

基于连续比例因子的冗余度机器人梯度投影算法

孙奎¹, 谢宗武¹, 黄剑斌¹, 刘宏^{1,2}

(1. 哈尔滨工业大学机器人研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 德国宇航中心机器人及机电一体化研究所, 德国, 慕尼黑)

摘要:分析了冗余度机器人梯度投影法的研究现状, 阐述了齐次解的比例因子的作用及其选择方法, 提出了一种实时连续变化的比例因子计算方法。通过计算机仿真将所提出的逆运动学解方案同两个典型方案进行了比较。仿真结果表明, 所提出的连续比例因子算法可以使机器人各关节角、角速度和角加速度的变化更加平滑和连续, 克服了两种传统梯度投影法的缺陷。最后利用4自由度机械臂进行了实验, 证明了算法的有效性。

关键词:自动控制技术; 冗余度机器人; 梯度投影法; 比例因子

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5497(2009)05-1257-05

Gradient projection method of kinematic redundant manipulator based on continuous scale factor

SUN Kui¹, XIE Zong-wu¹, HUANG Jian-bin¹, LIU Hong^{1,2}

(1. Robot Research Institute, Harbin Institute of Technology, Heilongjiang, Harbin, 150080, China; 2. Institute of Robotics and Mechatronics, German Aerospace Center, DLR, 82230 Wessling, Germany)

Abstract: The status of gradient projection method of redundant manipulator is analysed, the effect and selection methods of the scale factor of the homogeneous solution is expatiated. A new method to calculate the scale factor is proposed which will make it changed continuously in real time. Computer simulation has been conducted to compare the new scheme with the other two typical ones, the results show that the new algorithm with the continuous scale factor can make the joints angle, joints velocity and joints acceleration of the manipulator more smoothly and continuously, it also can overcome the shortcoming of two traditional gradient projection methods. Experiment results with a 4 DOF manipulator verify the validity of the proposed algorithm.

Key words: automatic control technology; redundant manipulator, gradient projection method, scale factor

冗余机器人通常是指机器人本身的自由度超过了作业任务所需的自由度, 它的运动学研究主要是逆运动学解法。学者们提出了一些较为有效的冗余度机器人运动学控制方案, 诸如最小范数

关节角速度法、梯度投影法、扩展雅可比法、基于任务优先级的冗余控制方法等^[1-4], 其中应用最多的是梯度投影方法和扩展雅可比方法。

在梯度投影法的实施过程中, 性能指标函数

收稿日期: 2007-01-30.

基金项目: 长江学者和创新团队发展计划项目.

作者简介: 孙奎(1974-), 男, 讲师, 博士. 研究方向: 冗余度机器人运动学及动力学算法. E-mail: sun.kui@163.com

和优化比例因子的选择至关重要。性能指标函数可以用来完成多种次级任务要求,而多性能准则融合也越来越引起人们的重视^[1]。

作者提出了一种新的用于冗余度机器人的连续比例因子梯度投影法阻尼伪逆控制方案,改进了齐次解的比例因子,使其成为关节速度特解 2 范数、齐次解 2 范数以及性能指标函数梯度相结合的函数形式。

1 梯度投影法涉及的两个问题

1.1 阻尼伪逆

目前在基于梯度投影法的逆解中多采用雅克比矩阵伪逆的形式,为了减小机器人在奇异点附近的关节速度,可以在伪逆中添加阻尼,文献[2]中采用了式(1)形式的阻尼伪逆梯度投影方程

$$\dot{\theta} = J_p^+ \dot{X} + k(I - J^+ J) \nabla H \quad (1)$$

式中: $J_p^+ = J^T(JJ^T + \rho^2 I)^{-1}$

$$\rho^2 = \begin{cases} \rho_{\max}^2 \frac{\sin(\sigma_r \pi / \varepsilon_1 + \pi / 2) + 1}{2}, & 0 \leq \sigma_r \leq \varepsilon_1 \\ 0, & \sigma_r \geq \varepsilon_1 \end{cases}$$

比例因子 k 取为如下形式

$$k = \begin{cases} 0, & 0 \leq \sigma_r \leq \varepsilon_2 \\ k_{\max} \left\{ \sin \left[\frac{(\sigma_r + \varepsilon_3 - 2\varepsilon_2)\pi}{\varepsilon_3 - \varepsilon_2} + \pi / 2 \right] + 1 \right\}, & \varepsilon_2 \leq \sigma_r \leq \varepsilon_3 \\ k_{\max}, & \sigma_r \geq \varepsilon_3 \end{cases}$$

