

形状记忆合金的剪切本构模型 *

周 博^{1,3)} 刘彦菊²⁾ 冷劲松³⁾

1) 哈尔滨工程大学航天与建筑工程学院, 哈尔滨 150001

2) 哈尔滨工业大学航天科学与力学系, 哈尔滨 150001

3) 哈尔滨工业大学复合材料与结构研究所, 哈尔滨 150080

摘 要 利用形状记忆因子的概念, 建立了用于描述纯剪切状态下形状记忆合金 (SMA) 相变行为的形状记忆演化方程. 在假设 SMA 为各向同性材料和利用三维细观力学本构方程的前提下, 推导了纯剪切状态下 SMA 的力学本构方程. 所建立的形状记忆演化方程和力学本构方程中的材料常数均可以通过宏观实验来测定, 便于工程实际中的应用. 数值计算结果表明, 所建立的形状记忆演化方程能正确地描述纯剪切状态下 SMA 发生在奥氏体、孪晶马氏体和非孪晶马氏体间的相变行为, 力学本构方程可再现形状记忆效应和超弹性的热力学过程.

关键词 形状记忆合金, 纯剪切状态, 形状记忆演化方程, 力学本构方程

中图分类号 TG139

文献标识码 A

文章编号 0412-1961(2009)10-1179-06

A CONSTITUTIVE MODEL FOR SHAPE MEMORY ALLOY IN PURE SHEAR STATE

ZHOU Bo^{1,3)}, LIU Yanju²⁾, LENG Jinsong³⁾

1) College of Aerospace and Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001

2) Department of Aerospace Science and Mechanics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001

3) Center for Composite Materials and Structures, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080

Correspondent: ZHOU Bo, associate professor, Tel: (0451)82519210, E-mail: zhoubo@hrbeu.edu.cn

Supported by National Natural Science Foundation of China (No.95505010), National High Technology Research and Development Program of China (No.2006AA03Z109), China Postdoctoral Science Foundation (No.20080430933), and Harbin Talent Foundation of Scientific and Technical Innovation (No.RC2009QN017046)

Manuscript received 2009-03-10, in revised form 2009-06-15

ABSTRACT It is of engineering interest to establish a constitutive model which includes the equations describing the phase transformation and mechanical behaviors of shape memory alloys (SMA) in pure shear state. In this study, such a shape memory evolution equation is established using the shape memory factor and Brinson's relationship of phase transformation critical stress and temperature. A mechanical constitutive equation is also developed from 3D micro-mechanical constitutive equation based on the assumption that SMA is isotropic material to express the mechanical behaviors of SMA in pure shear state. All material constants in the shape memory evolution equation and mechanical constitutive equation can be determined through macroscopic experiments, so that they are more easily used in practical applications. Numerical simulation results show that this shape memory evolution equation could simulate truly the processes of phase transformations in austenite, twinned and detwinned martensites, and the mechanical constitutive equation could predict reasonably the mechanical behaviors of SMA in pure shear state.

KEY WORDS shape memory alloy, pure shear state, shape memory evolution equation, mechanical constitutive equation

* 国家自然科学基金项目 95505010, 国家高技术研究发展计划项目 2006AA03Z109, 中国博士后科学基金项目 20080430933 和哈尔滨市科技创新人才研究专项基金项目 RC2009QN017046 资助

