

# 有无信号灯控制的 T 形交叉口元胞自动机模型比较

丁中俊<sup>1</sup>, 汪秉宏<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学技术大学 近代物理系, 合肥 230026; 2. 上海理工大学 复杂系统科学研究中心及上海系统科学研究院, 上海 200093)

**摘要:** 利用元胞自动机方法建立了一个具有三个进车道的信号灯控制的 T 形交叉口模型。在以前的无信号灯控制的模型中, 一些进车道的车辆在交叉口只有一个行驶方向, 而在本文模型中采用更为实际的两个行驶方向, 并采用具有固定周期的三相信号灯来控制交叉口的车辆冲突。通过数值模拟给出了本文模型的相图和系统的总流量, 并与无信号灯模型结果进行了比较。

**关键词:** 交通运输工程; 元胞自动机; T 形交叉口

**中图分类号:** U491 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5497(2009)Sup. 2-0083-04

## Traffic behavior of T-shaped intersection system under signal controlling compared with unsignalized model

DING Zhong-jun<sup>1</sup>, WANG Bing-hong<sup>1,2</sup>

(1. Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei, 230026, China; 2. The Research Center for Complex System Science, University of Shanghai for Science and Technology and Shanghai Academy of System Science, Shanghai, 200093, China)

**Abstract:** Traffic flow at a signal controlled T-shaped intersection where there are three input directions of vehicles was investigated by the cellular automata model. Because in the previous models some vehicles at intersection only have one steering way, a more realistic model which vehicles on each input lane have two steering directions was introduced. The three phase traffic signal with fixed period was used to control the conflicts of vehicles. The phase diagram and capacity of the system were investigated and compared with previous unsignalized models.

**Key words:** engineering of communication and transportation; cellular automata; T-shaped intersection

在过去的几十年里, 交通问题吸引了许多物理学家的关注。交通流作为一种存在很强的相互作用和远离平衡态的系统, 具有复杂的物理现象。为了理解交通流的本质, 物理学家提出了各种模型。例如: 流体力学模型<sup>[1]</sup>, 车辆跟驰模型<sup>[2]</sup>, 格

子气模型<sup>[3]</sup>和元胞自动机模型<sup>[4]</sup>。由于元胞自动机模型演化规则简单, 形象直观, 并且能够有效地模拟各种交通现象, 所以被广泛地用于建模、分析和预测实际交通中的各种交通行为<sup>[5]</sup>。

T 形交叉口, 作为一种特殊的交叉口, 广泛地

**收稿日期:** 2009-05-12.

**基金项目:** “973”国家重点基础研究发展规划项目(2006CB705500); 国家自然科学基金项目(10975126, 60744003, 10635040, 10532060); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20060358065); 国家基础科学人才培养基金项目(J0630319).

**作者简介:** 丁中俊(1984-), 硕士研究生. 研究方向: 交通流理论. E-mail: dingzj@mail.ustc.edu.cn

存在于城市交通系统中。它们在控制城市交通网络中起着重要的作用。单个 T 形交叉口的研究是整个交通网络研究的重要基础。所以近年来,人们建立许多模型来研究 T 形交叉口的各种性质。Ceder 和 Eldar 的研究结果表明将一个没有信号灯控制的 X 形交叉口分成两个 T 形交叉口<sup>[6]</sup>,能够提高系统流量和增强交通安全性。在文献<sup>[7]</sup>中,当直行的车和转弯的车到达无信号灯的 T 形交叉口的时间距相等时,采用优先权来控制车辆通行。结果显示:为了获得系统优化,优先权的给予必须根据转弯车的比例来确定。文献<sup>[8]</sup>同样用时间距的方法研究了一个具有三个入车道的 T 形交叉口系统相变性质和总流量。但是在上述两个模型中,某些道路上的车辆在 T 形交叉口只有一个行驶方向。这种模型显然与实际交通不符。并且,以前模型研究的是没有信号灯控制的 T 形交叉口,而信号灯控制下的模型和理论还未见有研究。交通管理者经常通过在交叉口设置信号灯来控制驾驶员的行为,以调节交叉口的交通流量。交通信号灯对交叉口通行能力的影响,不仅对发展交通理论有重要作用,而且对建立合适的交通政策具有指导意义<sup>[9-13]</sup>。作者研究了现实交通中经常采用的固定信号灯周期下的 T 形交叉口系统。为了能够更进一步揭示现实交通的本质,本文模型中每条进车道上的车辆在 T 形交叉口具有两个行驶方向。通过数值模拟,给出了本文模型的相图和流量,并和没有信号灯模型<sup>[8]</sup>进行了比较。