式中: ρ_{\max} 为最大阻尼因子; ε_1 为机器人接近奇异位姿、开始启用阻尼时的奇异值 σ_r 的阈值; k_{\max} 为最大比例因子; ε_2 为开始次级指标优化时的奇异值 σ_r 的阈值; ε_3 为机器人远离奇异、开始启用 k_{\max} 时的奇异值 σ_r 的阈值,在文献[2]中,作者取 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 / 2$ 。

1.2 比例因子

梯度投影方法中的比例因子多取为经过试算而得到的固定常数或者分段函数^[2-5],这样的算法在优化上显得低效,而且有时可能得到相反的效果。Yoshikawa^[6]从关节速度不超限的角度研究了比例因子的选取,但这样选取的比例因子不与特解发生关系;Hsia^[7]和 Guo^[8]通过引入性能函数对时间的变化量,将比例因子的选取转化为对 $dH(\theta)/dt$ 的选取,但没有研究如何选取 $dH(\theta)/dt$,实际上只是转移了问题并将其复杂化;赵占芳^[9]依据关节速度的约束条件研究了获取 k 的极值的方法,但由于 k 值变化极其频繁,极值法存在

着严重的关节速度振荡问题;陈伟海^[10]提出了矩阵可加权度的概念,并使 k 成为它的函数,较极值法改善了关节速度连续性,优化能力上有了了一定的提高;Luya Li^[11]认为优化约束必须适合于运动约束和几何约束,提出了运动优化度的概念,但这种方法没有克服 GPM 固有的缺陷;高同跃^[12]提出了一种考虑关节速度约束的极值法,并通过对接关节加速度校正,改善了极值法存在的关节加速度过大的问题,但其计算过程比较复杂,不适合于实时计算。

吴瑞珉^[13]认为比例因子 k 的选取使梯度投影法失效的原因在于它产生的特解与齐次解在数量上相差过于悬殊,造成了算法上的不稳定。基于这种分析,吴瑞珉提出了均衡比例因子 k_b 的概念,梯度投影方程形式如式(2)所示

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{X} + k_b(I - J^+ J) \nabla H \quad (2)$$

均衡比例因子 k_b 表示为

$$k_b = \lambda \frac{\|J^+ \dot{X}\|}{\|(I - J^+ J) \nabla H\|}$$

式中: λ 为阻尼因子,其值取为(0.4, 1.5),而该式对于特解并没有进行相应的阻尼伪逆处理。

从上式中可以看出,当性能指标函数 $H(\theta)$ 的梯度向量 ∇H 接近于零时,将导致 k_b 趋向于无穷大,这是一个不可忽视的不足之处。

2 有连续比例因子的阻尼伪逆方案

针对某一性能函数,比例因子具有一定的取值范围才能保证算法的稳定性,目前的试算方法计算量比较大,文献[13]中提出的均衡比例因子算法也有待改进,当性能函数的梯度向量在某种关节构形下为零时,将可能导致齐次解部分趋于无穷大而使关节失控。而且该方法特解中没有采用阻尼伪逆形式,当关节接近奇异构形时也有可能使关节速度趋于失控。因此,针对某个性能函数,结合阻尼伪逆方法和改进的连续变化的比例因子方法进行冗余机器人逆运动学求解是本文最初的动机。

作者对比例因子进行了改进,使其成为关节速度特解的 2 范数和齐次解的 2 范数相结合的函数形式,所提出的梯度投影方程如式(3)所示

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{X} + k_c(I - J^+ J) \nabla H \quad (3)$$

式中:

$$k_c = \lambda \frac{\|J^+ \dot{X}\|}{\|J^+ \dot{X}\| + \|(I - J^+ J)\nabla H\|}$$

将阻尼因子简化为

$$\rho^2 = \begin{cases} \rho_{\max}^2(1 - \sigma_i/\epsilon_1), & 0 \leq \sigma_i \leq \epsilon_1 \\ 0, & \sigma_i \geq \epsilon_1 \end{cases}$$

λ 为放大系数,适当的选择放大系数后,可以对比比例因子进行调节,从而针对具体的次级任务优化函数选定合理的比例因子范围。

若欲使 $H(\theta)$ 极大化,则式(3)中的齐次解部分取正号,反之则取负号。

从式(3)可见,本文所提出的比例因子是雅克比矩阵、笛卡尔空间末端速度向量及待优化的性能函数的梯度的函数,由于它们都是连续变化的,因而保证了 k_c 的连续性。当笛卡尔空间的末端速度为零时,它能够使机器人关节空间速度也为零,这对于机器人的实际操作是非常有意义的。

