

平动点卫星的脉冲轨道保持策略

李明涛^{1,2}, 郑建华¹, 于锡峥¹, 高东¹

(1. 中国科学院空间科学与应用研究中心, 北京 100080; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要:首先给出了系统的动力学模型并计算了标称轨道;然后分析了脉冲轨道保持策略,讨论了基于标准脉冲的轨道保持策略;最后在考虑发射偏差、导航误差和机动速度偏差的情况下蒙特卡罗模拟给出了统计性的结果。在最小控制间隔为30天,最小机动速度为0.02 m/s的条件下,轨道保持4年消耗的速度增量平均为0.44 m/s,平均控制间隔为71.5天。基于标准脉冲的轨道保持策略需要更多的速度增量,并且消耗的速度增量随着标准脉冲幅值和最小控制间隔的增加而增加。

关键词:飞行器控制和导航技术;轨道保持;脉冲控制;蒙特卡罗模拟;三体问题

中图分类号:V412.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1671-5497(2009)05-1407-06

Strategy for impulsive station keeping of libration point missions

LI Ming-tao^{1,2}, ZHENG Jian-hua¹, YU Xi-zheng¹, GAO Dong¹

(1. Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China; 2. The Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: This paper studies the impulsive station keeping strategy for libration point missions. First, the dynamic model is given and the nominal orbit is calculated. Then, the impulsive station keeping strategy is analyzed and the standard impulse for station keeping is discussed. Finally, statistical results are obtained by Monte Carlo simulation, in which the effects of injection errors, the navigation errors and the maneuver errors are taken into consideration. Under the conditions that the minimal maneuver interval is 30 days and the minimal maneuver velocity is 0.02m/s, it is obtained that to keep the station for four years, the consumed maneuver velocity increment is 0.44m/s in average and the average maneuver interval is 71.5 days. Higher maneuver velocity increment is required when standard impulse is introduced and the increment of the consumed maneuver velocity increases with the amplitude of the standard impulse and the minimal maneuver interval.

Key words: control and navigation technology of spacecraft; station keeping; impulsive control; monte Carlo simulation; three-body problem

由于共线平动点附近运动的不稳定性,任何微小的摄动都可能引起轨道以指数级速度发散;

同时系统模型可能不够准确,甚至不完备,某些摄动因素建模时未予以考虑;实际的飞行器总存在

收稿日期:2008-01-28.

基金项目:中科院知识创新工程方向性项目(062138C56S).

作者简介:李明涛(1982-),男,博士研究生.研究方向:航天动力学与控制. E-mail: sinoips@126.com

通信作者:郑建华(1966-),女,研究员,博士.研究方向:深空探测器的轨道设计与控制,小卫星编队飞行.

E-mail: zhengjianhua@cssar.ac.cn

不可避免的发射偏差、导航误差、推力器本身也存在偏差,如果不实施控制,飞行器必然会偏离目标轨道。因此,运行在平动点附近的飞行器必须考虑轨道保持问题。平动点卫星的轨道保持主要有大推力脉冲式控制方案和小推力连续控制方案^[1],控制器设计理论主要有最优控制理论^[2-3]、 H_∞ 控制理论^[1]、变结构控制理论^[4]。相对于小推力连续控制方案,脉冲式控制方案具有很多优点,如工程上更容易实现,可靠性更高,同时由于不需要逐点计算控制,计算效率也更高。实际上,迄今发射的平动点卫星基本上都采用脉冲式控制方案,并取得了非常成功的控制效果。目前,脉冲式控制方案主要有 Howell 等人^[5]提出的基于靶点模式的控制策略和 Simo 等人^[6]提出的基于 Floquet 模式的控制策略。脉冲式控制方案的一个重要误差在于推力器本身的执行偏差,一般要求控制脉冲不能小于某个阈值以减小推力器执行偏差。如果能将脉冲制作成标准脉冲,机动时根据需要施加若干个标准脉冲,不但能简化推力器设计,也能降低推力器的执行偏差。

