

文章编号:1672-3961(2008)04-0011-06

一类线性离散时变系统的 H_∞ 故障估计

刘佃瑞¹, 赵辉宏², 钟麦英²

(1. 山东交通学院汽车工程系, 山东 济南 250023; 2. 山东大学控制科学与工程学院, 山东 济南 250061)

摘要: 讨论了一类受 l_2 范数有界扰动影响的线性离散时变系统 H_∞ 故障估计问题. 首先将 H_∞ 故障估计问题转化为二次型问题, 引入相应的 Krein 空间系统, 然后应用 Krein 空间白噪声估计理论, 得到了问题可解的充要条件, 并通过矩阵 Riccati 方程设计 H_∞ 故障估计器. 算例验证了所提出方法的有效性.

关键词: H_∞ 故障估计; 线性离散时变系统; Krein 空间; 白噪声估计; 矩阵 Riccati 方程

中图分类号: TP206.3 文献标志码: A

The H_∞ fault estimation for linear discrete time-varying systems

LIU Dian-rui¹, ZHAO Hui-hong², ZHONG Mai-ying²

(1. Automotive Department, Shandong Jiaotong University, Jinan 250023, China;

2. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

Abstract: The problem of H_∞ fault estimation for a class of linear discrete time-varying systems with l_2 -norm-bounded disturbance was discussed. First, the problem of H_∞ fault estimation was reformulated as the problem of a scalar quadratic form. Then, a corresponding system in Krein space was introduced. By applying white noise estimation theory in Krein space, a sufficient and necessary condition on the existence of an H_∞ fault estimator was derived, and a solution was obtained in terms of matrix Riccati equation. A numerical example was given to demonstrate the efficiency of the proposed method.

Key words: H_∞ fault estimation; linear discrete time-varying systems; Krein space; white noise estimation; matrix Riccati equation

0 引言

近40年来,基于解析模型的故障诊断理论取得了大量的研究成果^[1-3].但是,这些研究成果大都针对于线性定常系统.关于时变系统故障诊断问题的相关研究目前还比较少.文献【4】运用自适应观测器方法设计了一类线性时变系统的残差产生器;文献【5】基于 Krein 空间线性估计理论,通过状态扩展,实现了一类线性时变系统的故障估计,但是却增加了矩阵 Riccati 方程的维数,导致计算量的增加.因此,对于一般线性时变系统的故障诊断问题,尚有待于进一步深入研究.

另一方面,时变系统 H_∞ 滤波近年来取得了很大的进展.文献【6-8】应用 Krein 空间 Kalman 滤波原理,为线性时变系统 H_∞ 滤波提供了一种新的理论方法;文献【9】基于 Krein 空间线性估计理论,研究了一类线性离散时变系统的 H_∞ 反卷积滤波问题.本文将 Krein 空间白噪声估计理论^[10]应用于解决一类线性离散时变系统的故障估计问题.

收稿日期:2008-01-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60774071);教育部博士点基金资助项目(20050422036);山东省博士基金资助项目(2005BS01007)

作者简介:刘佃瑞(1963-),男,山东临朐人,讲师,研究方向为电子控制技术.

E-mail: liudr3969@sohu.com

符号说明:黑正体 θ 表示 Krein 空间元素;黑斜体 θ 表示 Hilbert 空间元素; δ_{ij} 表示 delta 函数,即 $\delta_{ij} = 0, (i \neq j), \delta_{ij} = 1, (i = j)$; $L\{*\}$ 表示 $*$ 张成的空间; $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示 Krein 空间内积; $\mathcal{D}\{*\}$ 表示元素 $*$ 的线性函数; θ^T 表示 θ 的转置; $\text{diag}\{A(1), A(2), \dots, A(m)\}$ 表示对角线上元素为 $A(i) (i = 1, \dots, m)$ 的分块对角矩阵.

