第35卷 第20期 Vol.35 No.20
计 算 机 工 程 Computer Engineering
2009年10月 October 2009
·博士论文· 文章编号：1000—3428(2009)20—0001—03 文献标识码：A 中图分类号：TP311

基于多目标的随机合作博弈的模糊稳定集

刘天虎[1]，许维胜[2]，吴启迪[2]
(1. 同济大学经济与管理学院，上海 200092；2. 同济大学电子与信息工程学院，上海 200092)

摘 要：利用模糊数学相关理论，针对 n 人随机合作博弈的多重目标的情形，对其模糊特性进行分析，构造多重目标的随机合作博弈模型，进而得到随机合作博弈的区间模糊稳定集。考虑到盟友在合作结束后需要对具体的联盟收益进行分配，应用构造的区间模糊稳定集给出确定的收益分配势值区间。使用实例对该方法的有效性和可行性进行说明。

关键词：多目标；随机合作博弈；模糊稳定集

Fuzzy Stable Set of Stochastic Cooperative Games Based on Multi-objective

LIU Tian-hu[1], XU Wei-sheng[2], WU Qi-di[2]
(1. School of Economics & Management, Tongji University, Shanghai 200092;
2. School of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 200092)

【**Abstract**】This paper analyzes the fuzzy characteristic of multi-objective n person stochastic cooperative games on the basis of relevant theory of fuzzy mathematics, constructs the model of multi-objective stochastic cooperative games and gets its interval-valued fuzzy stable set of stochastic cooperative games. Considering that the concrete benefit distribution can be realized at the end of cooperation, an interval potential value of payoff based on constructed interval-valued fuzzy stable set is proposed. And a practical example is provided to illustrate the validity and feasibility of this method.

【**Key words**】multi-objective; stochastic cooperative games; fuzzy stable set

1 概述

自从1947年Von Neumann引入合作博弈稳定集概念以来，盟友在合作条件下如何分配总收益的问题得到了广泛的研究，在 n 人合作博弈领域，已经有了很多关于博弈解的概念。

1953年Shapley以其独有的思考角度提出了博弈解的定义。而1959年Gillies给出了博弈核的概念，在1972年Schmeidler又进一步给出了核子的相关概念。1980年Aubin提出了随机联盟博弈的概念，指出盟友可以在不同的概率下加入多个联盟，这个概率可用一个介于 $[0,1]$ 之间的模糊数来表达，并用广义梯度来定义这种随机博弈的解。

文献[1]在Aubin的基础上定义了模糊Shapley值，并于1987年研究了具有无限多盟友的随机博弈的核心。针对合作联盟的随机特性，文献[2]提出了随机合作博弈的ZS-值，解决了盟友之间合作意愿存在差异时的博弈解问题。

值得注意的是，以上理论研究的思路是针对特定的联盟且目标单一的情况，而对于随机合作博弈的模糊特性及现实情况下多重目标对博弈的影响方面并未深入研究。但多重目标的随机合作联盟博弈问题已引起人们的重视，特别是在稳定集的求解方面，已为众多学者所关注。

文献[3]利用随机合作博弈理论对多重目标的设计优化过程进行了研究，提出了可行的稳定集。文献[4]对于随机合作博弈的核心及稳定集进行了系统分析，为模糊集理论的研究奠定了基础。本文在此基础上建立了多重目标的随机合作博弈模型，并得到了随机合作博弈的区间模糊稳定集。

2 随机合作博弈基本概念

2.1 随机合作博弈

定义1 设 $I=\{1,2,\cdots,m\}$，$[0,1]^n=[0,1]\times[0,1]\times\cdots\times[0,1]$，$\tilde{v}$ 是定义在 $[0,1]^n$ 上的函数。若它满足 $\tilde{v}(0)=0$，其中，$0=(0,0,\cdots,0)$，则称 $\tilde{v}$ 为特征函数，而称 $([0,1]^n,\tilde{v})$ 是以 I 为盟友集合的 n 人随机合作博弈，简称 $\tilde{v}$ 为随机合作博弈[5]。假如有 $\varepsilon\in[0,1]^n$，则称 ε 的第 i 个分量 ε_i 为盟友 i 参加随机联盟的概率。