本文以 Howell 等人提出的靶点模式为基础,在受摄三体问题模型下对平动点卫星进行轨道控制,讨论了之前没有研究过的标准脉冲用于轨道保持的可行性,并分析了标准脉冲幅值和最小控制间隔对平动点卫星轨道保持的影响。与 ISEE-3 卫星^[5]的轨道保持类似,本文研究一种“松散”的轨道保持策略,并不要求将卫星严格控制到标称轨道上,而是控制到标称轨道附近即可。

1 动力学模型及标称轨道计算

1.1 受摄三体问题

受摄三体问题的示意图如图 1 所示。假设 2 个大天体 m_1 和 m_2 围绕其公共质心 B 作偏心率为 e 的椭圆运动; m_3 是本文感兴趣的小天体(飞

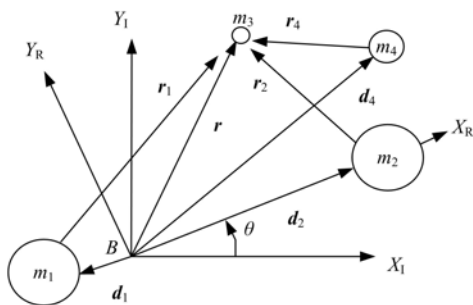


图 1 受摄三体问题的示意图

Fig. 1 Geometry of the perturbed three-body problem

行器),其质量远远小于主天体,不影响主天体的运动; m_4 是第四体(可泛指除主天体之外的引力摄动源)。 r_1 、 r_2 、 r_4 分别是从小天体的矢量, d_1 、 d_2 、 r 、 d_4 分别是自 B 指向 m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 的矢量。 $X_1 Y_1 Z_1$ 和 $X_R Y_R Z_R$ 分别为以 B 为原点的惯性坐标系和旋转坐标系。 X_1 指向 m_2 轨道的近心点, Z_1 指向主天体运动的角动量方向, X_1 、 Y_1 、 Z_1 构成右手坐标系。 X_R 从 m_1 指向 m_2 , Z_R 与 Z_1 定义相同, X_R 、 Y_R 、 Z_R 构成右手坐标系。 X_R 与 X_1 的夹角为 θ ,逆时针为正。

根据牛顿第二定律,系统在惯性坐标系 $X_1 Y_1 Z_1$ 中的动力学方程为

$$\ddot{\vec{r}}_1 = -\frac{\mu_1}{r_1^3} \vec{r}_1 - \frac{\mu_2}{r_2^3} \vec{r}_2 - \frac{\mu_3}{r_1^3} \vec{r}_4 - \frac{\mu_4}{d_1^3} \vec{d}_1 + KS \frac{\vec{r}_S}{r_S^3} \quad (1)$$

式中: $\ddot{\vec{r}}_1$ 为矢量 \vec{r} 在惯性坐标系二次导数;式(1)右侧前两项为主天体引力对第三体的加速度;第三项为第四体对第三体的摄动加速度;第四项为第四体对系统质心 B 的摄动加速度;第五项为太阳光压对第三体的摄动加速度; K 、 S 的表达式及其物理含义参见文献[7]。

系统在旋转坐标系 $X_R Y_R Z_R$ 中的动力学方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{\theta}y = -\frac{(1-\mu)(x+R\mu)}{r_1^3} - \frac{\mu(x-R+R\mu)}{r_2^3} - \frac{\mu_4(x-x_4)}{r_4^3} - \frac{\mu_4 x_4}{d_4^3} + KS \frac{(x-x_S)}{r_S^3} + \theta'' x + \dot{\theta} y \\ \ddot{y} + 2\dot{\theta}x = -\frac{(1-\mu)y}{r_1^3} - \frac{\mu y}{r_2^3} - \frac{\mu_4(y-y_4)}{r_4^3} - \frac{\mu_4 y_4}{d_4^3} + KS \frac{(y-y_S)}{r_S^3} + \theta'' y + \dot{\theta} x \\ \ddot{z} = -\frac{(1-\mu)z}{r_1^3} - \frac{\mu z}{r_2^3} - \frac{\mu_4(z-z_4)}{r_4^3} - \frac{\mu_4 z_4}{d_4^3} + KS \frac{(z-z_S)}{r_S^3} \end{cases} \quad (2)$$