收到初稿日期: 2009-03-10, 收到修改稿日期: 2009-06-15

作者简介: 周 博, 男, 1972 年生, 副教授, 博士

形状记忆合金 (SMA) 以其独特的超弹性和形状记忆效应、优良的理化性和生物相容性, 在工程实际中得到成功应用^[1]. SMA 的本构模型包括描述其相变行为和力学行为的方程. 1986 年, Tanaka^[2] 利用 Fe 系合金马氏体转变的一维形核动力方程, 推导了指数型相变方程, 根据热力学基本定理, 建立了一维增量型本构方程. 1990 年, Liang 和 Rogers^[3] 构造了余弦型相变方程, 假设 SMA 的弹性模量为常数, 得到了一维全量型本构方程. 1994 年, Boyd 和 Lagoudas^[4] 采用 Tanaka 相变方程, 将 SMA 总应变分解为弹性应变、相变应变和热膨胀应变, 建立了 SMA 三维本构模型. 1993 年, Sun 和 Hwang^[5] 采用 Tanaka 相变方程, 基于细观力学、不可逆热力学和对微结构物理机制的分析, 较好地解释了 SMA 在任意非比例加载下的超弹性和形状记忆效应的宏观现象和细观机制, 建立了 SMA 三维本构模型; Brinson^[6] 将 SMA 马氏体体积分数分成温度诱发和应力诱发两部分, 在 Liang 相变方程基础上构造了 Brinson 相变方程, 并建立了一维本构方程. 2001 年, Peng 等^[7] 采用 Tanaka 相变方程, 根据 SMA 中相组成及其在不同温度和应力水平下的动态变化, 建立了 SMA 三维本构模型; 朱祜国等^[8] 利用 Tanaka 相变方程, 建立了 SMA 三维本构模型, 给出在不同相变条件下 SMA 可恢复应变的表达式. 2002 年, Brocca 等^[9] 采用 Brinson 相变方程, 利用微平面理论建立了一个能描述 SMA 从孪晶马氏体向非孪晶马氏体转变的 SMA 三维本构模型. 2004 年, 李海涛等^[10] 采用 Tanaka 相变方程, 假设 SMA 由马氏体相和奥氏体相动态组成, 其行为是两相各自行为的动态组合, 采用经典塑性理论, 建立了 SMA 三维本构模型. 2003 年, 郭扬波等^[11] 在三线性热弹性相变模型的基础上, 考虑应变率对相变阻力的影响, 建立了 SMA 一维率相关相变方程. 2006 年, Zhou 和 Yoon^[12] 在示差扫描热量分析 (DSC) 实验基础上, 建立了一个三角型相变方程, 考虑了相变峰值温度对 SMA 相变行为的影响. 上述各相变方程, 除 Brinson 相变方程外, 都不能描述 SMA 从孪晶马氏体向非孪晶马氏体转变的相变过程. 同年, 前期工作^[13] 中定义了形状记忆因子的概念, 并利用其描述了 SMA 形状记忆效应和超弹性的热力学过程; 建立了能有效描述 SMA 发生在奥氏体、孪晶马氏体和非孪晶马氏体之间的相变过程的形状记忆演化方程, 克服了 Tanaka 相变方程和 Liang 相变方程不能描述 SMA 从孪晶马氏体向非孪晶马氏体转变的相变过程的局限性; 将 SMA 的应变分解为弹性应变、形状记忆应变和热膨胀应变, 建立了三维本构方程.

上述各本构模型均能有效地描述 SMA 在一维状态下的相变行为和力学行为, 为应用处于一维应力状态下的 SMA 基驱动元件提供了重要的理论基础, 在实际中也得到了成功的应用^[14,15]. 上述三维本构模型虽然在理论上能够描述复杂应力状态下 SMA 的相变行为和力学行为,

但复杂状态下 SMA 的材料参数难以获得, 在实际应用中也仅限于描述一维应力状态下 SMA 的相变行为和力学行为. SMA 扭转驱动器可直接提供扭转变形和扭矩, 在部分领域可以替代电机来实现扭转控制, 具有广阔的应用前景, 近年来备受关注^[16]. SMA 扭转驱动器与电机相比有较大的能量密度, 可以提供更高的扭矩, 可以在更复杂恶劣的环境下实现驱动, 并且结构简单, 控制方便, 整体可靠性高. 处于纯剪切状态的 SMA 扭转管是 SMA 扭转驱动器的主要部件, 建立处于纯剪切状态下 SMA 的本构模型, 能为研制和设计 SMA 扭转驱动器提供理论基础和技术参考, 具有工程实际意义. 本研究利用形状记忆因子的概念, 建立了描述纯剪切状态下 SMA 相变行为的形状记忆演化方程. 在假设 SMA 为各向同性材料和利用三维细观力学本构方程的前提下, 推导了纯剪切状态下 SMA 的力学本构方程. 所建立的形状记忆演化方程和力学本构方程中的材料常数均可以通过宏观实验来测定, 便于工程实际中的应用. 数值计算结果表明, 所建立的形状记忆演化方程能有效描述纯剪切状态下 SMA 发生在奥氏体、孪晶马氏体和非孪晶马氏体间的相变行为, 力学本构方程可再现形状记忆效应和超弹性的热力学过程.