定义2 设 $\tilde{v}$ 为随机合作博弈，$\varepsilon\in[0,1]^n$，令 $\varepsilon|i=(0,0,\cdots,\varepsilon_i,0,\cdots,0)$，$\varphi=(1,1,\cdots,1)\in[0,1]^n$，则称以下集合为合作博弈 $\tilde{v}$ 的模糊分配集：

$$\xi(\tilde{v})=\left\{\xi':\xi'\in R^n,\sum_{i\in I}\xi'_i=\tilde{v}(\varphi),\ \varepsilon_i\xi'_i\geq\tilde{v}(\varepsilon|i),\forall\varepsilon\in[0,1]^n\right\}$$

定义3 假设 $\xi',\xi''\in\xi(\tilde{v})$，如果存在一个随机合作联盟的 $\varepsilon\in[0,1]^n$，$\varepsilon\neq0$，使得 $\xi'_i>\xi''_i$，$i\in Q(\varepsilon)$，且有 $\tilde{v}(\varepsilon)\geq\sum_{i\in Q(\varepsilon)}\varepsilon_i\xi'_i$，则称 ξ' 通过 ε 模糊优超 ξ''，记为 $\xi'\succ\xi''$，其中，$Q(\varepsilon)=\{i:\varepsilon_i\neq0,i\in I\}$。对于 $\forall\xi'\in\xi(v)$ 和 $G\subseteq\tilde{v}(\varepsilon)$，则有

$$Dom(\xi')=\{\xi'':\xi''\in\xi(\tilde{v}),\xi'\succ\xi''\},\ Dom(G)=\bigcup_{\xi'\in G}Dom(\xi')$$

基金项目：国家“973”计划基金资助项目(2002CB312200)
作者简介：刘天虎(1974－)，男，博士研究生，主研方向：管理系统，管理工程；许维胜、吴启迪，教授、博士生导师
收稿日期：2009-03-20 **E-mail**：liutianhu@163.net

定义 4 设 $\tilde{v}$ 为随机合作博弈，如果 $\xi(\tilde{v})$ 的非空子集 F 满足：(1) $F \cap Dom(F) = \Phi$；(2) $F \cup Dom(F) = \xi(\tilde{v})$，则称 F 是 $\tilde{v}$ 的一个模糊稳定集，记作 $F(\tilde{v})$。

定义 5 假设 $Q_1, Q_2, \cdots, Q_m$ 是 m 个非空集合，且满足：$Q_i \cap Q_j = \Phi, i \ne j,\ q_i = |Q_i|,\ i = 1,2,\cdots,m$，而 m 个随机合作博弈分别记为 $\left([0,1]^{n_1}, \tilde{v}_1\right)$，$\left([0,1]^{n_2}, \tilde{v}_2\right), \cdots$，$\left([0,1]^{n_m}, \tilde{v}_m\right)$。令 $Q = \bigcup_{i=1}^{m} Q_i,\ q = |Q|$，则称 $\left([0,1]^{n}, \tilde{v}\right)$ 是 $\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \cdots, \tilde{v}_m$ 的凸随机合作博弈，记作 $\tilde{v} = \sum_{i=1}^{m} \rho_i \tilde{v}_i$。其中，$0 < \rho_i < 1$，且有 $\sum_{i=1}^{m} \rho_i = 1$。

2.2 多目标的随机合作博弈

假设多重目标条件下 n 人随机合作博弈用 $\tilde{v}$ 表示，任意目标 $OB_i(i = 1,2,\cdots m)$ 下的所有 $\tilde{v}_i = [\tilde{v}_i', \tilde{v}_i'']$ 的集合记为 $H(\tilde{v}_i) = \left[H(\tilde{v}_i'), H(\tilde{v}_i'')\right]$，关于所有目标下所有 $\tilde{v}_i = [\tilde{v}_i', \tilde{v}_i'']$ 的集合为：$H(\tilde{v}) = \left\{H(\tilde{v}_1), H(\tilde{v}_2), \cdots, H(\tilde{v}_m)\right\}$。

定义 6 如果博弈 $\tilde{v}_i = [\tilde{v}_i', \tilde{v}_i'']$ 满足超可加性，则称该博弈 $\tilde{v}_i$ 为真博弈，否则称为非真博弈[6]。

定义 7 如果对于任意目标 $OB_i(i = 1,2,\cdots,m)$，博弈 $\tilde{v}_i = [\tilde{v}_i', \tilde{v}_i'']$ 只取值 1 或 0，且对任意 $M \subset Q,\ M, Q \in 2^n$，有：$\tilde{v}_i(M) \le \tilde{v}_i(Q) = 1$，$\tilde{v}_i(\{C\}) = 0,\ C \in Q$，则称该合作博弈为多重目标的简单博弈。