3 数值仿真及实验验证

3.1 基本条件

为了对比几种算法,本文采用了一个如图 1 所示的平面三自由度机器人为仿真对象,工作任务为跟踪平面内的一个圆。仿真过程中不要求机器人末端姿态,因此,该机器人具有一个冗余自由度。机器人杆长为: $l_1 = 530 \text{ mm}$, $l_2 = 390 \text{ mm}$, $l_3 = 250 \text{ mm}$,坐标系如图 1 所示。

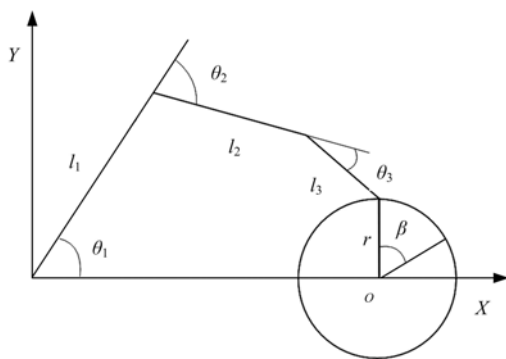


图 1 机器人结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the manipulator

机器人的运动规划为以匀加速阶段、匀速阶段和匀减速阶段逆时针旋转一周。机器人末端从初始位置开始以 $30^\circ/\text{s}^2$ 的角加速度运动 2 s,角 β 到达 60° 位置时匀加速阶段停止,此时末端角速度达到 $60^\circ/\text{s}$ 。末端以此角速度继续运行 240° ,然后以 $-30^\circ/\text{s}^2$ 的角加速度进入匀减速阶段,2 s 后回到初始点,运动停止。

为避免奇异,选定次级性能优化指标函数为

$$H(\theta) = \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_3 \quad (4)$$

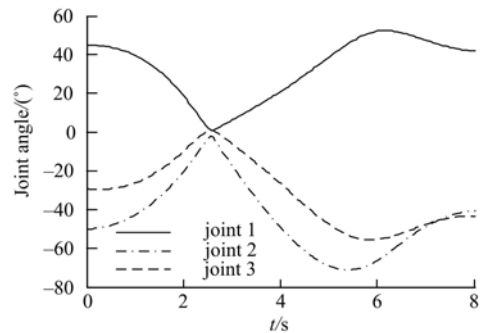
当且仅当机器人的 3 个杆件处于同一条直线上时出现奇异状态,此时式(4)为零,所以极大化式(4)中的 $H(\theta)$ 可以优化关节变量的配置情况,它的梯度向量为

$$\nabla H(\theta) = [0, \sin(2\theta_2), \sin(2\theta_3)] \quad (5)$$

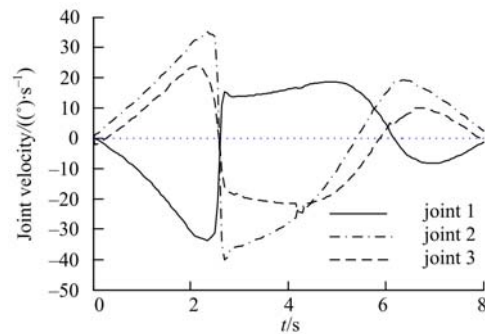
为简便起见,下文分别将对应于式(1)、式(2)和式(3)的方案称为固定因子方案、均衡因子方案和连续因子方案。

3.2 仿真分析

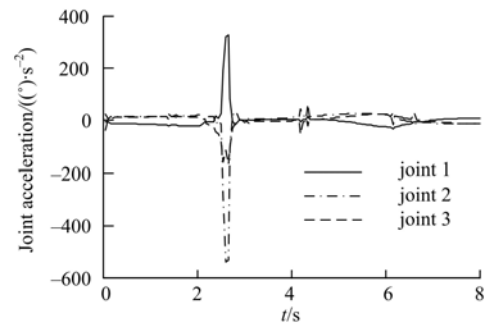
图 2~图 4 是 3 种方案下的仿真结果。机器人初始末端位置为(970, 200),相应的关节角为