### 1 模型的建立

采用如图 1 所示的 T 形交叉口系统。系统中每条路均是单道。车辆分别从 1、2、3 道的入口处进入系统。交叉口设置在 1 道和 5 道之间,由 4 个元胞组成。和以前模型不同,当车辆进入交叉口元胞时均有两个可行行驶方向。例如:1 道上的车以概率  $P_{a1}$  通过元胞  $b$  右转到 6 道,其余车辆直行入 5 道;2 道上的车以概率  $P_{b2}$  依次通过元胞  $d$ 、 $a$ 、 $b$  左转到 6 道,其余车辆直行入 4 道。3 道上的车以概率  $P_{c3}$  通过元胞  $c$ 、 $d$ 、 $a$  左转到 4 道,其余车辆通过元胞  $c$  右转入 5 道。由于在本文模型中存在 3 个进车道,6 个行驶方向,所以比以前的模型更接近实际。由于各道车辆在交叉口处存在许多冲突,所以交通管理者经常在交叉口设置交通信号灯,以控制和诱导驾驶员的行为。

所以,本文模型在交叉口处设置了 3 个信号灯来控制各道车辆的穿行次序。

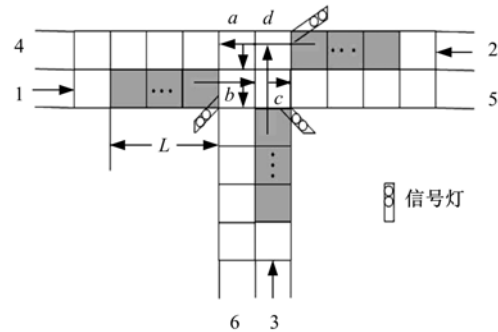


图 1 T 型交叉口及车辆行驶方向示意图

Fig. 1 Sketch map of T-shape intersection with signal control

当驾驶员行驶至交叉口处时会受到信号灯的影响,所以在远离信号灯区域(图 1 中除去阴影部分),采用 Nagel-Schreckenberg(NS)元胞自动机模型<sup>[4]</sup>。NS 模型是一个将时间和空间离散化的模型。它将每条路分割成大小相等的元胞。每个元胞或者为空,或者被一辆速度为  $0 \sim v_{max}$  的车辆占据。在每个离散的时间步,道路上车辆根据以下规则进行更新:①加速:  $v_n \rightarrow \min(v_{max}, v_n + 1)$ ; ②减速:  $v_n \rightarrow \min(v_n, d_n)$ ; ③以概率  $P$  随机慢化,  $v_n \rightarrow \max(v_n - 1, 0)$ ; ④更新,  $x_n \rightarrow x_n + v_n$ 。  $x_n$  和  $v_n$  分别表示车辆  $n$  的位置和速度;  $v_{max}$  是车辆所允许的最大速度;  $d_n$  是车辆  $n$  和前车  $n-1$  的距离。当车辆在交叉口元胞  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的时候,不会进行随机慢化。