在任意目标 $OB_i(i = 1,2,\cdots,m)$ 下，Q 上所有的多重目标简单合作博弈的全体构成的集合记作 $M(Q_i), i = 1,2,\cdots,m$，关于所有目标的汇总集合记作：$M(Q) = \{M(Q_1), M(Q_2), \cdots, M(Q_m)\}$。

定义 8 针对任意目标 $OB_i(i = 1,2,\cdots,m)$，M 为任意一个合作联盟，假定在多重目标的简单合作博弈中都有：$\tilde{v}_i(M) = 1,\ \tilde{v}_i(M - \{j\}) = 0$，则称 M 为盟友 j 的一个摆盟。

定义 9 针对任意目标 $OB_i(i = 1,2,\cdots,m)$，如果对于任意的合作联盟 $M \in 2^n - \{\Phi\}$，都有：$\tilde{v}_M{}^*(\Gamma) = 1, (M \subset \Gamma)$，$\tilde{v}_M{}^*(\Gamma) = 0, (M \not\subset \Gamma)$，则称 $\tilde{v}_M{}^*(\Gamma)$ 为联盟 M 关于目标 OB_i 的截口博弈。

随机合作联盟的形成往往与时间有关，一个联盟在时刻 t_0 不能形成，但在时刻 $t_i, t_i \ne t_0$ 则可能形成。因此，在合作联盟形成的过程中，通常情况下其形成概率是不同的，即在不同的时刻 t_i，合作联盟 Γ 的形成概率是不一定相同的。

定义 10 假定 $P_{ij}{}^*(\Gamma, t_0)$ 表示在时刻 t_0 随机合作联盟 Γ 的组成概率，而 $p_{ij}(t_0), j \in \Gamma$ 表示盟友在时刻 t_0 对随机合作联盟的隶属概率，对于任意目标 $OB_i(i = 1,2,\cdots,m)$ 而言，则有以下等式成立：$P_{ij}{}^*(\Gamma, t_0) = \prod_{j \in \Gamma} p_{ij}(t_0)$。

3 多目标随机合作博弈的区间模糊稳定集

定义 11 假如 $H(\tilde{v}_i)$ 到 R^n 上的一个映射 F_i 同时满足以下 2 条公理，则称 F_i 是随机合作博弈 $\tilde{v}_i = [\tilde{v}_i', \tilde{v}_i'']$ 的一个模糊稳定集，记作 $F_i(\tilde{v}_i)$，$F_i(\tilde{v}_i)$ 可用区间值表示为 $\left[F_i(\tilde{v}_i'), F_i(\tilde{v}_i'')\right]$。

$ZS_1{}^*$ 公理：令 F_i 是 $H(\tilde{v}_i)$ 到 R^n 上的一个映射，对任意的盟友 $j \in \Gamma \subset 2^n - \{\Phi\}$，有

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in \Gamma \subset M \subseteq Q} (-1)^{|M|-|\Gamma|} F_{ij}(\tilde{v}_M{}^*) = P_{ij}{}^*(\Gamma, t_0),\ F_{ij}(\tilde{v}_M{}^*) = 0, i \notin M$$

$ZS_2{}^*$ 公理：假如 $\tilde{v}_1 = [\tilde{v}_1', \tilde{v}_1'']$ 和 $\tilde{v}_2 = [\tilde{v}_2', \tilde{v}_2'']$ 是 $H(\tilde{v}_i)$ 中的任意 2 个随机合作博弈，则有

$$F_{ij}(\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2) = F_{ij}(\tilde{v}_1) + F_{ij}(\tilde{v}_2)$$

定理 1 对于任意 $i = 1,2,\cdots,m$，都存在唯一一个满足区间模糊稳定集的映射 $F_i : H(\tilde{v}_i) \to R^n$，则有

$$F_{ij}(\tilde{v}_i) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in \Gamma \subseteq Q} P_{ij}{}^*(\Gamma, t_0)\left(\tilde{v}_i(\Gamma) - \tilde{v}_i(\Gamma - \{j\})\right)$$