(a) 关节角度



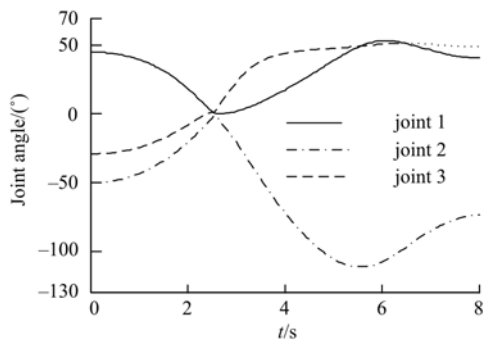
(b) 关节角速度



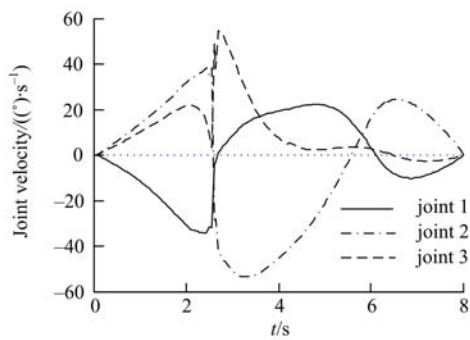
(c) 关节角加速度

图 2 固定因子方案的仿真结果

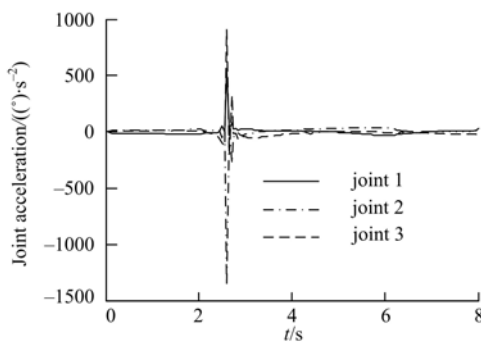
Fig. 2 Simulation results of the fixed factor scheme



(a) 关节角度



(b) 关节角速度

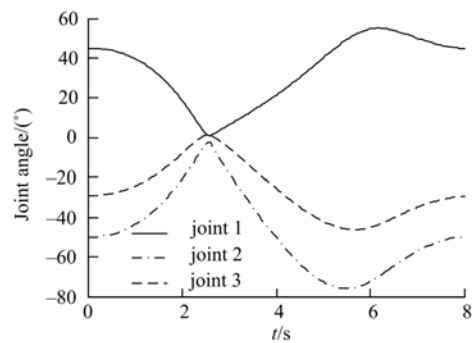


(c) 关节角加速度

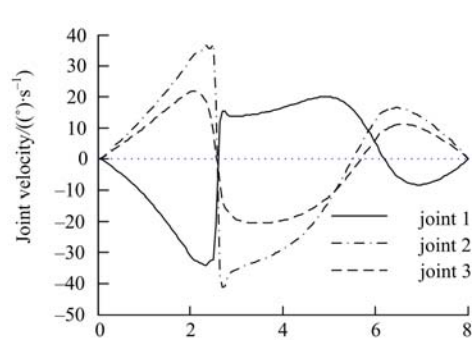
图 3 均衡因子方案的仿真结果

Fig. 3 Simulation results of the banlanced factor scheme ($+45^\circ$, -50.03° , -29.18°), 所跟踪的圆半径为 200 mm, 圆心坐标为(970, 0)。在这种工作轨迹下, 机器人逆时针运行 2.5 s 后会遇到奇异构形。这一初始位姿是人为构造出来的, 目的是为了在仿真过程中使机器人的末端能够经过奇异位置。

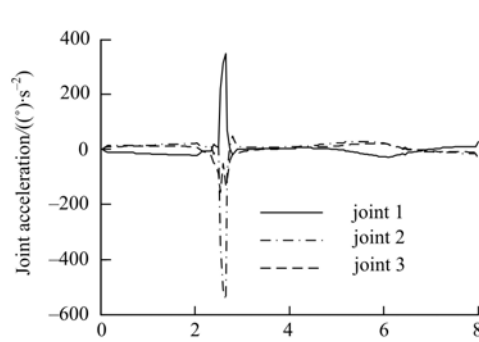
从图中可以看出, 固定因子方案和连续因子方案得到的角度、角速度和角加速度变化趋势和数值大小总体上基本一致, 而均衡因子方案得到的相应数值则比较大。当运行到 2.5 s 时机器人到达奇异位置, 3 种方案的角速度和角加速度值均达到最大, 各关节角速度忽然换向, 引起了角加速度的跳变。



(a) 关节角度



(b) 关节角速度



(c) 关节角加速度

图 4 连续因子方案的仿真结果

Fig. 4 Simulation results of the continuous factor scheme

从图 2~图 4 的(b)分图可以看出, 均衡因子方案和连续因子方案在运动结束时的各关节角速度均为零, 而固定因子方案的 3 个关节角速度都不为零, 即产生了终态自运动现象。终态自运动现象是采用固定比例因子的传统阻尼伪逆梯度投影算法固有的缺陷。这种现象是由于齐次解 $k(I - J^+J)\nabla H$ 引起的, 当 k 为固定的常数时, 它只与机器人构形和性能函数的梯度向量有关, 而与操作空间的末端速度无关。运动结束时如果机器人远离奇异构形, 传统算法就会执行次级任务优化, 因而产生了速度冲击, 这种现象在实际工作中是很不利的。本文提出的算法则不存在这个问题, 其齐次解部分可以通过所提出的连续比例因