由于有三条道交汇于交叉口,为了解决所有存在的车辆冲突,必须将一个红绿灯周期分成三个部分,每个时间步只允许一条道上的车辆通过交叉口。每条道上的信号灯颜色有两种:红色和绿色。在现实交通系统中,每条道分配均等的绿灯时间。例如:从  $0 \rightarrow T/3$ ,1 道为绿灯,2、3 两道为红灯;从  $T/3 \rightarrow 2T/3$ ,2 道为绿灯,1、3 两道为红灯,从  $2T/3 \rightarrow T$ ,3 道为绿灯,1、2 两道为红灯。  $T$  为信号灯的一个周期。当驾驶员行驶到交叉口处时会受到信号灯的影响,所以在交叉口附近(见图 1 中阴影部分)采用特殊的更新规则。①加速,  $v_n \rightarrow \min(v_{max}, v_n + 1)$ ;当车辆前的指示灯是绿灯时  $v_{max} = 5$ ,当车辆前的指示灯是红灯时,  $v_{max} = 2$ ; ②减速,  $v_n \rightarrow \min(v_n, d_n)$ ;当车辆  $n$  是头车并且前面的指示灯为红灯时,  $d_n = x_{signal} - x_n - 1$ ; ③更新,  $x_n \rightarrow x_n + v_n$ 。由于信号灯的存在,在这里取消了随机慢化步骤。

## 2 模拟结果和讨论

根据上节所述的演化规则,在这一节进行了数值模拟,并与无信号灯模型<sup>[8]</sup>的结果进行了比较。本文采用和文献[8]相同的开边界条件。1、2、4、5 道的长度为 1000 个格点;3 和 6 道的长度为 500 个格点。受红绿灯影响的区域(见图 1 中阴影部分)为 20 个元胞。随机慢化概率为 0.3;每条道上的车辆转弯概率为 0.5。在模拟中,前 100 000 步被舍去。流量是通过测量在 100 000 步内通过虚拟探头的车辆数。

首先,研究了本文模型的相图性质,并与文献[8]中的相图进行了比较。如图 2 所示,与文献[8]中的相图结果类似,  $(P_{in1}, P_{in2})$  空间的相图分为 4 个区域。在区域 I 中,1 道和 2 道同时为自由流相。在区域 II 中,1 道为自由流相,而 2 道为堵塞相。区域 III 的结果刚好和区域 II 相反。区域 IV 中,1 道和 2 道同为堵塞相。

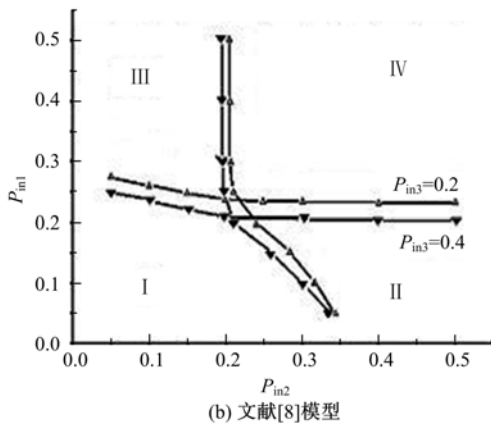
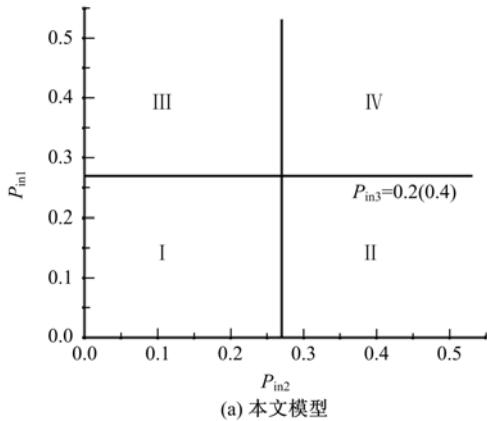


图 2 不同  $P_{in3}$  下  $(P_{in1}, P_{in2})$  空间的相图  
 Fig. 2 Phase diagram in  $(P_{in1}, P_{in2})$  space with different  $P_{in3}$