而 $F_{ij}(\tilde{v}_i)$ 的区间值表示为 $F_{ij}(\tilde{v}_i) = \left[F_{ij}(\tilde{v}_i'), F_{ij}(\tilde{v}_i'')\right]$，其下限值 $F_{ij}(\tilde{v}_i')$ 及上限值 $F_{ij}(\tilde{v}_i'')$ 的表达式如下：

$$F_{ij}(\tilde{v}_i') = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in \Gamma \subseteq Q} P_{ij}{}^*(\Gamma, t_0)\left(\tilde{v}_i'(\Gamma) - \tilde{v}_i'(\Gamma - \{j\})\right)$$

$$F_{ij}(\tilde{v}_i'') = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in \Gamma \subseteq Q} P_{ij}{}^*(\Gamma, t_0)\left(\tilde{v}_i''(\Gamma) - \tilde{v}_i''(\Gamma - \{j\})\right)$$

而任一目标下的区间模糊稳定集的集合可表示为

$$F_i(\tilde{v}_i) = \left\{F_{i1}(\tilde{v}_i), F_{i2}(\tilde{v}_i), \cdots, F_{iQ}(\tilde{v}_i)\right\} =$$
$$\left\{\left[F_{i1}(\tilde{v}_i'), F_{i1}(\tilde{v}_i'')\right], \left[F_{i2}(\tilde{v}_i'), F_{i2}(\tilde{v}_i'')\right], \cdots, \left[F_{iQ}(\tilde{v}_i'), F_{iQ}(\tilde{v}_i'')\right]\right\}$$

引理 1 对于任意的盟友 $j \in \Gamma \subseteq Q$，有

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in \Gamma \subset M \subseteq Q} (-1)^{|M|-|\Gamma|} z_{ijM} = P_{ij}{}^*(\Gamma, t_0), j \in \Gamma$$

是一个以 z_{ijM} 为未知量的 $\sum_{M=t}^{n} \binom{n-t}{M-t} = 2^{n-t}$ 元线性方程，且构成的方程组有唯一一解。

引理 2 对于 $\tilde{v}_i = [\tilde{v}_i', \tilde{v}_i''] \in H(\tilde{v}_i)$，存在 $2^n - 1$ 个实数 λ_M，$M \in 2^n,\ M \ne \Phi$，使得下式成立：$\sum_{i=1}^{m} \tilde{v}_i = \sum_{i=1}^{m} \sum_{M \subseteq Q} \lambda_M \tilde{v}_M{}^*$。其中，$\lambda_M = \sum_{\Gamma \subset M} (-1)^{|M|-|\Gamma|} \tilde{v}_i(\Gamma)$。

定理 2 对于任意不同的权重向量 $(\omega_{1j}, \omega_{2j}, \cdots, \omega_{mj})^{\mathrm{T}}$，$i = 1,2,\cdots,m$，且满足条件 $\omega_{ij} \ge 0,\ \sum_{i=1}^{m} \omega_{ij} = 1$，则 $F_j(\tilde{v}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in \Gamma \subset M \subseteq Q} \omega_{ij} F_{ij}(\tilde{v}_i)$ 为盟友 j 在多重目标下随机合作博弈的区间模糊稳定集。令

$$F(\tilde{v}) = \left\{F_1(\tilde{v}), F_2(\tilde{v}), \cdots, F_Q(\tilde{v})\right\} =$$
$$\left\{\left[F_1(\tilde{v}'), F_1(\tilde{v}'')\right], \left[F_2(\tilde{v}'), F_2(\tilde{v}'')\right], \cdots, \left[F_Q(\tilde{v}'), F_Q(\tilde{v}'')\right]\right\}$$

则 $F(\tilde{v})$ 为所有盟友在多重目标下随机合作博弈的区间模糊稳定集。

4 动态联盟收益分配中的应用

假设有 a_1, a_2, a_3 3 家汽车企业考虑合作对一个新型的混合动力轿车的发动机项目进行研发，现有以下 5 个目标：材料消耗(OB_1)，工作能效(OB_2)，使用寿命(OB_3)，废气减排(OB_4)，流程优化(OB_5)，要求在这 5 个目标 $OB_i(i = 1,2,\cdots,5)$ 下使 3 家汽车企业的支付配置处于一种最优状态。据此建立博弈模型，假定为了保证项目的顺利完成，任何一家机构单独运作的都无法完成任务，为了保证在合同期内完成混合动力轿车的发动机项目的研发，必须与其他盟友结成合作联盟共同开展研究。假定各种目标及结盟下的特征函数的取值区间如表 1 所示。

