_{ij}(t)|^{2-q_{ij}}\mu_j^{2-r_{ij}}+\sum_{j=1}^{n}|b_{ij}(t)|^{2-q_{ij}^*}L_j^{2-r_{ij}^*}+\sum_{j=1}^{n}\frac{\bar{\omega}_j^*}{\bar{\omega}_i^*}|a_{ji}(t)|^{q_{ji}}\mu_i^{r_{ji}}\},$$

$$I_{32}(t)=\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{\sum_{j=1}^{n}\frac{\bar{\omega}_j^*}{\bar{\omega}_i^*}|b_{ji}(t)|^{q_{ji}^*}L_i^{r_{ji}^*}\}.$$

如果当 $t\to+\infty$时，$\int_{t_0}^{t}(I_{31}(s)+I_{32}(s)\exp\{-\int_{s-\iota(s)}^{s}I_{31}(r)\mathrm{d}r\})\mathrm{d}s\to-\infty$，则神经网络(2)是全局渐近稳定的.

假设 $\overline{A}(t)=[a_{ij}(t)\sqrt{\mu_j}]_{n\times n}$，$\overline{B}(t)=[b_{ij}(t)\sqrt{L_j}]_{n\times n}$，$\widetilde{A}(t)=[|a_{ij}(t)|\mu_j]_{n\times n}$，且令 $\lambda_1(t)$，$\lambda_2(t)$和 $\lambda_3(t)$分别是矩阵$\frac{\widetilde{A}(t)+\widetilde{A}^T(t)}{2}$，$\begin{pmatrix}0 & \overline{B}(t)\\ \overline{B}^T(t) & 0\end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix}0 & \overline{A}(t)\\ \overline{A}^T(t) & 0\end{pmatrix}$的最大特征根.

定理 5 如果当 $t\to+\infty$时

$$\int_{t_0}^{t}(2\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{-c_i(s)\}+\lambda_1(s)+\lambda_2(s)+\lambda_2(s)\exp\{\int_{s-\iota(s)}^{s}(2\min_{1\leqslant i\leqslant n}\{c_i(r)\}-\lambda_1(r)-\lambda_2(r))\mathrm{d}r\})\mathrm{d}s\to-\infty,$$

则神经网络(2)是全局渐近稳定的.

定理 6 如果当 $t\to+\infty$时

$$\int_{t_0}^{t}(2\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{-c_i(s)\}+2\lambda_3(s)+\lambda_2(s)+\lambda_2(s)\exp\{\int_{s-\iota(s)}^{s}(2\min_{1\leqslant i\leqslant n}\{c_i(r)\}-2\lambda_3(r)-\lambda_2(r))\mathrm{d}r\})\mathrm{d}s\to-\infty,$$

则神经网络(2)是全局渐近稳定的.

注 2 定理 3－6 的证明和定理 2 的是类似的，从而被省略. 如果对 $i,j=1,2,\cdots,n$，$c_i(t)\equiv c_i$(常数)，$a_{ij}(t)\equiv a_{ij}$(常数)，$b_{ij}(t)\equiv b_{ij}$(常数)，$I_i(t)\equiv I_i$(常数)，根据定理 3－6，类似推论 2 可以得到神经网络(1)全局渐近稳定的一些充分条件. 且当 $\iota(t)=\iota$(常数)时，

在文[3,Theorem 1],[4]和[5,Maintheorem]相同条件下,神经网络(1)是全局指数渐近稳定的.

注 3 当$\overline{f_i}$是一个单调增函数时,用$a_{ii}^{+}(t)=\max\{0,a_{ii}(t)\}$代替$|a_{ii}(t)|$,定理 2—6 的结论仍然成立.

参 考 文 献

[1] Liao X X. Mathematical theory of cellular neural networks (I)(in Chinese). Science in China (series A), 1994,**24**(9):902—910

[2] Mauro F, Alberto T. New conditions for global stability of neural networks with application to linear and quadratic programming problems. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1995, **42**(7):354—366

[3] Sabri A and Vedat T. On the global asymptotic stability of delayed cellular neural networks. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2000,**47**(4):571—574

[4] Sabri A, Vedat T. A sufficient condition for global stability of cellular neural networks with delay. Hongkong: IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1997. 549—552

[5] Liao T L, Wang F C. Global stability condition for cellular neural networks with delay. Electronics Letters, 1999, **35**(16):1347—1349

[6] Cao J D. On stability of delayed cellular neural networks. Physics Letters (Series A), 1999,**261**: 303—308

[7] Cao J D. A set of stability criteria for delayed cellular neural networks. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2001,**48**(4):494—498

[8] Liao X X, Xiao D M. Globally exponential stability of Hopfield neural networks with time-varying delays(in Chinese). Acta Electronica Sinica,2000,**28**(4):1—4

[9] Zhang Q, Ma R N, Xu J. Stability of cellular neural networks with delay. Electronics Letters, 2001,**37**(9): 575—576

Global Stability for Neural Networks with Unbouned Time Varying Delays

[1,2]Zeng Zhigang [3]Liao Xiaoxin

([1]*Department of Mathematics, Hubei Normal University, Huangshi* 435002;

[2]*Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026;

[3]*Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan* 430074)

Abstract: This paper studies the global stability of the neural network with unbounded time-varying delays and time-varying coefficients. Using two kinds of methods, some sufficient conditions have been obtained to guarantee that such neural network is globally stable. Moreover, when time-delay is constant or doesn't exist, the results given in the paper extend the existing relevant stability results in the existing literature.

Key words: Unbounded time-varying delay; Neural networks; Global stability.

MR(2000) Subject Classification: 34K20; 93D20