图 2(a)为本文模型的结果。从图 2(a)中可知,不论 1 道的进车概率  $(P_{in1})$  多大,2 道从自由

相到堵塞相的临界入车概率始终是  $P_{in2} = 0.27$ 。同样,1 道的临界入车概率也始终不变,并且和 2 道的临界入车概率相同。这是因为,引入信号灯以后,各车道车辆之间相互作用减弱了,取而代之的是车辆与信号灯的直接相互作用。而在本文模型中,信号灯的周期是不变的,并且分配给每条道路的绿灯时间是相等的。所以,各条道路的临界入车概率不受其他道路的影响。同时 1 道和 2 道的道路条件和更新规则是相同的,即 1 道和 2 道是对称的。所以  $(P_{in1}, P_{in2})$  空间相图是对称的,1 道和 2 道的临界概率是相同的。当 3 道的进车概率由  $P_{in3} = 0.2$  增加到 0.4 时,相图基本没有变化。这进一步证实了以上的结论。

图 2(b)为文献[8]中的结果。 $(P_{in1}, P_{in2})$  空间相图结构与本文模型明显不同,随着 1 道入车概率的增加,2 道的临界概率逐渐减小,最后趋于恒定值。当  $P_{in1}$  较小时,2 道的临界进车概率大于本文模型的临界概率。这说明,当道路车辆密度较小时,无交通灯控制的策略优于交通灯控制的策略。当  $P_{in1}$  较大时,2 道的临界概率小于信号灯控制下的临界概率。这说明,当道路拥挤时,由于交通信号灯的控制,交叉口的交通状况改善了。当 3 道的入车概率增加时  $(P_{in1} = 0.4)$ ,由于车辆之间的冲突增多了,1 道和 2 道的临界密度逐渐减小。而这种现象,在交通灯的控制下就会消失。

另外,还研究了在各种 2 道、3 道入车概率下,系统总流量随 1 道入车概率的变化情况。图 3(a)、(b)为本文模型的结果。从图 3(a)和图 3(b)可以发现,不论  $P_{in3}$  和  $P_{in2}$  如何变化,系统总流量总是随着 1 道的入车概率的增加而增加,直到恒定值。从图 2(a)可知,当  $P_{in1} < 0.27$  时,1 道为自由流,所以 1 道流量随着 1 道进车概率的增加而增加。由于  $P_{in2}$ 、 $P_{in3}$  固定,并且 2 道和 3 道不受 1 道影响,所以 2、3 道流量恒定。所以,总流量随  $P_{in1}$  增加而增加。由于三条道之间相互作用被红绿灯取代,所以当  $P_{in2}$ 、 $P_{in3}$  改变时,不会影响 1 道流量和  $P_{in1}$  的关系。同样 2 道和 3 道流量不会受 1 道影响,趋于恒定值。所以总流量函数出现相同的趋势,只是随着  $P_{in2}$ 、 $P_{in3}$  的改变,数值大小有所改变。

图 3(c)和图 3(d)是文献[8]中的结果。当  $(P_{in2} = 0.2, P_{in3} = 0.2)$ ,  $(P_{in2} = 0.2, P_{in3} = 0.4)$ ,  $(P_{in2} = 0.4, P_{in3} = 0.2)$  时,系统总流量随  $P_{in1}$  的变化关系和本文模型结果是类似的。这是由于当

$P_{in2}$ 、 $P_{in3}$  较小时,对 1 道的影响较小。当( $P_{in2} = 0.4, P_{in3} = 0.4$ )时,与图 3(b)结果不同,系统总流量随  $P_{in1}$  增大而减小。当  $P_{in1}$  较小时,无信号灯模型的总流量大于信号灯控制的模型总流量。这是因为在本文模型中绿灯时间是固定的,当  $P_{in1}$  较

小,1 道分配了超过自己流量所需的绿灯时间,而 2 道和 3 道相应地变得较为拥挤,导致总流量低于无信号灯时流量。但当  $P_{in1}$  较大时,信号灯模型的总流量大于无信号灯控制的模型。这说明此时信号灯能够很好地调节交叉口的交通流量。

