

文章编号 :0253-9721(2007)05-0070-04

# 三维四向编织复合材料刚度的细观力学设计

孙颖<sup>1</sup>, 李嘉禄<sup>1</sup>, 亢一澜<sup>2</sup>, 陈利<sup>1</sup>

(1. 天津工业大学 复合材料研究所, 天津 300160; 2. 天津大学 机械学院, 天津 300072)

**摘 要** 为了实现工程应用中三维编织复合材料的灵活设计,合理优化纤维束结构参数使得三维编织复合材料宏观刚度达到要求。基于非连续介质力学方法建立桁架结构单胞模型,采用有限元法预估复合材料的有效弹性模量,以材料质量最轻和刚度要求为目标,选用遗传算法优化细观结构参数。对纱线线密度和编织节距长度的优化结果验证,实验表明,桁架单胞模型结合遗传算法可以为满足弹性性能要求的三维编织复合材料快速地找到最优的细观结构参数。

**关键词** 三维编织; 纺织复合材料; 刚度; 细观力学; 遗传算法

中图分类号:TS105.47 文献标识码:A

## Stiffness optimization of 3-D braided composites with micromechanical method

SUN Ying<sup>1</sup>, LI Jialu<sup>1</sup>, KANG Yilan<sup>2</sup>, CHEN Li<sup>1</sup>

(1. Institute of Advanced Textile Composites, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China;

2. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract** To realize the tailor ability of 3-D braided composites for applications, the microstructure parameters of 3-D braided composites are optimized to meet the need of macro stiffness property based on the micromechanics methodology. The truss model of unit cell is developed based on non-continuum mechanics, and finite element method is utilized to predict the effective elastic modulus of composites. With weight minimum and stiffness requirements as the objective, the genetic algorithm is used in the optimization of microstructure parameters of the composites. The comparisons between the computational and experimental results show that the combination of the truss model of unit cell and genetic algorithm can easily find out optimal microstructure parameters to satisfy the elastic requirements of 3-D braided composites. Here the microstructure parameters include the yarn linear density and the pitch length.

**Key words** 3-D braided; textile composites; stiffness; micromechanics; genetic algorithm

三维编织复合材料是由三维编织预制件增强的一种新型的复合材料<sup>[1]</sup>,作为纺织复合材料的重要成员,具有良好的综合性能,最重要的是纤维束构成的近似空间网格状的细观结构使材料设计灵活。复合材料设计一般从经验和定性的初步设计开始,经过大量实验分析、数值模拟等研究工作,逐步将其设计参数量化或半量化,由此再上升到复合材料的拓扑优化设计。

本文基于细观非连续介质力学的方法,选取能

基本真实地反映出复合材料中纤维就位性的空间桁架单胞模型,采用有限元法分析细观结构参数对宏观刚度性能的影响,通过二进制编码的简单遗传算法,实现对离散的纱线线密度和连续的节距长度的优化,在优化过程中不断调用桁架模型的有限元计算进行刚度的评价分析,最终使得三维编织复合材料质量最轻又能够满足刚度设计的要求。本文也为三维多向编织复合材料刚度和强度的拓扑优化设计工作打下基础。

收稿日期:2006-05-09 修回日期:2006-10-17

基金项目:新世纪优秀人才支持计划项目(NCET050254)

作者简介:孙颖(1974—),女,讲师,博士。主要研究领域为纺织复合材料性能分析、评价与预测。E-mail:sunying@tjpu.edu.cn。

## 1 刚度预测模型

根据分析模型中单胞简化的理论基础及特点,具有代表性的细观力学模型可以分为连续介质力学模型和非连续介质力学模型两大类。连续介质模型的研究方法包括基于闭式解的解析法和基于有限元分析的数值法。Ma 等人最早提出的“fiber inclination model”<sup>[2]</sup>和 Ko 采用的局部逐点刚度平均法<sup>[3]</sup>属于解析法。陈利等人提出的“finite multiphase element method”<sup>[4]</sup>和 Sun 等人对均匀化理论与有限元法相结合开展的探索<sup>[5]</sup>属于数值法。与连续介质力学模型中用有效连续介质的性质代替材料的方法不同,非连续介质力学模型是用赋予模型的代表性结构代替原材料,即用离散的弹性杆、梁组成的结构来代替连续介质。Lei 等人最先提出的“space frame model”<sup>[6]</sup>和 Sun 等人提出用数字单元和多链数字单元的概念研究复合材料的方法<sup>[7]</sup>都属于非连续介质力学模型的范畴。