1 问题描述

考虑如下线性离散时变系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_f(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{B}_d(k)\mathbf{d}(k); \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k); \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n, \mathbf{f}(k) \in \mathbf{R}^p, \mathbf{d}(k) \in \mathbf{R}^q, \mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$ 和 $\mathbf{v}(k) \in \mathbf{R}^m$ 分别表示系统状态、故障信号、扰动输入、测量输出和测量噪声; $\mathbf{f}(k), \mathbf{d}(k)$ 和 $\mathbf{v}(k)$ 是 $l_2[0, N]$ 有界信号, N 为正整数; $\mathbf{A}(k), \mathbf{B}_f(k), \mathbf{B}_d(k), \mathbf{C}(k)$ 为适当维数的已知矩阵.

本文将研究的 H_∞ 故障估计问题可描述为:给定 $\gamma > 0$, 基于测量输出序列 $\{\mathbf{y}(i)\}_{i=0}^k$, 求 $\mathbf{f}(k-1)$ 的估计 $\tilde{\mathbf{f}}(k-1)$, 使满足

$$\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{Y}} < \gamma^2, \quad (2)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \sum_{k=1}^N (\tilde{\mathbf{f}}(k-1) - \mathbf{f}(k-1))^T (\tilde{\mathbf{f}}(k-1) - \mathbf{f}(k-1)); \\ \mathbf{Y} &= (\mathbf{x}_0 - \tilde{\mathbf{x}}_0)^T \mathbf{P}_0^{-1} (\mathbf{x}_0 - \tilde{\mathbf{x}}_0) + \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{f}^T(k) \mathbf{f}(k) + \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{d}^T(k) \mathbf{d}(k) + \sum_{k=0}^N \mathbf{v}^T(k) \mathbf{v}(k); \end{aligned}$$

\mathbf{P}_0 为给定正定加权矩阵.

令

$$J_N = (\mathbf{x}_0 - \tilde{\mathbf{x}}_0)^T \mathbf{P}_0^{-1} (\mathbf{x}_0 - \tilde{\mathbf{x}}_0) + \mathbf{f}_{N-1}^T \mathbf{f}_{N-1} + \mathbf{d}_{N-1}^T \mathbf{d}_{N-1} - \gamma^{-2} \mathbf{v}_{f,N}^T \mathbf{v}_{f,N}, \quad (3)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_f(k) &= \tilde{\mathbf{f}}(k-1) - \mathbf{f}(k-1); \\ \mathbf{f}_{N-1} &= [\mathbf{f}^T(0) \quad \mathbf{f}^T(1) \quad \dots \quad \mathbf{f}^T(N-1)]^T; \\ \mathbf{d}_{N-1} &= [\mathbf{d}^T(0) \quad \mathbf{d}^T(1) \quad \dots \quad \mathbf{d}^T(N-1)]^T; \\ \mathbf{v}_{f,N} &= [\mathbf{v}_f^T(0) \quad \mathbf{v}_f^T(1) \quad \dots \quad \mathbf{v}_f^T(N)]^T. \end{aligned}$$

从而可将上述 H_∞ 故障估计问题归结为:

- (1) 求解 J_N 关于 $\mathbf{x}_0, \mathbf{f}_{N-1}$ 和 \mathbf{d}_{N-1} 的最小值问题;
- (2) 选择适当的 $\{\tilde{\mathbf{f}}(k-1)\}_{k=1}^N$ 使 J_N 在最小值点大于 0.

下面将首先基于 Krein 空间线性估计理论^[6-8], 引入相应的 Krein 空间系统, 并进一步讨论 J_N 关于 $\mathbf{x}_0, \mathbf{f}_{N-1}$ 和 \mathbf{d}_{N-1} 的最小值及其最小值存在条件, 然后应用 Krein 空间白噪声估计理论^[10], 得到 Krein 空间 Kalman 滤波公式. 最后通过选择适当的 $\{\tilde{\mathbf{f}}(k-1)\}_{k=1}^N$ 使 J_N 在最小值点大于 0, 得到 H_∞ 故障估计器.