式(2)可简写为

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{\theta}y - \theta'' x - \dot{\theta} y = \frac{\partial U}{\partial x} \\ \ddot{y} + 2\dot{\theta}x - \theta'' y + \dot{\theta} x = \frac{\partial U}{\partial y} \\ \ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} \end{cases}$$

式中: $U = \frac{(1-\mu)}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{\mu_4}{r_4} + \frac{\mu_4}{d_4} - \frac{KS}{r_S}$

1.2 标称轨道计算

轨道控制成功的首要条件是良好的标称轨道。好的标称轨道剩余加速度小,可以减小控制代价。

ISEE-3、SOHO 等太阳观测任务的参考轨道都是日地 L_1 点附近 Z 向幅值约 120 000 km Halo 轨道,中国的“夸父计划”的 A 星轨道也基本类似。因此,本文以日地 L_1 点附近 $Az = 120\ 000$ km 的北族 Halo 轨道为例,基于受摄三体问题模型设计了标称轨道,计算了 14 圈(大概 6.8 年)时间。

圆型限制性三体问题模型下周期的 Halo 轨道在受摄三体问题模型下演变为拟周期的准 Halo 轨道,但在瞬时平动点会合坐标系中,该轨道仍然非常接近周期,为了与 Lissajous 轨道区分,习惯上仍然称之为 Halo 轨道。图 2、图 3 分别显示了该 Halo 轨道在分别以系统质心、 L_1 点为原点的会合坐标系中的三维视图。

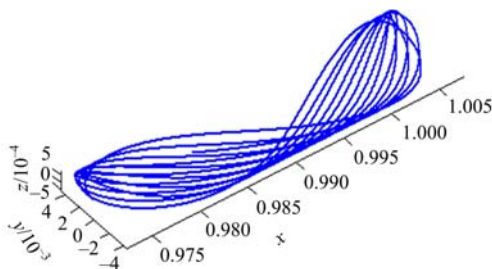


图 2 Halo 轨道在质心会合坐标系的三维视图

Fig. 2 3D perspective of the halo orbit in the barycenter centered synodic frame

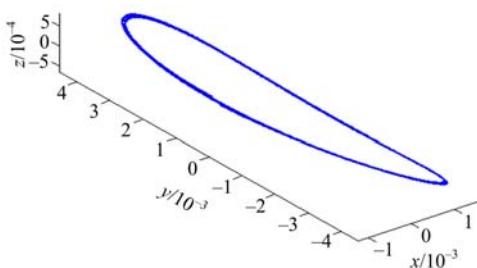


图 3 Halo 轨道在 L_1 点会合坐标系的三维视图

Fig. 3 3D perspective of the halo orbit in the L_1 centered synodic frame

2 脉冲控制策略

2.1 基于靶点模式的轨道保持策略

靶点是指从当前点向前积分得到的一系列离散点。靶点法首先定义一个目标函数,该目标函数是需要施加的机动速度和靶点相对标称轨道偏

差的加权和。靶点法的基本思想是通过最小化目标函数求解使轨道维持在标称轨道附近所需的最小机动速度。

本文以 3 个靶点为例说明靶点法的原理。假设当前点时间为 t_c ,相对标称轨道的偏差为 $[p_c \ v_c]$,要施加的机动速度为 Δv ,靶点 1、2、3 时间分别为 $t_c + t_1$ 、 $t_c + t_2$ 、 $t_c + t_3$,相对标称轨道的偏差分别为 $[p_1 \ v_1]$ 、 $[p_2 \ v_2]$ 、 $[p_3 \ v_3]$,则目标函数为

$$J = \Delta v^T Q \Delta v + p_1^T R p_1 + p_2^T S p_2 + p_3^T T p_3 \quad (3)$$