以上很多模型的预测结果均表明:随着载荷的增加,三维编织复合材料泊松比略微下降并且表现出的非线性应力应变关系显示了纱线排列或交织的效应,这种表现与桁架结构形式类似。加之综合考虑模型预测结果的准确性和计算效率等因素,本文基于空间桁架单胞模型,采用有限元位移法预测三维编织复合材料的弹性模量。图 1 给出桁架结构单胞模型以及用有限元法分析计算的单元和节点编号情况。假设 4 根编织纱作为单向复合材料杆单元占据六面体单胞模型的对角线,树脂基体作为杆单元连结纱线杆的两端。单元 ①~④ 表示单向复合材料单元,(5)~(16) 表示基体单元,这是一个 8 节点、16 杆单元的桁架模型。图中给出计算等效轴向弹性模量时施加的位移边界条件,即上端面节点固定,下端面节点施加产生单位应变的位移( $\Delta x$ )。

## 2 优化模型

考虑到将复合材料替代传统材料应用于承载构件的基本前提就是复合材料质量轻且性能优越。内部编织角和纤维体积含量是三维编织复合材料的重要细观结构参数,它们可以用纱线的线密度和节矩长度表示;三维编织复合材料的横向弹性性能主要是受基体材料的控制,对细观结构参数的敏感程度不及轴向弹性模量,因此,在保证复合材料质量最小

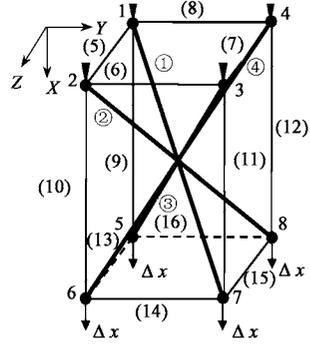


图 1 桁架单胞模型

Fig. 1 Boundary conditions and geometry of the unit cell

的前提下,对纱线线密度和节矩长度进行优化,使复合材料满足轴向弹性模量的下限要求。优化设计问题用数学语言表达为

To minimize

$$W(A, x) = \sum_{i=1}^m \rho A_i \left| \sum_{j=1}^3 (x_{ij}^a - x_{ij}^b)^2 \right|^{1/2} \quad (1)$$

Subject to

$$E_{x_{\text{bound}}} - E_x \leq 0 \quad (2)$$

式中,目标函数  $W$  是单胞的总质量,  $\rho$  是纱线或基体的体积密度,  $A$  是单元的横截面积,由纱线的线密度计算得到;  $x_{ij}^a$  ( $x_{ij}^b$ ) 是第  $i$  个单元节点  $a$  ( $b$ ) 的  $j$  方向坐标;  $m$  表示单元总数,单元(9)~(12)的长度就是节矩长度。式(2)体现了轴向弹性模量  $E_x$  要达到最低限  $E_{x_{\text{bound}}}$  的约束要求。纱线要从纱线规格手册查选,纱线线密度是离散的。在复合材料制作过程中节矩长度是可以实现连续变化的。单胞的质量是杆元面积和节点坐标的非线性函数,约束条件也是设计变量的非线性函数。这是一个离散设计变量和连续设计变量混合的非线性约束优化问题。针对优化问题的特点,选用遗传算法进行细观结构参数的优选。

## 3 遗传算法的实现

大量桁架结构最优化设计的研究结果表明,遗传算法可以取得满意的效果。图 2 给出用 MatLab 语言编写的优化设计程序框图。选择合适的种群规模,从搜索空间中随机生成初始种群开始,随机选取个体,对二进制编码的个体进行解码,通过计算适应度函数(目标函数)评价每个染色体的适应值。这里采用空间桁架有限元分析法来预估轴向弹性模量的可能解,引入惩罚项处理轴向弹性模量的不等式约

