匈牙利法在排序问题中应用的探讨

贾春玉

(长春大学 管理学院,吉林 长春 130022)

摘 要:n 个不同的零件在 1 台处理机上进行加工,切换品种时,需要花费调整费用,如何排序使调整费用最小,尚没见到理想的最优排序方法。传统的方法是下一个最好法。下一个最好法虽然方法简单,但通常情况下得不到最优解,近似最优解也不理想。尤其是在一定条件下,明显不合理,优化效果极不理想。新方法巧妙地把匈牙利法应用于这一模型,通过简单的变换可以很容易地得出近似最优解,而且,在多数情况下可以直接求出最优解。新方法解决了下一个最好法近似最优解不理想的缺欠,又克服了分支定界法繁琐、工作量大的不足。新方法简便易行,效果良好。

关键词:匈牙利法;排序问题;调整费用;下一个最好法;最优排序

中图分类号:F270　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1001-7348(2005)01-0143-02

1 问题的描述

设有 n 个零件需要在一个加工中心上进行加工,切换品种时,需要花调整费用,调整费用因零件和加工顺序不同而不同。目标函数是如何安排加工顺序,使总的调整费用最小。设加工中心集 $P=\{P_1,P_2,\cdots,P_m\}=\{P_1\}$,零件集 $J=\{J_1,J_2,\cdots,J_n\}$。费用集 $F=\{F_{11},F_{12},\cdots,F_{ij},\cdots,F_{nn}\}$,$(i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,n)$。则这一问题的数学模型为:

目标函数为:$$\min z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}X_{ij}F_{ij} \qquad (1)$$

约束条件为:$$\sum_{i=1}^{n}X_{ij}=1 \quad (i=1,2,\cdots,n) \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n}X_{ij}=1 \quad (j=1,2,\cdots,n) \qquad (3)$$

$$X_{ij}\geq 0,\text{即 } X_{ij}=0 \text{ 或 } X_{ij}=1$$

显然,这是一个线性规划问题,可以用

性。②建立广泛的企业知识维系网络。企业知识库系统作为一种新媒介,必须保证一定规模的使用人群才有可能得到普及和广泛应用,鉴于该企业的跨地域经营的特点(总部在香港,分公司遍布大陆 10 余个城市),我们建立了"地区-总部"的两级知识维系网络,培养了 30 余人的专(兼)职知识工作者负责知识的日常搜集、整理、筛选等工作,并制订了相应的管理流程和管理制度。

该系统从设计、开发到实施都贯彻了上述研究模型的思想和方法。在系统投入运行 3 个月后,我们对 50 名样本用户进行了跟踪调查。调查统计结果显示,在系统实施后,用户态度的积极性水平的平均值达到 4.2(采用了李克特式 5 点量表,分值越高,表示员工对使用该系统的态度越积极),系统在使用频率和使用量上的表现(有 85%以上的用户平均每周要使用该系统 2~3 次,59%以上的用户从该系统中获取的信息/知识量比重达到 1/3)也取得了令人满意的结果。这些数据充分说明了"企业知识库系统作为一种新媒介,已经得到用户的认可和接受"。

3 结束语

如前所述,企业知识库系统作为一种新兴的沟通媒介,其成功应用不仅仅涉及技术层面,更关系到人们对新技术的选择、使用等行为问题的解决。本文所提出的集成化的研究模型,对于建立有效的企业知识库系统,以及扩展到其他计算机媒介在企业的实际应用都具有一定的借鉴和指导作用。

参考文献:

[1]Hu,P.J.,Chau,P.Y.K., Sheng,O.R.L.and Tam,K.Y. Explaining the Technology Acceptance Model Using Physician Acceptance of Telemedicine Technology[J]. Journal of Management Information Systems, 1999, 16(2): 91~112.

[2]Davenport,T.H.Information Ecology [M].New York: Oxford University Press, 1997.

[3]Majchrzak,A.Technology Adaptation: the Case of a Computer-Supported Inter-Organizational Virtual Team[J]. MIS Quarterly, 2000, 24(4).