式中: Q 、 R 、 S 、 T 为相应的权值矩阵。

为了便于求解控制所需的最小机动速度,本文引入状态转移矩阵 $\Phi(t_i, t_c)$ 描述靶点偏差相对当前状态改变量的敏感性。

$$\delta x_i = \Phi(t_i, t_c) \delta x_c$$

式中: $\Phi(t_i, t_c)$ 为变分矩阵方程 $\dot{\Phi}(t_i, t_c) = A \Phi(t_i, t_c)$ 的解, A 为系统动力学方程(2)的局部线性化矩阵。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ U_{xx} & U_{xy} + \dot{\theta} & U_{xz} & 0 & 2\dot{\theta} & 0 \\ U_{yx} + \dot{\theta} & U_{yy} & U_{yz} & -2\dot{\theta} & 0 & 0 \\ U_{zx} & U_{zy} & U_{zz} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式中: U_{xx} 为 U 对 x 的二阶导数,其余类推。

在三体问题下,状态转移矩阵没有解析的形式,但可以对 $\dot{\Phi}(t_i, t_c) = A \Phi(t_i, t_c)$ 进行数值积分求出状态转移矩阵 $\Phi(t_i, t_c)$ 。

可将状态转移矩阵写成分块形式

$$\Phi(t_i, t_c) = \begin{bmatrix} A_{ic} & B_{ic} \\ C_{ic} & D_{ic} \end{bmatrix}$$

式中: A_{ic} 、 B_{ic} 分别为靶点位置对当前点位置和当前点速度改变量的敏感性; C_{ic} 、 D_{ic} 分别为靶点速度相对当前点位置和当前点速度改变量的敏感性。

对 $i = 1, 2, 3$, 由状态转移矩阵有

$$\begin{Bmatrix} p_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \Phi(t_i, t_c) \begin{Bmatrix} p_c \\ v_c + \Delta v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ic} & B_{ic} \\ C_{ic} & D_{ic} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_c \\ v_c + \Delta v \end{Bmatrix} \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),令 $\frac{\partial J}{\partial \Delta v} = 0$ 得到最小机动速度

$$\Delta v_{\min} = - (Q + B_{1c}^T R B_{1c} + B_{2c}^T S B_{2c} + B_{3c}^T T B_{3c}) \times [(B_{1c}^T R A_{1c} + B_{2c}^T S A_{2c} + B_{3c}^T T A_{3c}) p_c + (B_{1c}^T R B_{1c} + B_{2c}^T S B_{2c} + B_{3c}^T T B_{3c}) v_c] \quad (5)$$

式中： Q 、 R 、 S 、 T 分别为机动速度分量和靶点 1、2、3 位置偏差分量的权值矩阵； B_{1c} 、 B_{2c} 、 B_{3c} 、 A_{1c} 、 A_{2c} 、 A_{3c} 为状态转移矩阵的相应分量； p_c 、 v_c 分别为当前点相对标称轨道的位置偏差和速度偏差。

靶点法属于阈值控制，满足约束条件才施加控制，否则不予控制。约束条件如下：

(1) 两次连续控制时间间隔大于最小控制时间间隔 t_{min} 。

(2) 位置偏差大于最小位置偏差 p_{min} 。

(3) 位置偏差不自行减小。

(4) 计算得到的机动速度大于最小机动速度 v_{min} 。

基于标准脉冲的轨道保持策略如下：假设标准脉冲幅值为 Δv_s ，则需要施加的机动速度为 $\Delta v_{min}^s = \text{round}(\frac{\Delta v_{min}}{\Delta v_s}) \Delta v_s$ ，其中 $\text{round}()$ 为四舍五入函数。消耗的速度增量为 3 个方向需要的机动速度之和， $\Delta v = \Delta v_{min,x}^s + \Delta v_{min,y}^s + \Delta v_{min,z}^s$ 。