束。遗传算法的目标函数  $F$  表示为

$$F(A, x) = W(A, x) + e^{\delta_{E_x}} \quad (3)$$

式中,  $W$  是单胞的质量,  $\delta_{E_x}$  是轴向弹性模量  $E_x$  和下

限  $E_{xbound}$  之间的绝对偏差,  $\delta_{E_x} = \left| \frac{E_x - E_{xbound}}{E_{xbound}} \right|$ ,  $e^{\delta_{E_x}}$

是静态惩罚函数项。

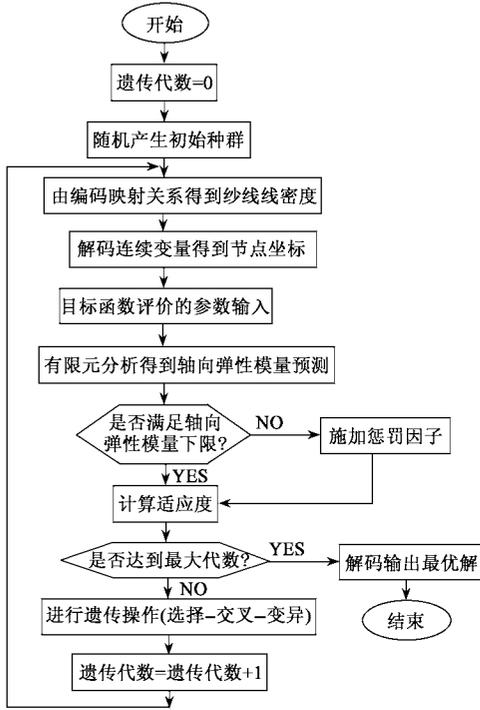


图 2 主程序流程图

Fig.2 Flowchart of main program

通过 3 个基本遗传操作——选择、交叉和变异顺序作用于当前代的个体上,产生新一代种群。而后,将个体按照适应度高低重新排序,继续上述操作,反复循环,从而产生较好满足轴向弹性模量的约束条件,且目标函数为质量越来越小的纱线线密度和节距长度的最优值。这里选择基本的二进制编码,将 2 个变量(纱线线密度和节点坐标)编码成有限长度的子串( $\lambda_1, \lambda_2$ ),这 2 个子串头尾相接形成一个个体。在进行目标函数的评价并找到最优个体时,个体要被解码成相应的物理参数。

作为离散变量的纱线线密度,编码的字符串长度取决于离散取值的个数,即  $2^{\lambda_1}$  是离散值的个数。长度为  $\lambda_1$  的子串可以解码成介于  $[0, 2^{\lambda_1}]$  之间的无符号十进制整数,无符号整数映射到备选规格中一个离散的物理参数。表 1 给出子串长度为 3 的位串与纱线线密度之间的映射关系。作为连续变量的节点坐标,对子串编码长度的要求是  $\lambda_2 \geq \lceil \lg[(x^u -$

$x^l)/\varepsilon] \rceil$ , 其中的  $x^u$  和  $x^l$  分别是节点坐标变化的上下限,  $\varepsilon$  是计算要求达到的精度,因此,一个个体的位串长度为  $(\lambda_1 + \lambda_2)$ 。

表 1 二进制字符串与纱线线密度的映射关系

Tab.1 Mapping relationships between binary system strings and

linear density of T 300 carbon fiber

子串	无符号整数	规格	线密度/tex
000	0	3 K	200
001	1	6 K	400
010	2	7 K	470
011	3	8 K	530
100	4	9 K	600
101	5	10 K	670
110	6	11 K	730
111	7	12 K	800