1 形状记忆演化方程的建立

在前期工作^[13]中, 定义了形状记忆因子概念, 即形状记忆因子是描述 SMA 实现超弹性和形状记忆效应热力学过程的内变量, 其值的变化范围为 0 到 1 之间. SMA 实现超弹性或形状记忆效应包括两个过程: 形状记忆因子增加 — 产生形状记忆应变和形状记忆因子降低 — 恢复形状记忆应变. 形状记忆因子 η 与马氏体体积分数 ξ 的关系为

$$\xi = \xi_0 + (1 - \xi_0)\eta \quad (1)$$

式中, ξ_0 为马氏体体积分数的初始值. 形状记忆演化方程是描述形状记忆因子在 SMA 由奥氏体或孪晶马氏体向非孪晶马氏体转变过程和 SMA 由非孪晶马氏体向奥氏体转变过程中的变化规律. 形状记忆因子在数值上等于 SMA 中非孪晶马氏体体积分数.

借鉴 Brinson^[6]的工作, 将 SMA 的相变临界应力和温度间的关系曲线, 描述为图 1 所示的关系. 图中, M_s 和 M_f 分别为马氏体开始温度和马氏体结束温度; A_s 和 A_f 分别为奥氏体开始温度和奥氏体结束温度; σ_s^c , σ_f^c , C_A 和 C_M 为反映相变临界应力和温度间关系的材料常数; A, PZ, TM 和 DM 分别代表奥氏体、塑性屈服区、孪晶马氏体和非孪晶马氏体; 横坐标 T 为温度; 纵坐标 σ_e 为等效应力, 且 σ_e 和偏应力张量 σ'_{ij} 分别满足

$$\sigma_e = \left(\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \right)^{1/2} \quad (2a)$$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (2b)$$

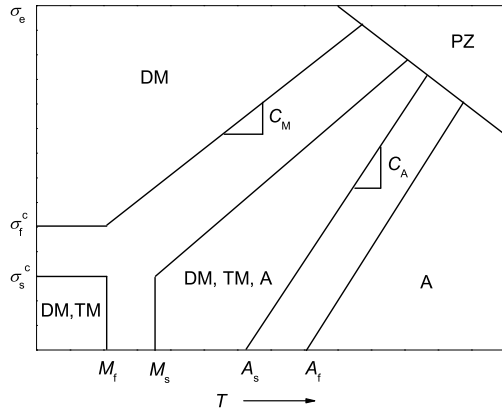


图 1 SMA 相变临界应力 - 温度的关系

Fig.1 Relationship of phase transition critical stress and temperature (A, TM, DM and PZ stand for austenite, twinned martensite, detwinned martensite and plasticity zone, respectively)

式中, σ_{ij} 为应力张量, σ_{kk} 为应力张量的缩并.

假设形状记忆因子与等效应力和温度的关系为线性关系, 则根据相变临界应力与温度的关系 (图 1), 可以得到 SMA 在纯剪切状态下的形状记忆演化方程. 在加载过程中, SMA 发生由奥氏体或孪晶马氏体向非孪晶马氏体转变的相变, 形状记忆因子与等效应力和温度的关系为

$$\eta = \eta_0 + (1 - \eta_0) \frac{\sigma_e - \sigma_{M_s}}{\sigma_{M_f} - \sigma_{M_s}} \quad (3a)$$

式中, η_0 为形状记忆因子的加载初值; σ_{M_s} 和 σ_{M_f} 分别为马氏体开始应力和马氏体结束应力, 且分别满足

$$\sigma_{M_s} = \begin{cases} \sigma_s^c & (T \leq M_s) \\ \sigma_s^c + C_M(T - M_s) & (T > M_s) \end{cases} \quad (3b)$$