2.2 误差模型

本文的误差模型取自文献[5]，考虑的误差源包括发射偏差 E_1 、导航误差 E_2 、推力器本身的机动速度偏差 E_3 。发射偏差和导航误差分别加在 3 个位置分量和 3 个速度分量上。机动速度偏差分别加在 3 个速度分量上。

假设各误差源服从正态分布，使用伪随机数发生器模拟各误差源。 E_1 、 E_2 、 E_3 均值均为零。 E_1 、 E_2 分布相同，X、Y、Z 方向位置偏差的标准差分别为 1.5、2.5、15 km，速度偏差的标准差分别为 1.0、1.0、3.0 mm/s。机动速度偏差 E_3 在 X、Y、Z 方向速度偏差的标准差分别是机动速度在 3 个方向分量的 2.5%。

3 仿真结果

蒙特卡罗模拟(即随机抽样模拟)的基本思想是：通过对模型或过程的观察、抽样，利用统计信息给出解的近似值，而解的精度可以用估计值的标准差等形式来表示。

3.1 基于自由脉冲的轨道保持

假设最小控制间隔为 30 天，最小机动速度为 0.02 m/s，不限定最小控制距离，导航间隔为 2 天，对上述轨道控制 4 年，蒙特卡罗模拟 500 次给出控制结果的统计分布。4 年消耗的速度增量的分布如图 4 所示，位置偏差分布如图 5 所示。主

要指标的统计参数如表 1 所示。

基于靶点模式进行轨道保持策略，平均每隔 71.5 天控制一次，4 年平均需要控制 19.9 次，消耗约 0.44 m/s 的速度增量，平均位置偏差为 31.27 km。

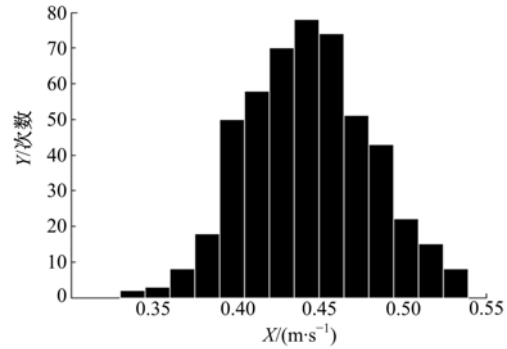


图 4 速度增量的分布

Fig. 4 Distribution of maneuver velocity

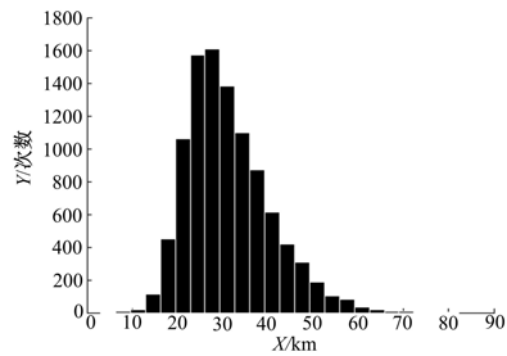


图 5 位置偏差分布

Fig. 5 Distribution of position deviation

表 1 自由脉冲蒙特卡罗模拟结果

Table 1 Monte Carlo simulation results of free impulse

指标	速度增量 /(m·s ⁻¹)	位置偏差 /km	控制次数	控制间隔 /天
均值	0.4433	31.2740	19.9240	71.5144
标准差	0.0374	9.1398	1.6369	6.0688
1σ	0.4597	35.2970	20.6445	74.1850
2σ	0.5048	46.3100	22.6167	81.5000
3σ	0.5473	56.7020	24.7940	88.3900

表 2 给出了最小控制间隔取不同值时，蒙特卡罗模拟 100 次得到的统计参数。可以看出，基于靶点模式轨道保持策略具有较高的控制效率，相比 ISEE-3 卫星平均 82.3 天控制一次，3 年控制 15 次，消耗的速度增量为 30.02 m/s，靶点模式控制效率更高、控制效果也更好。