注 1 性能指标(2)具有直观的物理意义, 表示广义未知输入到故障估计误差基于 $l_2[0, N]$ 范数的能量增益小于 γ^2 ; 当式(2)分母正定时, 关于 $\mathbf{x}_0, \mathbf{f}_{N-1}$ 和 \mathbf{d}_{N-1} 求 $\{\tilde{\mathbf{f}}(k-1)\}_{k=1}^N$ 使 $J_N > 0$ 与性能指标(2)是等价的.

注 2 一方面, 希望能够尽快的估计出故障; 另一方面, 由系统(1)知 $\{\mathbf{y}(i)\}_{i=0}^{k-1}$ 不包含故障 $\mathbf{f}(k-1)$ 的信息. 因此, 采用一步滞后平滑来实现故障估计.

2 主要结论

定义:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1(k) &= \begin{cases} [\mathbf{y}^T(k) \quad \check{\mathbf{f}}^T(k)]^T, & k=0,1,\dots,N-1, \\ \mathbf{y}(k), & k=N. \end{cases} \\ \mathbf{v}_1(k) &= \begin{cases} [\mathbf{v}^T(k) \quad \mathbf{v}_f^T(k+1)]^T, & k=0,1,\dots,N-1, \\ \mathbf{v}(k), & k=N. \end{cases} \\ \bar{\mathbf{C}}(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}(k) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_f(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I}_p \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

将系统(1)等价表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_f(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{B}_d(k)\mathbf{d}(k); \\ \mathbf{y}_1(k) = \begin{cases} \bar{\mathbf{C}}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_f(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{v}_1(k), & k=0,1,\dots,N-1, \\ \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}_1(k), & k=N; \end{cases} \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \end{cases} \quad (4)$$

引入如下与系统(4)对应的 Krein 空间系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_f(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{B}_d(k)\mathbf{d}(k); \\ \mathbf{y}_1(k) = \begin{cases} \bar{\mathbf{C}}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_f(k)\mathbf{f}(k) + \mathbf{v}_1(k), & k=0,1,\dots,N-1, \\ \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}_1(k), & k=N; \end{cases} \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{x}(k), \mathbf{d}(k), \mathbf{f}(k), \mathbf{y}_1(k), \mathbf{v}_1(k)$ 均为 Krein 空间元素,且满足内积条件:

$$\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 - \check{\mathbf{x}}_0 \\ \mathbf{f}(k) \\ \mathbf{d}(k) \\ \mathbf{v}_1(k) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 - \check{\mathbf{x}}_0 \\ \mathbf{f}(j) \\ \mathbf{d}(j) \\ \mathbf{v}_1(j) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_p \delta_{kj} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I}_q \delta_{kj} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{Q}_{v1}(k) \delta_{kj} \end{bmatrix}.$$

其中,

$$\mathbf{Q}_{v1}(k) = \begin{cases} \text{diag}\{\mathbf{I}_m, -\gamma^2 \mathbf{I}_p\}, & k=0,1,\dots,N-1, \\ \mathbf{I}_m, & k=N. \end{cases}$$

记

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_z(k) &= \begin{cases} \mathbf{y}(k), & k=0, \\ \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \check{\mathbf{f}}(k-1) \end{bmatrix}, & k=1,2,\dots,N. \end{cases} \\ \mathbf{v}_z(k) &= \begin{cases} \mathbf{v}(k), & k=0, \\ \begin{bmatrix} \mathbf{v}(k) \\ \mathbf{v}_f(k) \end{bmatrix}, & k=1,2,\dots,N. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\mathbf{r}_z(k) = \mathbf{y}_z(k) - \hat{\mathbf{y}}_z(k|k-1), \quad \mathbf{R}_{rz}(k) = \langle \mathbf{r}_z(k), \mathbf{r}_z(k) \rangle, \quad \mathbf{Q}_{rz}(k) = \langle \mathbf{v}_z(k), \mathbf{v}_z(k) \rangle.$$