表 1 5 重目标下随机合作博弈的特征函数的取值区间

博弈	$\{a_1\}$	$\{a_2\}$	$\{a_3\}$	$\{a_1,a_2\}$	$\{a_1,a_3\}$	$\{a_2,a_3\}$	$\{a_1,a_2,a_3\}$
$\tilde{v}_1$	[20,24]	[30,32]	[25,28]	[60,68]	[90,95]	[80,87]	[100,109]
$\tilde{v}_2$	[25,27]	[30,37]	[40,45]	[70,76]	[80,88]	[90,96]	[120,129]
$\tilde{v}_3$	[10,13]	[20,27]	[15,19]	[60,67]	[50,56]	[40,47]	[80,87]
$\tilde{v}_4$	[15,17]	[15,19]	[20,26]	[70,75]	[60,66]	[80,86]	[110,118]
$\tilde{v}_5$	[10,12]	[20,25]	[15,18]	[50,55]	[40,46]	[60,69]	[90,97]

在这 5 个目标 $OB_i\left(i=1,2,\cdots,5\right)$ 条件下，3 位盟友愿意加入各个联盟的概率如表 2 所示。

表 2　5 重目标下盟友加入各个联盟的概率分布

目标	概率	$\{a_1\}$	$\{a_2\}$	$\{a_3\}$	$\{a_1,a_2\}$	$\{a_1,a_3\}$	$\{a_2,a_3\}$	$\{a_1,a_2,a_3\}$
	p_{11}	0.1	0	0	0.25	0.35	0	0.3
OB_1	p_{12}	0	0.15	0	0.15	0	0.25	0.35
	p_{13}	0	0	0.2	0	0.25	0.35	0.20
	p_{21}	0.15	0	0	0.15	0.2	0	0.5
OB_2	p_{22}	0	0.2	0	0.25	0	0.25	0.3
	p_{23}	0	0	0.1	0	0.3	0.25	0.35
	p_{31}	0.2	0	0	0.3	0.2	0	0.3
OB_3	p_{32}	0	0.1	0	0.15	0	0.35	0.4
	p_{33}	0	0	0.1	0	0.35	0.35	0.2
	p_{41}	0.1	0	0	0.25	0.25	0	0.4
OB_4	p_{42}	0	0.1	0	0.45	0	0.15	0.3
	p_{43}	0	0	0.15	0	0.25	0.45	0.15
	p_{51}	0.15	0	0	0.35	0.25	0	0.25
OB_5	p_{52}	0	0.15	0	0.3	0	0.25	0.3
	p_{53}	0	0	0.1	0	0.45	0.3	0.15

同时假定 a_1,a_2,a_3　3 位盟友对 5 个目标 $OB_i\left(i=1,2,\cdots,5\right)$ 分别给予的权重评定如表 3 所示。

表 3　5 重目标的权重评定表

权重	材料消耗 (OB_1)	工作能效 (OB_2)	使用寿命 (OB_3)	废气减排 (OB_4)	流程优化 (OB_5)
$\omega_{i1}\ \{a_1\}$	0.25	0.25	0.15	0.15	0.20
$\omega_{i2}\ \{a_2\}$	0.15	0.35	0.10	0.25	0.15
$\omega_{i3}\ \{a_3\}$	0.10	0.25	0.25	0.15	0.25

根据定义 10 的公式，可以求得 $P_{ij}^*\left(\varGamma,t_0\right)$ 如表 4 所示。

表 4　5 重目标下随机合作博弈的隶属概率分布

概率	$\{a_1\}$	$\{a_2\}$	$\{a_3\}$	$\{a_1,a_2\}$	$\{a_1,a_3\}$	$\{a_2,a_3\}$	$\{a_1,a_2,a_3\}$
P_1^*	0.1	0.15	0.2	0.037 5	0.087 5	0.087 5	0.021
P_2^*	0.15	0.2	0.1	0.037 5	0.06	0.062 5	0.052 5
P_3^*	0.2	0.1	0.1	0.045	0.07	0.122 5	0.024
P_4^*	0.1	0.1	0.15	0.112 5	0.062 5	0.067 5	0.018
P_5^*	0.15	0.15	0.1	0.105	0.112 5	0.075	0.011 25