表 2 不同最小控制间隔蒙特卡罗模拟结果

Table 2 Monte Carlo simulation results of different minimal maneuver interval

最小控制 间隔/天	速度增量 /($m \cdot s^{-1}$)	位置偏差 /km	控制次数	控制间隔 /天
30	0.4433	31.2740	19.9240	71.5144
40	0.5590	31.2244	19.9000	71.2243
50	0.5836	33.6262	19.5000	72.8668
60	0.6574	38.8111	18.8800	75.3962
70	1.0480	60.5266	18.2100	78.1302
80	4.9639	302.3485	17.2100	82.9240
ISEE-3	30.02(3年)	—	15	82.3

3.2 基于标准脉冲的轨道保持策略

假设标准脉冲为 0.02 m/s,其他条件同 3.1 节,蒙特卡罗仿真 500 次给出控制结果的统计分布。4 年消耗的速度增量的分布如图 6 所示,位置偏差分布如图 7 所示。主要指标的统计参数如表 3 所示。

对比表 1、表 3 可以看出,基于标准脉冲的轨道保持策略是可行的,但其消耗的速度增量明显增加,位置误差也有所增加,在同样的时间里需要

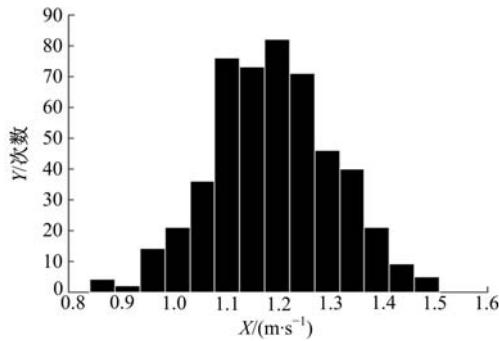


图 6 速度增量的分布

Fig. 6 Distribution of maneuver velocity

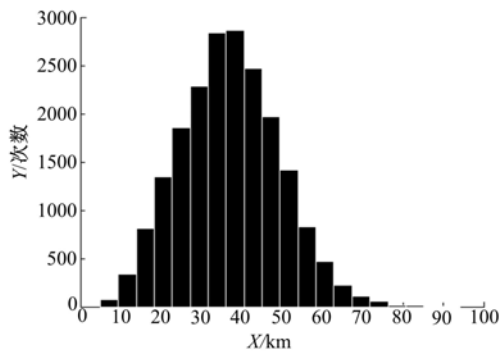


图 7 位置偏差分布

Fig. 7 Distribution of position deviation

表 3 标准脉冲蒙特卡罗模拟结果

Table 3 Monte Carlo simulation results of standard impulse

指标	速度增量 /($m \cdot s^{-1}$)	位置偏差 /km	控制次数	控制间隔 /天
均值	1.1898	37.1030	39.9600	35.5689
标准差	0.1178	12.2524	2.3378	2.0495
1σ	1.2417	42.4950	40.9890	36.4708
2σ	1.3837	57.2590	43.8058	38.9395
3σ	1.5177	71.1920	46.4642	41.2710

更多控制次数。主要原因是在计算标准脉冲时,存在舍入误差。

表 4 给出了标准脉冲幅值取不同值时,蒙特卡罗模拟 100 次得到的统计性参数。可以看出,随着标准脉冲幅值的增加,位置误差和消耗的速度增量都随之增加。但消耗的速度增量基本上还在同一个数量级上,因此可以适当增大标准脉冲幅值,以简化推力器设计。

表 5 给出了标准脉冲幅值取 0.02 m/s,最小控制间隔取不同值时,蒙特卡罗模拟 100 次得到的统计参数。

表 4 不同标准脉冲幅值蒙特卡罗模拟结果

Table 4 Monte Carlo simulation results of different amplitude of standard impulse

脉冲幅值	速度增量 /($m \cdot s^{-1}$)	位置偏差 /km	控制次数	控制间隔 /天
0.02	1.1896	37.32	39.86	35.59
0.04	2.2368	63.21	39.02	35.88
0.06	3.3168	90.67	38.93	35.76
0.08	4.3408	116.93	38.91	35.68
0.10	5.3930	144.13	38.69	35.72