[4]Webster, J. and Trevino, L.K.Rational and Social Theories as Complementary Explanations of Communication Media Choices:Two Policy-Capturing Studies[J].Academy of Management Journal, 1995,38(6):1544-1572.

[5]方益寿.组织管理心理学[M].山东:山东大学出版社,1998.

[6][美]史蒂芬·P·罗宾斯.组织行为学精要[M].郑晓明译.北京:机械工业出版社,2000.

[7]周晓虹.现代社会心理学[M].上海:上海人民出版社,1997.

(责任编辑:慧 超)

收稿日期:2004-06-17

作者简介:贾春玉(1961-),男,吉林长春人,硕士,长春大学管理学院教授,研究方向为生产管理。

线性规划求解。但由于这一问题的特殊性，基本符合指派问题模型，所以可以应用匈牙利法求解这一问题。这样我们就把排序问题巧妙地转化为指派问题。

2 新解法的探讨

2.1 一个零件正在加工，其余零件等待加工的模型

一个零件正在加工（为了方便设第一个零件正在加工），其余零件等待加工的情况下的费用矩阵参见表1。其中 $F_{ij}=\infty$ 可因为不能从 i 点到第 i 点。此时相当于 n 行，$(n-1)$ 列模型，不论怎么排序，总的调整费用为 $(n-1)$ 个费用之和。从表1可以看出，行是出，列是入。在 n 个零件中，因为有一个零件正在被加工，因此不能从其它零件再到第一个正在加工的零件。所以，第一列不存在调整费用。又因其余 $(n-1)$ 个零件需要被加工，所以每列必须有一个而且只有一个费用被选中。即必须有通路分别到达其余 $(n-1)$ 个零件构成的结点。又因，除最后一个零件外，一个零件被加工完后，还要加工其它零件，所以不仅要求必须有通路分别到达其余 $(n-1)$ 个零件构成的结点，还要有出路，即从一个零件出发，到达其余 $(n-1)$ 个零件构成的结点。这就要求 $(n-1)$ 行必须有一个而且只有一个费用被选中。这样，问题就为成在 n 行，$(n-1)$ 列中选出 $(n-1)$ 费用，使得 $(n-1)$ 行中每行必须有一个而且只有一个费用被选中；$(n-1)$ 列中每列必须有一个而且只有一个费用被选中。并且使 $(n-1)$ 个调整费用之和最小。为了达到上述要求，我们可以按如下步骤进行：

表1 任务表

从＼至	J_1	J_2	…	J_i	…	J_n
J_1	—	F_{12}	…	F_{1j}	…	F_{1n}
J_2	—	F_{22}	…	F_{2j}	…	F_{2n}
⋮						
J_n	—	F_{n2}	…	F_{nj}	…	F_{nn}

第一步，在 $(n-1)$ 行上（除最大的最小元素行外）每行分别减去每行的最小元素（费用）。

第二步，在 $(n-1)$ 列上每列分别减去每列的最小元素（费用）。

第三步，检验是否满足指派问题的约束条件，即每行、每列有一个而且只有一个零元素。满足，停止造零，否则，需进一步造零。造零的方法可以用匈牙利法，也可以用笔者在其它文章中提到的改进后的匈牙利法造零。即检验每行只有一个零元素是否在同列，若在同列，则这两行矛盾，这两行矛盾需进一步造零。造零的方法是这两行分别减去这两行中的最小元素，这两行零元素对应的列加上最小元素。类似地我们也可以检验列是否存在矛盾，即每列只有一个零元素是否在同行，在同行列，如果这两列矛盾，这两列需进一步造零。造零的方法是这两列分别减去这两列中的最小元素，这两列零元素对应的行加上最小元素。若不存在行矛盾与列矛盾，则可以保证每行于每列只有一个零元素。满足指派问题的要求。

第四步，检验选中的零元素（费用）对应的角标能否构成连通的链。若连通，直接得最优解，否则，可以得出近似最优解。若想得出最优解，需进一步造零，直到零元素（费用）对应的角标能否构成连通的链，得最优解为止。在多数情况下，经过3步，可得出最优解。个别情况下，虽得不到最优解，可通过破短圈、留长圈使连通的链费用较小的方法得出近似最优解。