子中所引入的操作空间速度项进行处理,迫使算法在末端速度为零时,相应的关节空间速度也为零。

从图4(b)、(c)分图中还可以看出连续因子方案产生的各关节角速度和角加速度均明显小于均衡因子方案产生的关节角速度和角加速度。

4 结束语

提出了一种新的用于冗余度机器人的连续比例因子梯度投影法阻尼伪逆控制方案,改进了齐次解的比例因子,使其成为关节速度特解2范数、齐次解2范数以及性能指标函数梯度相结合的函数形式。这种连续比例因子可以在次级性能指标函数的优化过程中连续作用,更好地体现了关节角度、角速度、角加速度的连续性和平滑性。

连续比例因子算法克服了固定比例因子算法在路径末端点关节速度不为零的缺陷;弥补了均衡比例因子算法中当性能函数的梯度向量趋近于零时所导致的关节角速度和角加速度过大的不足。本文提出的算法在机器人接近奇异位置时添加阻尼项,而一旦远离奇异位置则关闭阻尼,从而更好的跟踪了末端轨迹。

经过理论分析、数值仿真及实验验证,本文提出的算法取得了比较好的综合效果,更加符合实际需要,从而为冗余度机器人的运动学逆解算法提供了一种新思路。

参考文献:

- [1] Mark Steven Tisius Jr. An empirical approach to performance criteria and redundancy resolution[D]. USA: The University of Texas at Austin, 2004.
- [2] Huang Lei-guang, An extended form of damped pseudoinverse control of kinematically redundant manipulators[C]// IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 1997: 3791-3796.
- [3] Chen Jin-liang, Liu Jing-sin. Avoidance of obstacles and joint limits for end-effector tracking in redundant manipulators[C]// Seventh International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Singapore, 2002:839-844.
- [4] 刘宇. 七自由度冗余手臂多性能准则优化及运动控制的研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学机电工程学院,2004.
- Liu Yu. Research on multiple performance criteria optimization and motion control of 7-dof redundant robot arm[D]. Harbin: School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, 2004.
- [5] 杨明. 具有冗余自由度的机械臂逆运动学研究[D]. 天津:南开大学信息技术学院, 2004.
- Yang Ming. Research on Inverse Kinematics of Redundant Manipulator[D]. Tianjin: School of Information Technology, NanKai University, 2004.
- [6] Yoshikawa T. Analysis and control of robot manipulators with redundancy[C]//1st Int Symp on Robotics Research, 1984: 735-747.
- [7] Hsia S, Guo Z Y. New inverse kinematics algorithms for redundant robot[J]. Journal of Robotic Systems, 1991, 8 (1): 117-132.
- [8] GuoZ Y, Hsia S. Joint trajectory generation for redundant robots in an environment with obstacles[J]. Journal of Robotic Systems, 1993,10(2): 199-215.
- [9] 赵占芳. 冗余自由度机器人的运动学优化研究[J]. 北京理工大学学报,1995(11): 409-414.
- Zhao Zhan-fang. Kinematics optimization of redundant robot manipulators[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 1995(11): 409-414.
- [10] 陈伟海. 冗余自由度机器人优化控制研究[D]. 北京:北京航空航天大学机械工程及自动化学院, 1996.
- Chen Wei-hai. On the optimal control of redundant robots[D]. Beijing: School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, 1996.
- [11] Li Lu-ya, William A G. Kinematic control of redundant robots and the motion optimizability Measure [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part B, 2001,31(1): 155-160.
- [12] 高同跃. 带电作业机器人冗余臂的分析与控制[D]. 济南:山东科技大学信息与电器工程学院, 2004.
- Gao Tong-yue. Analyse and Control of Redundant Arms of Power-on-live Robot[D]. Ji'nan: School of Information and Electrical Engineering, Shandong University of Science and Technology, 2004.
- [13] 吴瑞珉, 刘廷荣. 一种新的冗余度机器人梯度投影算法[J]. 机械工程学报, 1999, 35(1): 76-80.
- Wu Rui-min, Liu Ting-rong. A new gradient projection method of kinematically redundant manipulators [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1999, 35(1): 76-80.