根据 Krein 空间线性估计理论^[6-7]知,当且仅当 $\mathbf{R}_{rz}(k)$ 和 $\mathbf{Q}_{rz}(k)$ 具有相同的惯性指数时, J_N 关于 $\mathbf{x}_0, \mathbf{f}_{N-1}$ 和 \mathbf{d}_{N-1} 有最小值,且最小值为

$$\min J_N = \sum_{k=0}^N \mathbf{r}_z^T(k) \mathbf{R}_{rz}^{-1}(k) \mathbf{r}_z(k).$$

其中, $\mathbf{r}_z(k) = \mathbf{y}_z(k) - \hat{\mathbf{y}}_z(k|k-1)$, 并且 $\hat{\mathbf{y}}_z(k|k-1)$ 由 $\mathbf{y}_z(k)$ 在 $L\{\mathbf{y}_z(j)\}_{j=0}^{k-1}$ 上的 Krein 空间投影得到.

将 $\mathbf{y}_1(k)$ 重新表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{11}(i) &= \bar{\mathbf{C}}(i)\mathbf{x}(i) + \mathbf{D}_f(i)\mathbf{f}(i) + \mathbf{v}_1(i), \quad i=0,\dots,k-1, \\ \mathbf{y}_{12}(k) &= \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}_1(k). \end{aligned}$$

为了便于讨论,当 $\tau \leq k-1$ 时, $\hat{\xi}(\tau, 1)$ 表示 $\xi(\tau)$ 在空间 $L\{\mathbf{y}_{11}(0), \dots, \mathbf{y}_{11}(\tau-1)\}$ 上的最优估计; 当 $\tau = k$ 时, $\hat{\xi}(\tau, 2)$ 表示 $\xi(\tau)$ 在空间 $L\{\mathbf{y}_{11}(0), \dots, \mathbf{y}_{11}(k-2); \mathbf{y}_{12}(k-1)\}$ 上的最优估计.

令

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1(i) &= \mathbf{y}_{11}(i) - \hat{\mathbf{y}}_{11}(i, 1), \hat{\mathbf{y}}_{11}(0, 1) = \mathbf{0}, i = 0, \dots, k-1, \\ \mathbf{r}_2(k) &= \mathbf{y}_{12}(k) - \hat{\mathbf{y}}_{12}(k, 2). \end{aligned}$$

由文献【10】知 $\{\mathbf{r}_1(0), \dots, \mathbf{r}_1(k-2); \mathbf{r}_2(k-1)\}$ 是新息序列,且构成的空间等价于 $L\{\mathbf{y}_{11}(0), \dots, \mathbf{y}_{11}(k-2); \mathbf{y}_{12}(k-1)\}$.所谓新息序列是指与 Krein 空间系统(5)中相应输出序列含有同样统计信息的 Krein 空间正交序列.

记

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1(i) &= \mathbf{x}(i) - \hat{\mathbf{x}}(i, 1), \mathbf{P}_1(i) = \langle \mathbf{e}_1(i), \mathbf{e}_1(i) \rangle, i = 0, 1, \dots, k-1, \\ \mathbf{e}_2(k) &= \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k, 2), \mathbf{P}_2(k) = \langle \mathbf{e}_2(k), \mathbf{e}_2(k) \rangle. \end{aligned}$$