2.2 *n* 零件等待加工的模型

如一个零件正在加工（为了方便设第一个零件正在加工），其余零件等待加工模型不同。N个零件同时到达一个加工中心，如何安排加工顺序，使总的调整费用最小。该问题的费用矩阵如表2所示。对角线集 $F_i=\{F_{11},F_{12},\cdots,F_{ij},\cdots,F_{nn}\}$ 中的费用可以使零，即代表第一个被加工的零件没有调整费用；也可以不使零，即代表第一个被加工的零件有调整费用。由于篇幅所限，这里只讨论第一个被加工的零件没有调整费用的情况。求解最优解的步骤与第一种情况类似，可以参照执行。

表2 任务表

从＼至	J_1	J_2	…	J_i	…	J_n
J_1	F_{11}	F_{12}	…	F_{1j}	…	F_{1n}
J_2	F_{21}	F_{22}	…	F_{2j}	…	F_{2n}
⋮						
J_n	F_{n1}	F_{n2}	…	F_{nj}	…	F_{nn}

3 实例

为了便于说明问题，我们举例说明新解法的步骤。

例1：设某个加工中心正在加工 J_1 产品，J_2,J_3,J_4,J_5 正在等待加工。有关资料参见表3。传统的方法是下一个是最好的方法。其较优的加工顺序为：$J_1\to J_4\to J_3\to J_5\to J_2$ 或 $J_1\to J_4\to J_5\to J_3\to J_2$。

表3 任务表 单位：元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
J_1	∞	290	200	180	240
J_2	∞	∞	140	190	150
J_3	∞	350	∞	370	260
J_4	∞	150	100	∞	100
J_5	∞	180	160	400	∞

总的调整费用分别为：180+100+260+180=720（元）；180+100+160+350=790（元），故采纳第一方案。传统的方法虽然简单，但不能保证得到最优解，只能是近似最优解。而且当某行或某列明显都非常大时，仍被采纳，明显不合理。优化程度不高。该问题简便解法如下：

第一步，在 $(n-1)$ 行上（除最大的最小元素行外）每行分别减去每行的最小元素（费用）；最小元素分别为：180、140、100、160（详见表4）。

表4 运算表 单位：元

J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	减数
∞	290	200	180	240	180
∞	∞	140	190	150	140
∞	350	∞	370	260	(260)
∞	150	100	∞	100	100
∞	180	160	400	∞	160

第二步，在 $(n-1)$ 列上每列分别减去每列的最小元素（费用）；最小元素分别为20、0、0、0、0（详见表5）。

表5 运算表 单位：元

J_1	110	20	0	60
J_2	∞	0	50	10
J_3	350	∞	370	260
J_4	50	0	∞	0
J_5	20	0	240	∞
减数	20			

第三步，检验是否满足约束条件的要求，即每行、每列有一个而且只有一个零元素。经检验无行矛盾与列矛盾，所以满足指派问题的约束条件（详见表6）。在表6中小括号()代表每行只有一个零元素；中括号[]代表每列只有一个零元素。

表6 运算表 单位：元

J_5	J_1	J_2	J_3	J_4
J_1	90	20	[(0)]	60
J_2	∞	(0)	50	10
J_3	330	∞	370	260
J_4	30	0	∞	[0]
J_5	[0]	0	240	∞

第四步，检验选中的零元素(费用)对应的角标能否构成连通的链。在表7中，大括号{}代表选中的元素。根据表7的结果得知：能连通，所以可以得出最优解。最优安排为：$J_1—J_4—J_5—J_2—J_3$，最小目标函数为：$\min C=180+100+180+140=600$(元)。

表7 运算表 单位：元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	代表的含义
J_1	∞	90	20	{0}	60	$J_1—J_4$
J_2	∞	∞	{0}	50	10	$J_2—J_3$
J_3	∞	330	∞	370	260	
J_4	∞	30	0	∞	{0}	$J_4—J_5$
J_5	∞	{0}	0	240	∞	$J_5—J_2$