和

$$\sigma_{M_f} = \begin{cases} \sigma_f^c & (T \leq M_s) \\ \sigma_f^c + C_M(T - M_s) & (T > M_s) \end{cases} \quad (3c)$$

在卸载过程中, SMA 发生由非孪晶马氏体向奥氏体转变的相变, 形状记忆因子与等效应力及温度的关系为

$$\eta = \eta_{u0} \frac{\sigma_e - \sigma_{A_f}}{\sigma_{A_s} - \sigma_{A_f}} \quad (4a)$$

式中, η_{u0} 为形状记忆因子的卸载初值; σ_{A_s} 和 σ_{A_f} 分别为奥氏体开始应力和奥氏体结束应力, 其中

$$\sigma_{A_s} = C_A(T - A_s) \quad (T > A_s) \quad (4b)$$

和

$$\sigma_{A_f} = C_A(T - A_f) \quad (T > A_f) \quad (4c)$$

根据式 (2) 和 (3), 可得纯剪切状态下 SMA 在加载过程中, 形状记忆因子与剪应力及温度的关系为

$$\eta = \eta_0 + (1 - \eta_0) \frac{\tau - \tau_{M_s}}{\tau_{M_f} - \tau_{M_s}} \quad (5a)$$

式中, τ_{M_s} 和 τ_{M_f} 分别为马氏体相变开始和结束的剪应力, 其中

$$\tau_{M_s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{cases} \sigma_s^c & (T \leq M_s) \\ \sigma_s^c + C_M(T - M_s) & (T > M_s) \end{cases} \quad (5b)$$

和

$$\tau_{M_f} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{cases} \sigma_f^c & (T \leq M_s) \\ \sigma_f^c + C_M(T - M_s) & (T > M_s) \end{cases} \quad (5c)$$

式中, σ_s^c 和 σ_f^c 分别为相变开始和结束的临界应力. 根据式 (2) 和 (4), 可得纯剪切状态下 SMA 在卸载过程中, 形状记忆因子与剪应力和温度的关系为

$$\eta = \eta_{u0} \frac{\tau - \tau_{A_f}}{\tau_{A_s} - \tau_{A_f}} \quad (5d)$$

式中, τ_{A_s} 和 τ_{A_f} 分别为奥氏体开始剪应力和奥氏体结束剪应力, 其中

$$\tau_{A_s} = \sqrt{\frac{2}{3}} C_A(T - A_s) \quad (T > A_s) \quad (5e)$$

和

$$\tau_{A_f} = \sqrt{\frac{2}{3}} C_A(T - A_f) \quad (T > A_f) \quad (5f)$$

式 (5a) — (5f) 构成了描述纯剪切状态下 SMA 相变行为的形状记忆演化方程. 该方程能有效描述纯剪切状态下 SMA 发生在奥氏体、孪晶马氏体和非孪晶马氏体间的相变过程中, 形状记忆因子与剪应力和温度的关系.

2 力学本构方程的推导

在前期工作^[13]中, 将 SMA 的应变分解为弹性应变、形状记忆应变和热膨胀应变, 建立了 SMA 三维细观力学本构方程. 根据上述的研究, 可将应变 ε_{ij} 描述为应力 σ_{ij} 与 η 和 T 的函数

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} + \frac{3}{2} \varepsilon_{1, \max} \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_e} \eta + \alpha_{ij} (T - T_0) \quad (6)$$

式中, S_{ijkl} 为柔度系数 (其中, 下标 i, j, k 和 l 代表坐标轴不同的方向); α_{ij} 为热膨胀系数; 材料常数 $\varepsilon_{1, \max}$ 为最大残余应变; 等式右边的三项分别为弹性应变、形状记忆应变和热膨胀应变. 将张量形式的本构方程 (式 (6)) 改写