则有

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(i, 1) = \sum_{j=0}^{i-1} \langle \mathbf{x}(i), \mathbf{r}_1(j) \rangle \mathbf{R}_{r_1}^{-1}(j) \mathbf{r}_1(j) = \mathbf{A}(i-1) \hat{\mathbf{x}}(i-1, 1) + \mathbf{K}_1(i-1) \mathbf{r}_1(i-1), \\ \hat{\mathbf{x}}(0, 1) = \hat{\mathbf{x}}_0, i = 1, \dots, k-1. \end{cases} \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_1(i) = (\mathbf{A}(i) \mathbf{P}_1(i) \bar{\mathbf{C}}^T(i) + \mathbf{B}_f(i) \mathbf{D}_f^T(i)) \mathbf{R}_{r_1}^{-1}(i), \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_{r_1}(i) = \bar{\mathbf{C}}(i) \mathbf{P}_1(i) \bar{\mathbf{C}}^T(i) + \mathbf{D}_f(i) \mathbf{D}_f^T(i) + \mathbf{Q}_{v_1}(i).$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(k, 2) = \sum_{j=0}^{k-2} \langle \mathbf{x}(k), \mathbf{r}_1(j) \rangle \mathbf{R}_{r_1}^{-1}(j) \mathbf{r}_1(j) + \langle \mathbf{x}(k), \mathbf{r}_2(k-1) \rangle \mathbf{R}_{r_2}^{-1}(k-1) \mathbf{r}_2(k-1) = \\ \mathbf{A}(k-1) \hat{\mathbf{x}}(k-1, 2) + \mathbf{K}_2(k-1) \mathbf{r}_2(k-1), \\ \hat{\mathbf{x}}(k-1, 2) = \hat{\mathbf{x}}(k-1, 1) \end{cases} \quad (8)$$

$$\mathbf{K}_2(k-1) = \mathbf{A}(k-1) \mathbf{P}_2(k-1) \mathbf{C}^T(k-1) \mathbf{R}_{r_2}^{-1}(k-1), \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_{r_2}(k-1) = \mathbf{C}(k-1) \mathbf{P}_2(k-1) \mathbf{C}^T(k-1) + \mathbf{Q}_{v_1}(k-1).$$

进一步有

$$\begin{cases} \mathbf{P}_1(i+1) = \mathbf{A}(i) \mathbf{P}_1(i) \mathbf{A}^T(i) + \mathbf{B}_f(i) \mathbf{B}_f^T(i) + \mathbf{B}_d(i) \mathbf{B}_d^T(i) - \mathbf{K}_1(i) \mathbf{R}_{r_1}(i) \mathbf{K}_1^T(i), \\ \mathbf{P}_1(0) = \mathbf{P}_0, i = 0, 1, \dots, k-2. \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \mathbf{P}_2(k) = \mathbf{A}(k-1) \mathbf{P}_2(k-1) \mathbf{A}^T(k-1) + \mathbf{B}_f(k-1) \mathbf{B}_f^T(k-1) + \mathbf{B}_d(k-1) \mathbf{B}_d^T(k-1) - \\ \mathbf{K}_2(k-1) \mathbf{R}_{r_2}(k-1) \mathbf{K}_2^T(k-1), \\ \mathbf{P}_2(k-1) = \mathbf{P}_1(k-1). \end{cases} \quad (11)$$

另外,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{f}}(k-1|k-1) &= \sum_{j=0}^{k-2} \langle \mathbf{f}(k-1), \mathbf{r}_1(j) \rangle \mathbf{R}_{r_1}^{-1}(j) \mathbf{r}_1(j) + \\ &\langle \mathbf{f}(k-1), \mathbf{r}_2(k-1) \rangle \mathbf{R}_{r_2}^{-1}(k-1) \mathbf{r}_2(k-1) = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (12)$$

由以上分析可得

$$\mathbf{R}_z(k) = \langle \mathbf{r}_z(k), \mathbf{r}_z(k) \rangle = \begin{cases} \mathbf{\Delta}(k), k = 0, \\ \begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}(k) & \mathbf{C}(k) \mathbf{B}_f(k-1) \\ \mathbf{B}_f^T(k-1) \mathbf{C}^T(k) & \mathbf{I}_p - \gamma^2 \mathbf{I}_p \end{bmatrix}, k = 1, 2, \dots, N. \end{cases}$$

其中,

$$\mathbf{\Delta}(k) = \mathbf{C}(k) \mathbf{P}_2(k) \mathbf{C}^T(k) + \mathbf{I}_m. \quad (13)$$

再者,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}(k) & \mathbf{C}(k) \mathbf{B}_f(k-1) \\ \mathbf{B}_f^T(k-1) \mathbf{C}^T(k) & \mathbf{I}_p - \gamma^2 \mathbf{I}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f^T(k-1) \mathbf{C}^T(k) \mathbf{\Delta}^{-1}(k) & \mathbf{I}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Theta}(k) \end{bmatrix} \times \\ \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m & \mathbf{\Delta}^{-1}(k) \mathbf{C}(k) \mathbf{B}_f(k-1) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_p \end{bmatrix}.$$