例2：设某个加工中心有5个零件同时到达，零件集 $J=\{J_1,J_2,\cdots,J_n\}$ 都正在等待加工。有关资料参见表8。问如何安排加工顺序，使加工完5个零件的总调整费用最小？详细步骤参见表9~15。到表12为止，即第一步与第二步解法与上例一样。第三步，在表12上，经检验不满足指派问题的约束条件，因此需进一步造零。参见表12~13。第四步，经检验选中的零元素(费用)对应的角标没能构成连通的链，所以需进一步造零，形成连通的链(参见表14~15)。连通链为 $J_3—J_4—J_2—J_1—J_5$ 最优目标函数为：$\min C=7+3+25+16=51$(百元)。

表8 运算表 单位：百元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
J_1	—	27	29	30	16
J_2	25	—	22	21	30
J_3	35	32	—	7	25
J_4	30	3	6	—	2
J_5	70	50	80	40	—

表9 运算表 单位：百元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	减数
J_1	—	27	29	30	16	16
J_2	25	—	22	21	30	21
J_3	35	32	—	7	25	7
J_4	30	3	6	—	2	2
J_5	70	50	80	40	—	(40)

表10 运算表 单位：百元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
J_1	—	11	13	14	0
J_2	4	—	1	0	9
J_3	28	25	—	0	18
J_4	28	1	4	—	0
J_5	70	50	80	40	—
减数	(4)	1	1	0	0

表11 运算表 单位：百元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
J_1	—	10	12	14	0
J_2	4	—	0	0	9
J_3	28	24	—	0	18
J_4	28	0	3	—	0
J_5	70	49	79	40	—

表12 运算表 单位：百元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
J_1	—	10	12	14	(0)
J_2	4	—	[0]	0	9
J_3	28	24	—	(0)	18
J_4	28	[0]	3	—	0
J_5	70	49	79	40	—

表13 运算表 单位：百元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	代表的含义
J_1	—	10	12	13	{0}	$J_1—J_5$
J_2	4	—	{0}	0	9	$J_2—J_3$
J_3	28	24	—	{0}	18	$J_3—J_4$
J_4	28	{0}	3	—	0	$J_4—J_2$
J_5	70	49	79	40	—	

表14 运算表 单位：百元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	减数
J_1	—	10	12	13	{0}	
J_2	4	—	{0}	0	9	
J_3	28	24	—	{0}	18	
J_4	28	{0}	3	—	0	
J_5	70	49	79	40	—	40
减数	4					

表15 运算表 单位：百元

从＼至	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
J_1	—	10	12	13	{0}
J_2	{0}	—	0	0	9
J_3	24	24	—	{0}	18
J_4	24	{0}	2	—	0
J_5	66	49	79	40	—

4 结论

n 个不同的零件在1台处理机上进行加工，如何排序使调整费用最小，传统的下一个最好法虽然方法简单，但通常情况下得不到最优解，近似最优解也不理想。不仅如此，应用范围还受到一定的影响，尤其是在一定条件下，明显不合理，优化效果极不理想。新方法巧妙地把匈牙利法应用于这一模型，通过简单地变换可以很容易地得出近似最优解，而且，在多数情况下可以直接求出最优解。新方法解决了下一个最好法近似最优解不理想的缺陷，又克服了分支定界法繁琐、工作量大的不足。新方法简便易行、效果良好。

参考文献：

[1]龚国华，龚益鸣.生产与运营管理[M].上海：复旦大学出版社，1998.

[2]马天超.机械工业企业生产管理学[M].北京：机械工业出版社，1986.

[3]Jay Heizer.Barry Render.Operations Management[M].北京：清华大学出版社，2001.

[4]于福，贾春玉.指派问题新解法的探讨[J].工业技术经济，2004，(3).

[5]贾春玉.运输问题新解法的探讨[J].系统工程学报，2004，(2).

(责任编辑：董小玉)