为矩阵形式

$$\{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{23}, \gamma_{31}, \gamma_{12}\}^T = \begin{bmatrix} S_{1111} & S_{1122} & S_{1133} & S_{1123} & S_{1131} & S_{1112} \\ S_{2211} & S_{2222} & S_{2233} & S_{2223} & S_{2231} & S_{2212} \\ S_{3311} & S_{3322} & S_{3333} & S_{3323} & S_{3331} & S_{3312} \\ S_{2311} & S_{2322} & S_{2333} & S_{2323} & S_{2331} & S_{2312} \\ S_{3111} & S_{3122} & S_{3133} & S_{3123} & S_{3131} & S_{3112} \\ S_{1211} & S_{1222} & S_{1233} & S_{1223} & S_{1231} & S_{1212} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{matrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{matrix} \right\} + \frac{3\varepsilon_{1,\max}\eta}{2\sigma_e} \left\{ \begin{matrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{33} \\ \alpha_{23} \\ \alpha_{31} \\ \alpha_{12} \end{matrix} \right\} (T - T_0) \quad (7)$$

式中, $\gamma_{ij}=2\varepsilon_{ij}$ 为工程剪应变, $\tau_{ij}=2\sigma_{ij}$ 为剪应力。

假设 SMA 为各向同性材料, 则式 (7) 可表示为

$$\{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{23}, \gamma_{31}, \gamma_{12}\}^T = \begin{bmatrix} E^{-1} & -\nu E^{-1} & -\nu E^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu E^{-1} & E^{-1} & -\nu E^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu E^{-1} & -\nu E^{-1} & E^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^{-1} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{matrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{matrix} \right\} + \frac{3\varepsilon_{1,\max}\eta}{2\sigma_e} \left\{ \begin{matrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} (T - T_0) \quad (8)$$

式中, E 和 ν 分别为 SMA 弹性模量和 Poisson 比, $G = E/[2(1 + \nu)]$ 为剪切弹性模量, α 为热膨胀系数。对于纯剪切状态 ($\tau_{12} = \tau$, 其它应力分量为 0), 式 (8) 退化为

$$\gamma = \frac{\tau}{G} + \sqrt{\frac{3}{2}}\varepsilon_{1,\max}\eta \quad (9)$$

式中, $\gamma = \gamma_{12}$ (其中, 下标 1, 2 代表坐标轴的不同方向)。SMA 的剪切弹性模量

$$G(\xi) = G_A + (G_M - G_A)\xi \quad (10)$$

式中, G_A 和 G_M 分别为 SMA 在纯奥氏体和纯马氏体状态下的剪切弹性模量, 均可以通过扭转实验测定。

对应于某一初始状态, 式 (9) 可表示为

$$\gamma_0 = \frac{\tau_0}{G_0} + \sqrt{\frac{3}{2}}\varepsilon_{1,\max}\eta_0 \quad (11)$$

根据式 (9) 和 (11), 可得纯剪切状态下 SMA 的力学本构方程

$$\gamma - \gamma_0 = \frac{\tau}{G} - \frac{\tau_0}{G_0} + \sqrt{\frac{3}{2}}\varepsilon_{1,\max}(\eta - \eta_0) \quad (12)$$

形状记忆演化方程 (式 (5a)–(5f)) 和力学本构方程 (式 (12)) 构成 SMA 纯剪切本构模型。该本构模型能有效地描述处于纯剪切状态下 SMA 的相变行为和其实现形状记忆效应和超弹性的热力学过程, 可为研制和设计 SMA 扭转驱动器元件提供理论基础和技术参考。

3 模型中材料常数的测定

纯剪切状态下 SMA 的形状记忆演化方程 (式 (5a)–(5f)) 和力学本构方程 (式 (12)) 中的材料参数, 包括无应力状态下的相变临界温度、相变临界应力与温度的关系常数和剪切弹性模量。无应力状态下的相变临界温度, 包括马氏体开始温度 M_s , 马氏体结束温度 M_f , 奥氏体开始温度 A_s 以及奥氏体结束温度 A_f , 可以通过 DSC 实验来测定 [14]。相变临界应力与温度的关系常数, 包括 C_M , C_A , σ_s^c 和 σ_f^c , 可以通过拉伸实验测定 [6]。剪切弹性模量, 包括奥氏体剪切弹性模量 G_A 和马氏体剪切弹性模量 G_M , 可以通过处于纯奥氏体或纯马氏体状态下 SMA 薄壁圆管扭转实验测定, 根据材料力学 [17], G_A 或 G_M 计算为

$$G = \frac{4L}{\pi D^3 \delta} \cdot \frac{M_{t2} - M_{t1}}{\varphi_2 - \varphi_1} \quad (13)$$