## 4 优化结果与实验验证

作为应用,选用 T 300 碳纤维的纵向弹性模量为 230 GPa,体积密度为  $1\ 760\ \text{kg}/\text{m}^3$ ;环氧树脂的弹性模量为 3.5 GPa,密度为  $1\ 170\ \text{kg}/\text{m}^3$ ,复合材料的纤维体积含量为 50%。以轴向弹性模量下限分别取 60、70、80 GPa 为例,优选出三维编织复合材料的纱线线密度和节距长度。遗传算法的输入参数见表 2。可以通过优选纱线的线密度和节距长度实现复合材料刚度的下限要求,同时使复合材料的质量达到最小。

表 2 遗传算法输入参数

Tab.2 Input data for genetic algorithm

变量数	种群大小	$\lambda_1$	$\lambda_2$	单点交叉概率	均匀变异概率	最大代数
2	30	3	7	0.6	0.01	60

表 3 微观结构参数的优化结果与实测验证

Tab.3 Optimal results of microstructure

parameters and testing results

弹性模量下限/GPa	收敛代数/代	单胞质量/ $\times 10^{-5}\ \text{kg}$	纱线线密度/tex	节距长度/mm	弹性模量实测值/GPa
60	30	8.33	0.23	7.2	58.63
70	35	9.16	0.23	7.9	69.12
80	32	9.70	0.34	9.2	77.23

表 3 给出满足 3 组轴向弹性模量下限要求时,纱线线密度和节距长度的设计结果。同时,按照参数设计结果编织预制件,采用 RTM 进行复合固化,在岛津万能试验机上进行基本的拉伸测试,弹性模量的实测值与下限要求吻合较好。从应用的角度讲,遗传算法结合桁架有限元模型的优化计算可以

快速找到合适的细观结构参数。此外,当轴向弹性模量目标增大,节距长度和纱线线密度都随之增加,正是因为节距长度增大导致内部编织角减小,节距长度的变化大于纱线线密度的变化。这一点和文献[8]得出的内部编织角越小三维编织复合材料的轴向弹性模量越大的结论是一致的。

## 5 结束语

针对多向纤维束构成的近似空间网格状细观结构能使三维编织复合材料的设计灵活。本文将空间桁架单胞模型和遗传算法相结合,完成了三维编织复合材料刚度的细观结构参数优化,所得优化结果经实验验证是可靠的,为三维多向编织复合材料刚度和强度的细观拓扑结构优化奠定了基础。 FZXB

### 参考文献:

- [ 1 ] 万振凯,李静东.三维编织复合材料压缩损伤声发射特性分析[J].纺织学报,2006,27(2):20-24.
- [ 2 ] Ma C L. Elastic stiffness of three dimensional braided textile structural composites [ C ]// Yang J M, Chou T W, Whitney J M, et al. Composite Materials: Testing and Design ( 7<sup>th</sup> Conference ). Philadelphia: American Society for Testing and Material, 1986:404 - 421 .
- [ 3 ] Ko F K. Elastic stiffness of three dimensional braided textile structural composites [ C ]// Whitney J M. Composite Material: Testing and Design ( 7<sup>th</sup> Conference ). Philadelphia: American Society for Testing and Material, 1986:392 - 403 .
- [ 4 ] Chen Li, Tao X M, Choy C L. Mechanical analysis of 3-D braided composites by the multiphase element method [ J ]. Composites Science and Technology,1999,59(16):2383 - 2391 .
- [ 5 ] Sun H Y, Sheng L D, Zhang Nong, et al. Micromechanics of braided composites via multivariable FEM [ J ]. Computers and Structures,2003,81(20):2021 - 2027 .
- [ 6 ] Lei S C, Cai Y J, Ko F K. Finite element analysis of 3-D braided composites [ J ]. Advances in Engineering Software, 1992,14(2):187 - 194 .
- [ 7 ] Zhou G M, Sun X K, Wang Y Q. Multichain digital element analysis in textile mechanics [ J ]. Composites Science and Technology,2004,64(2):239 - 244 .
- [ 8 ] Mohajerjasbi S. Structure and mechanical properties of 3-D braided composites [ D ]. Philadelphia: Drexel University, 1993 .