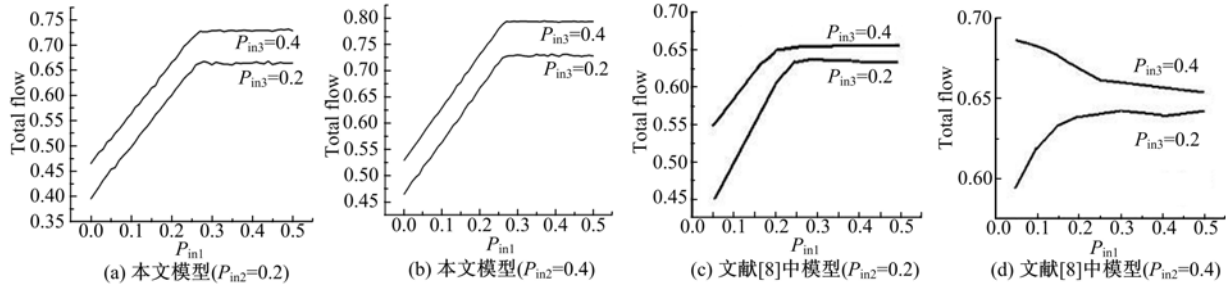


图 3 在不同  $P_{in2}$  和  $P_{in3}$  下系统总流量随  $P_{in1}$  的变化关系

Fig. 3 Variation of intersection capacity with input probability  $P_{in1}$  for different  $P_{in2}$  and  $P_{in3}$

### 3 结束语

利用元胞自动机模型研究了信号灯控制下的 T 形交叉口的相图和系统流量。通过有无信号灯两种模型相图的比较发现,本文模型的自由相区小于无交通灯模型,但堵塞相区小于无交通灯模型。在各种 2 道和 3 道入车概率下,系统总流量随 1 道入车概率增加出现了相同的函数趋势。本文模型采用的是现实交通中使用的固定绿灯时间方法。很明显这种方法在管理现实交通时存在缺陷,而更合理的交通控制方法有待进一步研究。

#### 参考文献:

[ 1 ] Richards P I. Shock waves on the high way[J]. Operations Research,1956, 4: 42-51.  
 [ 2 ] Newell G F. Nonlinear effects in the dynamics of car following[J]. Operations Research, 1961, 9: 209-229.  
 [ 3 ] Prigogine I, Herman R. Kinetic Theory of Vehicular Traffic [M]. New York: American Elsevier, 1971.  
 [ 4 ] Nagel K, Schreckenberg M. A cellular automaton model for freeway traffic[J]. Journal de Physique I, 1992,2 :2221-2229.  
 [ 5 ] 贾斌,高自友,李克平,等. 基于元胞自动机的交通系统建模与模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2007.  
 [ 6 ] Ceder A, Eldar k. Optimal distance between two

branches of uncontrolled split intersection [ J]. Transportation Research Part A—Policy and Practice, 2002, 36:699-724.  
 [ 7 ] Li X B, Jiang R, Wu Q S. Cellular automaton model simulating traffic flow at an uncontrolled T-shaped intersection [J]. International Journal of Modern Physics B, 2004, 18: 2703-2707.  
 [ 8 ] Wu Q S, Li X B, Hu M B, et al. Study of traffic flow at an unsignalized T-shaped intersection by cellular automata model[J]. European Physical Journal B,2005,48:265-269.  
 [ 9 ] Brockfeld E, Barlovic R, Schadschneider A, et al. Optimizing traffic lights in a cellular automaton model for city traffic[J]. Physical Review E, 2001, 64:056132.  
 [10] Toledo B A, Munoz V, Rogan J, et al. Modeling traffic through a sequence of traffic lights[J]. Physical Review E,2004, 70:016107.  
 [11] Sasaki M, Nagatani T. Transition and saturation of traffic flow controlled by traffic lights[J]. Physica A,2003, 325:531-546.  
 [12] Nagatani T. Clustering and maximal flow in vehicular traffic through a sequence of traffic lights[J]. Physica A,2007, 377: 651-660.  
 [13] Li F, Gao Z Y , Jia B. Traffic behavior in the on-ramp system with signal controlling[J]. Physica A, 2007,385: 333-342.