式中, G 代表 G_A 或 G_M ; L , D 和 δ 分别为薄壁圆管的测试长度、外径和壁厚; M_{t1} 和 M_{t2} 为弹性范围内两个扭矩; φ_1 和 φ_2 为弹性范围内两个相对扭转角。

4 数值算例

应用纯剪切状态下 SMA 形状记忆演化方程 (式 (5a)–(5f)) 和力学本构方程 (式 (12)), 对纯剪切状态下 SMA 的相变行为及其实现形状记忆效应和超弹性的热力学过程进行了数值模拟计算。数值计算中 SMA 的材料常数为: $M_f=301.24$ K, $M_s=312.35$ K, $A_s=324.75$ K, $A_f=345.05$ K, $G_M=11.42$ GPa, $G_A=15.02$ GPa, $C_M=8.00$ MPa/K, $C_A=13.80$ MPa/K, $\sigma_s^c=100$ MPa, $\sigma_f^c=170$ MPa, $\varepsilon_{1,\max}=7\%$ 。

图 2 为形状记忆演化方程 (式 (5a)–(5f)) 描述的不同温度下 SMA 形状记忆因子 - 剪应力曲线。图 2a 为 300, 315 和 320 K 时的形状记忆因子 - 剪应力曲线。在温度为 300 K ($< M_f$) 时, SMA 的初始状态为孪晶马