表 5 不同最小控制间隔蒙特卡罗模拟结果

Table 5 Monte Carlo simulation results of different minimal maneuver interval

最小控制 间隔/天	速度增量 /($m \cdot s^{-1}$)	位置偏差 /km	控制次数	控制间隔 /天
30	1.1896	37.32	39.86	35.59
40	1.4024	47.51	32.82	43.37
50	1.7862	67.16	27.66	51.54
60	2.5042	109.82	23.58	60.78
70	4.2360	220.48	20.48	70.31
80	15.6602	916.91	17.89	80.29
ISEE-3	30.02(3年)	—	15	82.3

可以看出,随着最小控制间隔的增加,需要的速度增量和位置误差也随之增加,特别是最小控制间隔超过 60 天后,需要的速度增量明显增加,同时位置误差也明显变大。当最小控制间隔为 80 天时,消耗的速度增量仍然远小于 ISEE-3 卫星。但与表 3 中基于自由脉冲的轨道保持策略相比,其消耗的速度增量和位置误差都明显增大。

综上所述,基于标准脉冲的轨道保持策略是可行的,但其代价是消耗更多的速度增量和控制精度的降低。标准脉冲仅适用于对最小控制间隔要求比较宽松的飞行任务。

4 结束语

本文研究了平动点卫星的脉冲轨道保持策略,并给出了数值模拟。仿真表明,基于靶点模式的脉冲轨道保持策略具有较高的控制效率,同时验证了标准脉冲应用于平动点卫星的轨道保持的可行性。研究结果对夸父 A 星的轨道保持设计具有参考意义。如何根据我国现有的测控能力建立相应的误差模型,并在真实星历信息下进行平动点卫星的轨道保持是下一步的研究工作。

参考文献:

- [1] Kulkarni J E, Campbell M E, Dullerud G E. Stabilization of spacecraft flight in halo orbits :an H_{∞} Approach[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology,2006, 14(3):572-578.
- [2] Rahmani A, Jalaliy M A, Pourtakdoust S H. Optimal approach to Halo orbit control[C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Austin, Texas, 2003.
- [3] Breakwell J V, Kamel A A, Ratner M J. Station-keeping for a translunar communication station[J]. Celestial Mechanics,1974,10(3):357-373.
- [4] 徐明,贾英宏,何巍. 地月系平动点及 Halo 轨道的应用研究[C]// 深空探测技术与科学专题研讨会,北京,2005.
- [5] Keeter T M. Station-keeping strategies for libration point orbits: target point and floquet mode approaches[D]. West Lafayette: Perdue University, 1994.
- [6] Simo C, Gomez G, Llibre J, et al. On the optimal station keeping control of Halo orbits[J]. Acta Astronautica,1987,15(6):391-397.
- [7] Gordon S C. Orbit determination error analysis and station-keeping for libration point missions [D]. West Lafayette:Perdue University, 1991.
- [8] 郑建华,高怀宝,刘正常,等. IPS 理论与技术在深空探测中的应用[J]. 宇航学报,2008,29(1):13-17.
Zheng Jian-hua, Gao Huai-bao, Liu Zheng-chang, et al. The application of interplanetary superhighway in deep space exploration missions[J]. Journal of Astronautics, 2008,29(1):13-17.
- [9] 于锡峥,郑建华,高怀宝,等. 地-月系 L1 和 L2 点间转移轨道设计[J]. 吉林大学学报:工学版,2008,38(3):741-745.
Yu Xi-zheng, Zheng Jian-hua, Gao Huai-bao, et al. Transfer trajectory design between L1 and L2 in the earth-moon system[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2008, 38(3):741-745.
- [10] 侯锡云,刘林. 关于探测器定点在共线平动点附近的控制问题[J]. 飞行器测控学报,2005,24(6):29-33.
Hou Xi-yun, Liu Lin. On orbit control of spacecraft around collinear libration points [J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2005,24(6):29-33.