其中,

$$\Theta(k) = I_p - \gamma^2 I_p - B_f^T(k-1)C^T(k)\Delta^{-1}(k)C(k)B_f(k-1).$$

注意到

$$Q_{vz}(k) = \langle v_z(k), v_z(k) \rangle = \begin{cases} I_m, & k=0, \\ \text{diag}\{I_m, -\gamma^2 I_p\}, & k=1,2,\dots,N. \end{cases}$$

因此,当且仅当 $R_{vz}(k)$ 和 $Q_{vz}(k)$ 具有相同的惯性指数时, J_N 关于 x_0, f_{N-1} 和 d_{N-1} 有最小值,即 $\Delta(k) > 0 (k = 0, 1, \dots, N)$ 和 $\Theta(k) < 0 (k = 1, 2, \dots, N)$ 同时成立时, J_N 关于 x_0, f_{N-1} 和 d_{N-1} 有最小值,且

$$\min J_N = (y(0) - C(0)\hat{x}(0,2))^T \Delta^{-1}(0)(y(0) - C(0)\hat{x}(0,2)) + \sum_{k=1}^N \left[\begin{array}{c} y(k) - C(k)\hat{x}(k,2) \\ \check{f}(k-1) - \bar{f}(k-1) \end{array} \right]^T \left[\begin{array}{cc} \Delta(k) & 0 \\ 0 & \Theta(k) \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c} y(k) - C(k)\hat{x}(k,2) \\ \check{f}(k-1) - \bar{f}(k-1) \end{array} \right]$$

其中, $\hat{x}(k,2)$ 由 $x(k)$ 在 $L\{y_{11}(0), \dots, y_{11}(k-2); y_{12}(k-1)\}$ 上的 Krein 空间投影得到,因此可通过式(6)和式(8)进行递推计算, $\bar{f}(k-1)$ 计算如下:

$$\bar{f}(k-1) = \hat{f}(k-1|k-1) + B_f^T(k-1)C^T(k) \times \Delta^{-1}(k)(y(k) - C(k)\hat{x}(k,2)). \tag{14}$$

$\hat{f}(k-1|k-1)$ 由式(12)计算,很显然,取 $\check{f}(k-1) = \bar{f}(k-1)$ 时, $\min J_N > 0$.

基于以上分析,可得如下定理.

定理 1 考虑线性离散时变系统(1),给定 $\gamma > 0$,当且仅当 $R_{vz}(k)$ 和 $Q_{vz}(k)$ 具有相同的惯性指数时,故障信号 $f(k)$ 的 H_∞ 估计器存在.并且可通过如下步骤进行计算:

(1) 计算 $\theta_1(i)$:

$$\theta_1(i) = \left(A(i-1) - K_1(i-1) \begin{bmatrix} C(i-1) \\ 0 \end{bmatrix} \right) \theta_1(i-1) + K_1(i-1) \begin{bmatrix} y(i-1) \\ \check{f}(i-1) \end{bmatrix},$$

$$\theta_1(0) = \check{x}_0, \quad i = 1, \dots, k-1.$$

其中, $K_1(i)$ 和 $R_{r1}(i)$ 由式(7)给出, $P_1(i)$ 由式(10)给出.

(2) 计算 $\theta_2(k)$:

$$\theta_2(k) = (A(k-1) - K_2(k-1)C(k-1))\theta_2(k-1) + K_2(k-1)y(k-1),$$

$$\theta_2(k-1) = \theta_1(k-1).$$

其中, $K_2(k-1)$ 和 $R_{r2}(k-1)$ 由式(9)给出, $P_2(k)$ 由式(11)给出.