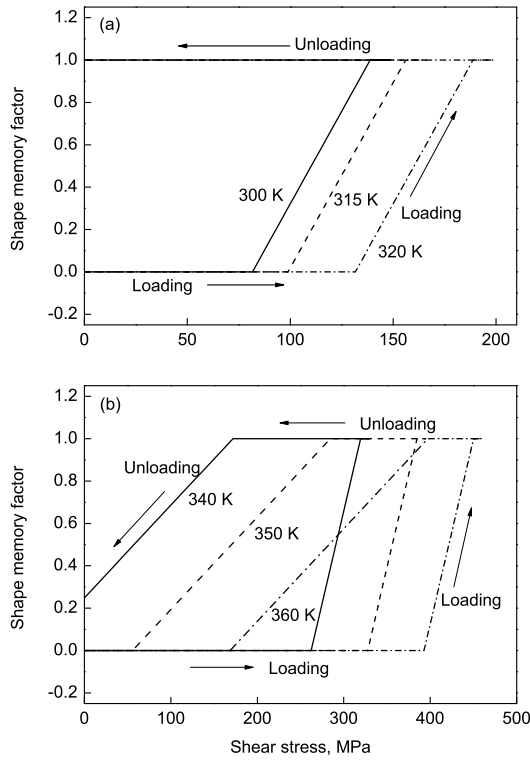


图 2 SMA 在不同温度下的形状记忆因子 - 剪应力曲线

Fig.2 Shape memory factor–shear stress curves of SMA at different temperatures

(a) 300, 315 and 320 K (b) 340, 350 and 360 K

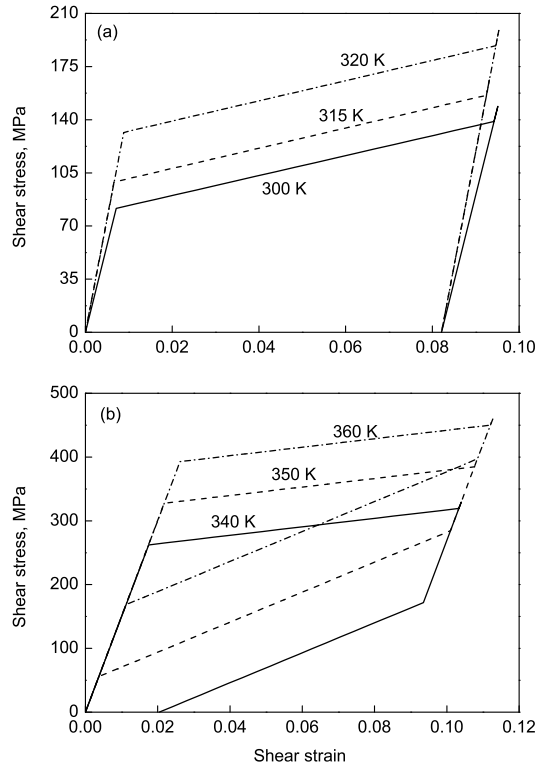


图 3 SMA 在不同温度下的剪应力 - 剪应变曲线

Fig.3 Shear stress–shear strain curves for SMA at different temperatures

(a) 300, 315 and 320 K (b) 340, 350 and 360 K

氏体；在温度为 315 和 320 K (在 $M_s - A_s$ 之间) 时，SMA 的初始状态为奥氏体。在加载过程中当剪应力达到马氏体开始剪应力时，SMA 开始由孪晶马氏体或奥氏体向非孪晶马氏体转变，形状记忆因子由 0 开始逐渐增加；当剪应力达到马氏体结束剪应力时，SMA 完全转变为非孪晶马氏体，形状记忆因子增加到 1。在卸载过程中，SMA 不发生相变；卸载结束后 SMA 仍为非孪晶马氏体，形状记忆因子等于 1。图 2b 为温度为 340, 350 和 360 K 时的形状记忆因子 - 剪应力曲线，SMA 的初始状态为奥氏体。在加载过程中，当剪应力由马氏体开始剪应力逐渐增加到马氏体结束剪应力时，SMA 由奥氏体逐渐转变为非孪晶马氏体，形状记忆因子由 0 逐渐增加到 1。在卸载过程中，当剪应力降低到奥氏体开始剪应力时，SMA 开始由非孪晶马氏体向奥氏体转变，形状记忆因子开始由 1 逐渐减小。在温度为 350 和 360 K ($> A_f$) 时，当剪应力降低到奥氏体结束剪应力时，SMA 完全转变为奥氏体，形状记忆因子减小到 0；卸载结束时，SMA 仍为奥氏体，形状记忆因子等于 0。在温度为 340 K (在 $A_s - A_f$ 之间) 且卸载结束时，SMA 变为奥氏体和非孪晶马氏体的混合物，形状记忆因子等于 0.29。

图 3 为力学本构方程 (式 (12)) 和形状记忆演化方程 (式 (5a)–(5f)) 描述的不同温度下 SMA 的剪应力 - 剪

应变曲线。图 3a 示出在 300, 315 和 320 K 时的剪应力 - 剪应变曲线。在 300 K ($< M_f$) 时，SMA 的初始状态为孪晶马氏体；在 315 和 320 K (在 $M_s - A_s$ 之间) 时，SMA 的初始状态为奥氏体。在加载过程中，SMA 首先表现为线弹性行为，当剪应力达到马氏体开始剪应力时，形状记忆因子和形状记忆剪应变开始由 0 逐渐增加；当剪应力达到马氏体结束剪应力时，形状记忆因子和形状记忆剪应变增加到最大值；当剪应力大于马氏体结束剪应力时，SMA 又表现为线弹性行为。在卸载过程中，SMA 不发生相变，表现为线弹性行为；卸载后形状记忆剪应变转变为残余应变，当加热温度大于 A_f 时，残余应变完全恢复，SMA 表现为形状记忆效应。图 3b 示出在 340, 350 和 360 K 时的剪应力 - 剪应变曲线，SMA 的初始状态为奥氏体。在加载过程中，SMA 首先表现为线弹性行为。当剪应力由马氏体开始剪应力逐渐增加到马氏体结束剪应力时，形状记忆因子和形状记忆剪应变由 0 逐渐增加到最大值；当剪应力大于马氏体结束剪应力时，SMA 又表现为线弹性行为。在卸载过程中，SMA 首先表现为线弹性行为。当剪应力降低到奥氏体开始剪应力时，形状记忆因子和形状记忆剪应变开始逐渐减小。在 350 和 360 K ($> A_f$) 且剪应力降低到奥氏体结束剪应力时，形状记忆因子和形状记忆剪应变减小到 0；卸载后无残余应变，SMA 表现为超弹性。