再由定理 1 的公式，可以计算出 $F_{ij}\left(\tilde{v}_i\right)$ 如表 5 所示。

表 5　5 重目标下随机合作博弈的模糊稳定集分布区间

模糊稳定集	材料消耗 (OB_1)	工作能效 (OB_2)	使用寿命 (OB_3)	废气减排 (OB_4)	流程优化 (OB_5)
$F_{i1}\left(\tilde{v}_i\right)$	[9.232 5, 10.074 5]	[9.225, 9.825]	[7.21, 7.95]	[10.727 5, 11.076]	[6.301 5, 8.415]
$F_{i2}\left(\tilde{v}_i\right)$	[11.022 5, 11.906 5]	[12.912 5, 14.577 5]	[8.032 5, 9.304]	[12.687 5, 13.411]	[11.137 5, 12.663 8]
$F_{i3}\left(\tilde{v}_i\right)$	[16.34, 17.486]	[13.675, 14.63]	[7.23, 7.84]	[11.28, 12.259]	[8.325, 9.397 5]

由于考虑权重因素，可根据定理 2 的公式计算出基于目标偏好修正的区间模糊稳定集如下：

$$F_1\left(\tilde{v}\right)=\left[F_1\left(\tilde{v}'\right),F_1\left(\tilde{v}''\right)\right]=\left[8.565\ 3,\ 9.511\ 8\right]$$

$$F_2\left(\tilde{v}\right)=\left[F_2\left(\tilde{v}'\right),F_2\left(\tilde{v}''\right)\right]=\left[11.818\ 5,\ 13.070\ 8\right]$$

$$F_3\left(\tilde{v}\right)=\left[F_3\left(\tilde{v}'\right),F_3\left(\tilde{v}''\right)\right]=\left[10.633\ 5,\ 11.554\ 3\right]$$

通过以上计算可知：a_1,a_2,a_3　3 家汽车公司在 5 重目标下随机合作博弈的区间模糊稳定集为

$$F\left(\tilde{v}\right)=\left\{F_1\left(\tilde{v}\right),F_2\left(\tilde{v}\right),F_3\left(\tilde{v}\right)\right\}=\left\{\left[8.565\ 3,\ 9.511\ 8\right],\left[11.818\ 5,\ 13.070\ 8\right],\left[10.633\ 5,\ 11.554\ 3\right]\right\}$$

从中可以看出 a_2 所获取的模糊稳定集的势值区间最大。如果 3 位盟友 a_1,a_2,a_3 都是乐观主义者，在大联盟 $\{a_1,a_2,a_3\}$ 合作结束时，a_1 的收益分配势值可达到 9.511 8，a_2 的收益分配势值可达到 13.070 8，a_3 的收益分配势值可达到 11.554 3，可见 $a_2>a_3>a_1$，即：a_2 在合作结束后的收益分配比例最高。

5　结束语

本文针对多目标下的随机合作博弈问题，通过引入模糊数学的分析方法，对多重目标下的随机合作博弈的区间模糊稳定集进行了研究，并得到了可行的收益分配比例区间值。与其他方法相比，该方法满足了决策者在信息不确定条件下的模糊决策需求，特别是在企业动态联盟的合作伙伴的收益分配方面提供了新的思路。该研究结果在一定程度上解决了随机合作博弈的解的结构性问题，扩展了模糊理论的应用范围。有关随机合作博弈的模糊信息的集成及识别模式、模糊控制、模糊数据挖掘等其他领域还有待于研究和探索。

参考文献

[1] Butnariu D. Values and Cores of Fuzzy Games with Infinitely Many Players[J]. International Journal of Game Theory, 1987, 16(1): 43-68.

[2] Zhang Shengkai, Gong Xinglong. ZS-value for Random Coalition Games[J]. Chinese Science Bulletin, 1989, 34(15): 1236-1242.

[3] Dhingra A K, Rao S S. A Cooperative Fuzzy Game Theoretic Approach to Multiple Objective Design Optimization[J]. European Journal of Operational Research, 1995, 83(2): 547-567.

[4] Tijs S, Branzei R, Ishihara S, et al. On Cores and Stable Sets for Fuzzy Games[J]. Fuzzy Set and Systems, 2004, 146(2): 285-296.

[5] Branzei R, Dimitrov D, Tijs S. Convex Fuzzy Games and Participation Monotonic Allocation Schemes[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 139(2): 267-281.

[6] Espin R, Fernandez E, Mazcorro G, et al. A Fuzzy Approach to Cooperative *n*-person Games[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 176(3): 1735-1751.

编辑　顾逸斐