(3) 计算 $\check{f}(k-1)$:

$$\check{f}(k-1) = B_f^T(k-1)C^T(k)\Delta^{-1}(k)(y(k) - C(k)\theta_2(k)).$$

其中, $\Delta(k)$ 由式(13)给出.

3 算例

考虑系统(1),各参数矩阵分别为

$$A(k) = \begin{bmatrix} 0.6 & 1 & \sin(k) \\ 0 & 0.7e^{-k} & 2 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}, \quad B_f(k) = \begin{bmatrix} -1.1 \\ 1.3 \\ 0.6 \end{bmatrix},$$

$$B_d(k) = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.5 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \quad C(k) = \begin{bmatrix} -1 & 2.4 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}.$$

取 $x(0) = [-0.2 \ 0 \ 0.1]^T$, $\check{x}_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$, $\gamma = 0.7$, P_0 为单位矩阵, $d(k)$ 为方差为 1 的零均值高斯白噪声, $v(k) = [v_1(k) \ v_2(k)]^T$, $v_1(k)$ 和 $v_2(k)$ 都是方差为 1 的零均值高斯白噪声,根据定理 1 可计算故障估计值.图 1 显示了故障信号及其故障估计.可以看出,本文给出的故障估计算法可以达到很好的估计

效果.

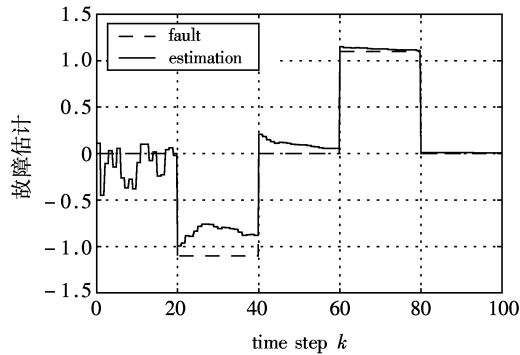


图1 故障信号及其故障估计
Fig.1 Fault signal and fault estimation

4 结束语

本文研究了一类线性离散时变系统的 H_∞ 故障估计问题.应用 Krein 空间白噪声估计理论,得到了 H_∞ 故障估计问题可解的充要条件,给出了基于矩阵 Riccati 方程的故障估计器动态方程.最后算例验证了本文所提方法的有效性.

参考文献:

- [1] CHEN J, PATTON R J. Robust model - based fault diagnosis for dynamic systems[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] DING S X, JEINSCH T, FRANK P M, et al. A unified approach to the optimization of fault detection systems[J]. Int J Adapt Control Signal Process, 2000(14):725-745.
- [3] ZHONG M Y, DING S X, LAM J, et al. An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain systems[J]. Automatica, 2003, 39(3):543-550.
- [4] XU A P, ZHANG Q H. Residual generation for fault diagnosis in linear time-varying systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(5):767-772.
- [5] 刘帅,钟麦英.线性离散时变系统的 H_∞ 故障估计[J]. 山东大学学报:工学版, 2007,37(3):36-40.
LIU Shuai, ZHONG Mai-ying. The H_∞ fault estimation for discrete time-varying systems[J]. Journal of Shandong University:Engineering Science, 2007, 37(3):36-40.
- [6] HASSIBI B, SAYED A H, KAILATH T. Indefinite quadratic estimation and control: a unified approach to H_2 and H_∞ theories[M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1999.
- [7] HASSIBI B, SAYED A H, KAILATH T. Linear estimation in Krein spaces I: theory[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41(1):18-33.
- [8] HASSIBI B, SAYED A H, KAILATH T. Linear estimation in Krein spaces II: applications[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41(1):34-49.
- [9] LU X, ZHANG H S, WANG W, et al. A new approach to H_∞ deconvolution filtering[C]// Proceeding of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, Minnesota: the ACC Press, 2006: 5644-5649.
- [10] LU X, ZHANG H S, WANG W, et al. H_∞ white-noise fixed-lag smoothing for discrete-time systems[C]// Proceeding of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, Minnesota: the ACC Press, 2006: 4477-4482.

(编辑:许力琴)