在 340 K (在 A_s — A_f 之间) 且卸载结束时, 形状记忆因子减小到 0.29, 形状记忆剪应变减小到 0.024, 并转变为残余应变, SMA 表现为部分超弹性. 可见, 本力学本构方程可为从事研制和设计 SMA 扭转驱动器元件的科研工作者提供理论基础和技术参考.

5 结论

利用形状记忆因子的概念, 建立了描述纯剪切状态下 SMA 相变行为的形状记忆演化方程. 将 SMA 假设为各向同性材料, 利用 SMA 三维细观力学本构方程, 推导了纯剪切状态下 SMA 力学本构方程. 所建立的形状记忆演化方程和力学本构方程中的材料常数均可通过宏观实验测定, 因此, 便于工程应用. 数值计算结果表明, 所建立的形状记忆演化方程能有效地描述纯剪切状态下 SMA 发生在孪晶马氏体、非孪晶马氏体和奥氏体间的相变行为, 力学本构方程能有效地再现形状记忆效应和超弹性的热力学过程.

参考文献

- [1] Yang D Z. *Intelligent Materials and System*. Tianjing: Tianjing University Press, 2000: 104
(杨大智. 智能材料与智能系统. 天津: 天津大学出版社, 2000: 104)
- [2] Tanaka K. *Res Mech*, 1986; 18: 251
- [3] Liang C, Rogers C A. *J Int Mater Syst Struct*, 1990; 1: 207
- [4] Boyd J G, Lagoudas D C. *J Int Mater Syst Struct*, 1994; 5: 333
- [5] Sun Q P, Hwang K C. *J Mech Phys Solids*, 1993; 41: 1
- [6] Brinson L C. *J Int Mater Syst Struct*, 1993; 4: 229
- [7] Peng X, Yang Y, Huang S. *Int J Solids Struct*, 2001; 38: 6925
- [8] Zhu Y G, Lü H X, Yang D Z. *Chin J Mater Res*, 2001; 15: 263
(朱祎国, 吕和祥, 杨大智. 材料研究学报, 2001; 15: 263)
- [9] Brocca M, Brinson L C, Bazant Z P. *J Mech Phys Solids*, 2002; 50: 1051
- [10] Li H T, Peng X H, Huang S L. *Acta Mech Solida Sin*, 2004; 25: 58
(李海涛, 彭向和, 黄尚廉. 固体力学学报, 2004; 25: 58)
- [11] Guo Y B, Liu F P, Zai X Y, Tang Z P, Yu J L. *Explos Shock Waves*, 2003; 23: 105
(郭扬波, 刘方平, 载翔宇, 唐志平, 虞吉林. 爆炸与冲击, 2003; 23: 105)
- [12] Zhou B, Yoon S H. *Smart Mater Struct*, 2006; 15: 1967
- [13] Zhou B, Wang Z Q, Liang W Y. *Acta Metall Sin*, 2006; 42: 919
(周 博, 王振清, 梁文彦. 金属学报, 2006; 42: 919)
- [14] Xiong K, Tao B Q, Yao E T. *Acta Aeronaut Astronaut Sin*, 2001; 22: 379
(熊 克, 陶宝祺, 姚恩涛. 航空学报, 2001; 22: 379)
- [15] Xiong K, Shen W G. *Chin J Mech Eng*, 2003; 39(12): 123
(熊 克, 沈文罡. 机械工程学报, 2003; 39(12): 123)
- [16] Keefe A C, Carman G P. *Smart Mater Struct*, 2000; 9: 665
- [17] Ou G B, Zhu J M. *Material Mechanics*. Harbin: Harbin Engineering University Press, 1997: 52
(欧贵宝, 朱加铭. 材料力学. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 1997: 52)